

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة غرداية

Université de Ghardaïa



كلية العلوم والتكنولوجيا

Faculté des Sciences et de la Technologie

قسم الآلية والكهروميكانيك

Département d'Automatique et Electromécanique

N° d'enregistrement

/...../...../...../...../.....

Mémoire de fin d'étude, en vue de l'obtention du diplôme

Master

Domaine : Maintenance Industrielle

Filière : Maintenance Industrielle

Spécialité : Maintenance Industrielle

THÈME

Etude du serrage d'un assemblage fretté (arbre-moyeu) et de la température de chauffage sur la capacité de transmission de l'assemblage.

Présenté par :

ZERBANI Abdelhakim

BELLI Othmane

Soutenu publiquement le 11/06/2025

Devant le jury composé de :

BOUKHARI Hamed

Université de Ghardaïa

Président

BOUARICHA Amor

Université de Ghardaïa

Encadreur

KHIRENNAS Massaoud

Université de Ghardaïa

Co-encadreur

BELAGHIT Abdelhakem

Université de Ghardaïa

Examineur

Année universitaire 2024/2025

DEDICACE

Je tiens à dédier ce travail :

À mes chers parents, pour leur amour et leur soutien
inconditionnels.

À mes frères, compagnons de vie et de souvenirs précieux.

À toute ma famille, source d'affection et de réconfort.

À mes amis, notamment CHAALANE Mohamed, ZAI Amrou &
RAHMANI Lalmi

ZERBANI Abdelhakim

BELLI Othmane

Remerciements

*Au terme de ce Mémoire nous tenons à remercier tout naturellement en premier lieu **Dieu** le tout Puissant qui m'a donné la force , le courage et la patience de mener ce travail .*

Je tiens à remercier très vivement mon promoteur , Mr BOUARICHA AMOR pour sa disponibilité , sa gentillesse , ses conseils et ses patientes remarques .

Je ne saurais oublier d'exprimer ma profonde gratitude à mon ami A.MOUNIR, qui m'a apporté son aide et son soutien tout au long de la réalisation de mon projet de fin d'année.

Pour les nombreux soutiens que j'ai reçus dans le cadre de mon projet de fin d'études , c'est une grande satisfaction pour moi de remercier ceux qui m'ont aidé à le mener à bien .

Résumé

Cette étude examine l'influence de l'interférence d'un assemblage fretté (arbre-moyeu) et de la température de chauffage sur sa capacité de transmission de couple. Après une revue des ajustements et du procédé de frettage (à chaud, à froid, combiné), une modélisation théorique fondée sur les équations de Lamé pour cylindres à paroi épaisse et les contraintes thermiques est développée. L'analyse des cylindres composés permet de déterminer la pression de contact optimale en fonction de l'interférence. Enfin, l'application numérique à un cas de transmission mécanique valide l'impact du serrage et des gradients de température sur la résistance et la fiabilité de l'assemblage.

Mots-clés

Assemblage fretté · interférence · contraintes thermiques · transmission de couple · cylindre à paroi épaisse

Abstract

This study investigates the effect of the magnitude of interference fit and the heating temperature on the torque transmission capacity of a shaft-hub assembly. The research commences with an explanation of clearance and fit systems, alongside thermal and cold mounting processes. It then introduces a theoretical model based on Lamé's equations for thick-walled cylinders and thermal stress analysis. Furthermore, the study examines the calculation method for composite cylinders to determine the required contact pressure according to the specified interference. Finally, numerical applications are presented to demonstrate the extent of the impact of the interference value and temperature distribution on the strength and reliability of the fit.

Keywords

Interference Fit · Shrink Fit · Thermal Stress · Torque Transmission · Thick-Walled Cylinder

ملخص

تتناول هذه الدراسة تأثير مقدار التمثيل الانضغاطي (الفتني) للتجهيز بالثبتيب المحكم بين عمود وحلقة ومقدار حرارة التسخين على قدرة التجهيز في نقل العزم. ابتداءً البحث بشرح أنظمة التلاؤم وعمليات التركيب الحراري والبارد، ثم قدم نموذجاً نظرياً يستند إلى معادلات لاميه لأسطوانات الجدار السميك وتحليل الإجهادات الحرارية. كما بُحنت طريقة الحساب للأسطوانات المركبة لتحديد ضغط التماس اللازم وفق الانضغاط. وأخيراً، عُرضت تطبيقات عددية تثبت مدى تأثير الانضغاط وتوزيع درجات الحرارة على متانة وموثوقية التجهيز.

الكلمات المفتاحية

التجهيز بالثبتيب المحكم · الفتني · الإجهاد الحراري · نقل العزم · أسطوانة ذات جدار سميك

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
Chapitre I : Assemblage fretté.....	3
1. Introduction	4
2. Type des ajustements	4
3. Description de l'opération de frettage.....	8
4. Les avantages et les inconvénients	9
5. Conclusion.....	9
Chapitre II : Étude théorique d'un assemblage fretté	12
1. Introduction	13
2. Etude théorique du montage fretté d'un moyeu sur un arbre creux.....	14
3. Calcul des cylindres compound.....	24
4. Contraintes thermiques	28
5. Conclusion.....	37
Chapitre III : Application au calcul d'un assemblage fretté mécanique de transmission de puissance	38
1. Introduction	39
2. Position du problème.....	41
3. Calculs appliqués à un arbre pour transmettre une puissance mécanique P à la vitesse de rotation ω :Analyse et vérification des Contraintes Thermiques	41
4. Conclusion.....	54
Conclusion Générale.....	55
Références bibliographiques	57
Annexes.....	58

TABLE DES FIGURES

Figure 1 : Schéma d'un ajustement fretté (arbre-moyeu)	9
Figure 2: Principe des ajustements	10
Figure 3: Principe du frettage	12
Figure 4.A: Procédure du frettage par dilatation.....	13
Figure 4.B: Procédure du frettage par contraction.....	13
Figure 5 : Cylindre à parois épaisses soumis à une pression interne et externe.....	17
Figure 6 : Élément de volume différentiel dans un cylindre en coordonnées cylindriques.....	18
Figure 7.a : Distribution des contraintes dans un cylindre plein soumis à une pression interne	24
Figure 7.b : Distribution des contraintes dans un cylindre creux soumis à une pression interne	24
Figure 8.a : Contraintes dans le cylindre intérieur du compound, en absence de pression	28
Figure 8.b : Contraintes dans le cylindre extérieur du compound, dues à la pression d'assemblage	28
Figure 8.c : Diagramme réel des contraintes dans un cylindre compound soumis à une pression intérieure	28
Figure 9 : Cylindres compound avec serrage.....	29
Figure 10.a : Diagrammes de distribution des contraintes thermiques sur l'épaisseur de la paroi d'un cylindre épais (cas de référence)	37
Figure 10.b : Diagrammes de distribution des contraintes thermiques pour un cylindre à paroi épaisse avec variation logarithmique de la température.....	37
Figure 11 : Table intervalles de tolérances IT-ajustements ISO.....	47
Figure 12 : Table écarts fondamentaux des alésages	47
Figure 13 : Table intervalles de tolérances IT-ajustements ISO.....	48
Figure 14 : Table écarts fondamentaux des arbres.....	48
Figure 15 : Évolution de la limite élastique de l'acier XC45 en fonction de la température	55

Introduction générale

L'assemblage fretté, également connu sous le nom d'assemblage à ajustement serré, est une méthode courante dans l'ingénierie mécanique pour unir deux composants, typiquement un axe et un moyeu, sans utiliser de fixations supplémentaires.

La cohésion est réalisée par le frottement résultant d'un ajustement serré entre les deux parties, où le diamètre de l'axe est légèrement plus grand que celui du trou dans le moyeu. Ce type d'assemblage est crucial dans de nombreuses applications industrielles pour transférer des couples et des forces sans dérapage.

La conception et le calcul des assemblages frettés sont normalisés, et la norme française propose une méthode basée sur la théorie des parois épaisses. Cette méthode suppose des surfaces parfaites et des matériaux restant dans le domaine élastique. Cependant, dans la réalité, les surfaces peuvent avoir des rugosités et des défauts de forme, et les matériaux peuvent subir des déformations plastiques lors de l'assemblage. De plus, lors de l'assemblage, il est souvent pratiqué de chauffer l'une des parties pour faciliter l'insertion, ce qui peut affecter la qualité du serrage une fois refroidi.

De précédentes recherches ont mis en lumière l'importance des états de surfaces et des défauts de forme sur le comportement de l'assemblage fretté. Il a été observé que les aspérités de surface se déforment plastiquement pendant le frettage, particulièrement dans le matériel moins dur. Cela souligne la nécessité d'un modèle qui prenne en compte ces aspects pour une meilleure précision.

Dans cette étude, nous nous intéressons spécifiquement à l'effet du serrage (c'est-à-dire l'intensité de l'ajustement serré) et de la température de chauffage sur la capacité de transmission de l'assemblage fretté. La capacité de transmission se réfère à la capacité de l'assemblage à transférer un couple sans glisser entre les deux parties.

Les objectifs de cette étude sont les suivants :

- Déterminer l'influence de l'intensité du serrage sur la résistance des éléments de l'assemblage et la capacité de transmission de l'assemblage .
- Évaluer comment la température de chauffage utilisée lors de l'assemblage affecte la qualité du serrage et, par conséquent, la capacité de transmission.
- Vérifier l'effet de la chaleur transmise lors de l'échange thermique entre l'arbre et el moyeu après le montage par frettage.

En comprenant mieux ces facteurs, nous pouvons optimiser la conception des assemblages frettés pour garantir une performance fiable et efficace dans diverses applications industrielles.

Chapitre I :

ASSEMBLAGE FRETTÉ

1. Introduction

L'assemblage fretté est une technique largement utilisée en mécanique pour assurer une liaison robuste entre deux pièces, généralement un axe et un moyeu, sans recours à des éléments de fixation supplémentaires. Ce procédé repose sur un ajustement serré générant une pression de contact et un frottement suffisant pour transmettre efficacement couples et efforts.

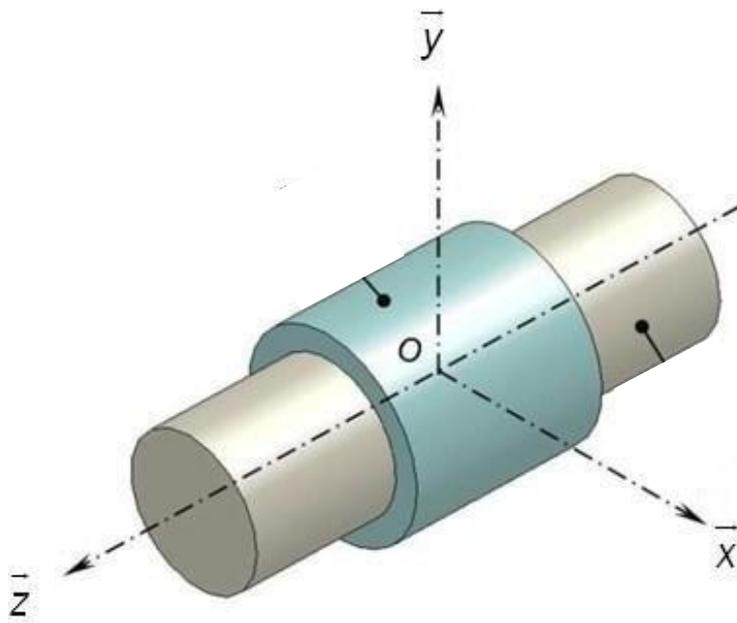


Figure 1 : Schéma d'un ajustement fretté (arbre-moyeu)

2. Type des ajustements

Un ajustement est un assemblage de deux pièces de même cote nominale, il est constitué d'un moyeu (contenant) désigne tout élément intérieur même non cylindrique. L'arbre (contenu) désigne tout élément extérieur même non cylindrique.

Pour définir la position de la tolérance par rapport à une ligne zéro (ligne de cote).

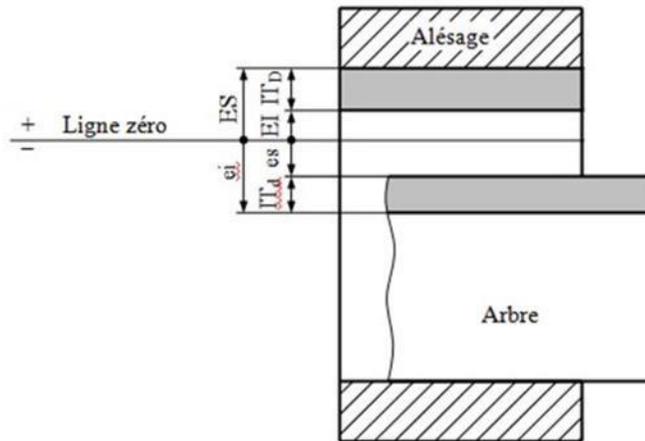


Figure 2 : Principe des ajustements

ES = Ecarte supérieure

EI = Ecarte inférieure

es = ecarte supérieure

ei = ecarte inférieure

J_{max} = maximale

J_{min} = minimale

IT : intervalle de tolérance

Pour le moyeu, on a :

$$\begin{cases} ES = D_{max} - D \\ EI = D_{min} - D \\ IT = d_{max} - D_{min} = ES - EI \end{cases}$$

Pour l'arbre, on a :

$$\begin{cases} es = d_{max} - d \\ ei = d_{min} - d \\ IT = d_{max} - d_{min} = es - ei \end{cases}$$

Les écarts sont des nombres algébriques. Ils sont positifs s'ils sont disposés au-dessus de la ligne zéro, négatifs dans le cas contraire.

On définit le jeu maximum et le jeu minimum par :

$$\begin{cases} J_{max} = D_{max} - d_{min} = ES - ei \\ J_{min} = D_{min} - d_{max} = EI - es \end{cases}$$

La disposition de tolérance l'une par rapport à l'autre, d'un alésage et d'un arbre, détermine le caractère de l'ajustement. En général, on a trois sortes d'ajustements :

Ajustement avec jeu, Ajustement avec serrage, Ajustement incertain.

2.1 Ajustement avec jeu

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessus de celle de l'arbre.

Dans l'ajustement avec jeu, les valeurs de J_{max} et J_{min} sont positives ($0 < J_{min} < J_{max}$).

2.2 Ajustement avec serrage

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessous de celle de l'arbre

Dans l'ajustement avec serrage, J_{max} et J_{min} sont négatifs ($J_{min} < J_{max} < 0$).

Les moyens d'obtention : Le montage de l'arbre dans le moyeu peut être réalisé par :

- par emmanchement forcé à froid (au maillet pour de faibles serrages pour absorber les chocs afin d'éviter les fissures provoquées, à la presse à froid pour des serrages importants)

–avec jeu par dilatation du moyeu (chauffage). Le serrage est obtenu par contraction de le moyeu à la température ambiante. Dans ce cas, on parle de frettage à chaud.

–avec jeu par contraction de l'arbre (refroidissement dans l'azote liquide). Le serrage est obtenu par dilatation de l'arbre à la température ambiante.

Note : au montage l'assemblage se fait avec jeu, il ne devient avec serrage qu'à la température ambiante

2.3 Ajustement avec incertain

La zone des tolérances du moyeu et de l'arbre se chevauchent. En montage,

L'ajustement peut être avec jeu ou avec serrage suivant les positions relatives des cotes réelles de l'assemblage.

Dans l'ajustement incertain, J_{max} est positif, J_{min} est négatif ($J_{min} < 0 < J_{max}$).

Il est possible de trouver par les calculs que l'ajustement est incertain mais, en réalité l'assemblage au montage ne s'effectue qu'avec jeu ou avec serrage.

Pour chaque dimension, il est prévu toute une gamme de tolérances et par conséquent toute une gamme d'ajustements. Pour imposer un certain ordre, deux systèmes de base ont été élaborés :

- Le système d'ajustement à alésage normal.
- Le système d'ajustement à arbre normal.

3. Description de l'opération de frettage

Le frettage est un procédé largement utilisé dans l'industrie. Il permet la liaison par serrage entre l'arbre et le moyeu. Le montage est effectué avec jeu soit en rétrécissant l'arbre ou en dilatant le moyeu ou en combinant les deux méthodes (Figure I.1). Le serrage est obtenu après le montage à la température ambiante. Il permet de réaliser une liaison complète entre ces deux pièces grâce au frottement entre les deux surfaces de contact et empêche aussi tout mouvement relatif entre elle

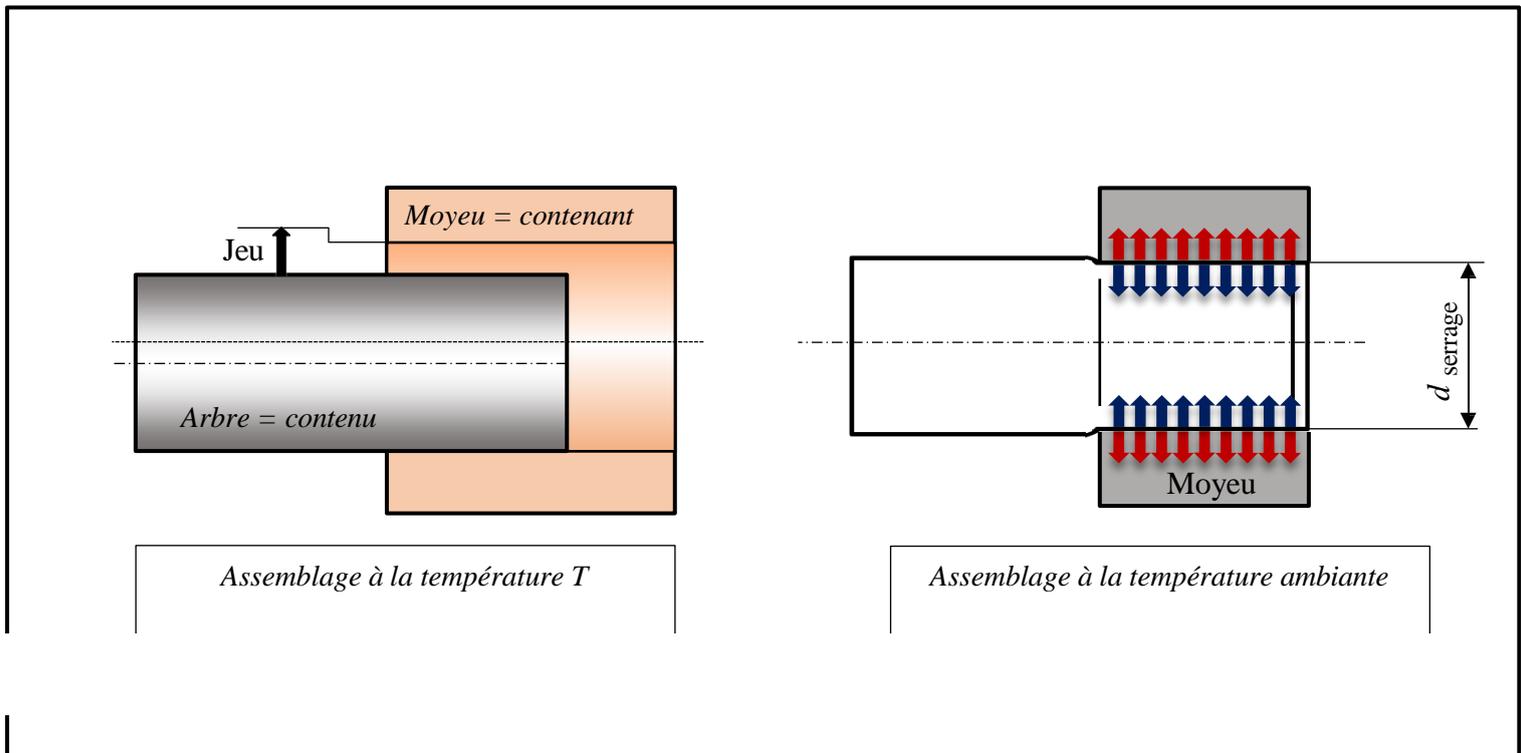


Figure 3 : Principe du frettage

Il existe trois types d'assemblage fretté :

CHAPITRE 1
ASSEMBLAGE FRETTE

• Le frettage par dilatation " frettage à chaud " : où la bague est dilatée par chauffage au four ou dans un bain d'huile chaude ou par induction, ce type d'assemblage est d'avantage préconisé, dans la mesure où cette solution est plus économique que le processus à froid (Figure 3).

• Le frettage par refroidissement « frettage à froid " : avec de l'azote liquide ou de la glace carbonique, on refroidit l'élément fretté " l'axe ", pour qu'il se contracte et s'engage facilement dans la frette " le moyeu " (Figure 3).

• Le frettage par combinaison des deux procédés.

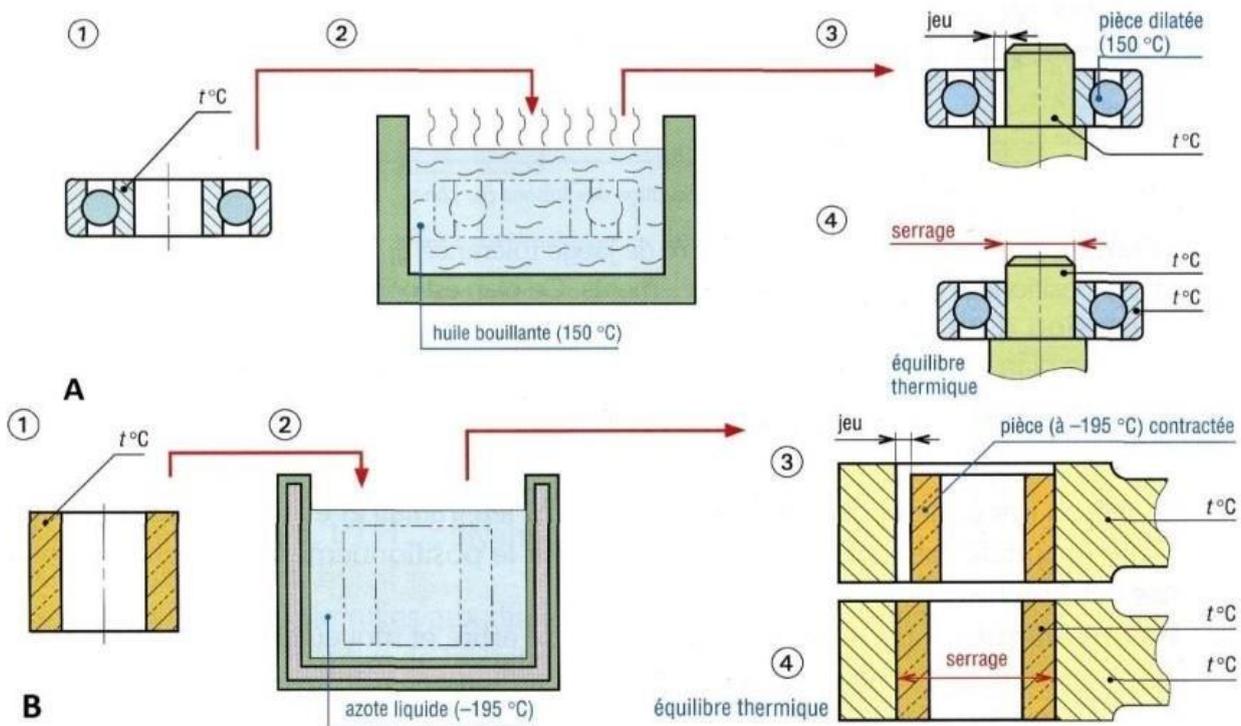


Figure 4 : Procédure du frettage par dilatation ; par contraction

L'avantage du frettage est qu'il est adapté à la transmission du couple entre l'axe et le moyeu, généralement la valeur de ce couple est très importante, donc il est nécessaire de prendre un coefficient de sécurité. Le frettage a un coût de fabrication très faible, cependant, il doit être fait rapidement.

Les propriétés de résistance mécanique de l'assemblage fretté dépendent de plusieurs paramètres comme la nature des matériaux, les dimensions, la forme et l'état de surface des pièces assemblées. Pour assurer une bonne résistance de l'assemblage, on doit étudier son comportement en fonction de ces paramètres. Les ingénieurs utilisent des méthodes normalisées basées sur les solutions classiques de tube à paroi épaisse. Ce modèle sert à calculer les contraintes engendrées par la pression entre l'axe et le moyeu.

4. Les avantages et les inconvénients

4.1 Les avantages

- facilité de montage et démontage
- Limite les concentrations de contraintes
- Permet la transmission d'efforts importants
- Éliminent le jeu dans les clavettes et les cannelures

4.2 Les inconvénients

- Sensibilité à la Chaleur
- Précision de Fabrication Exigée

5. Conclusion

Ce chapitre a présenté les bases théoriques de l'assemblage fretté (arbre-moyeu), une technique de liaison mécanique robuste sans éléments externes. Les trois types d'ajustements — avec jeu, avec serrage et incertain — ont été définis à travers les calculs d'écarts (ES , EI , es , ei) et de jeux (J_{\max} , J_{\min}), déterminants pour la performance de l'assemblage.

Les procédés de frettage (à chaud, à froid ou combinés) ont été expliqués, mettant en avant leur efficacité économique et leurs limites opérationnelles. L'étude a également souligné l'impact

CHAPITRE 1
ASSEMBLAGE FRETTE

critique des paramètres tels que le choix des matériaux, la géométrie des pièces et la pression interfaciale sur la résistance mécanique.

Enfin, les modèles normatifs (ex. tubes à paroi épaisse) ont été identifiés comme outils clés pour évaluer les contraintes et garantir la transmission optimale des efforts. Ces concepts préparent l'analyse, dans les chapitres suivants, de l'influence de la température de chauffage sur l'optimisation du serrage et la capacité de charge de l'assemblage.

Chapitre II : Étude théorique d'un assemblage fretté

1. INTRODUCTION

L'analyse approfondie des modèles mécaniques et thermiques régissant le comportement des assemblages frettés (arbre-moyeu) s'appuie sur trois piliers théoriques majeurs :

Théorie des cylindres à parois épaisses : En modélisant l'arbre et le moyeu comme des cylindres sous pression interne/externe, les équations de Lamé sont appliquées pour déterminer les contraintes radiales (σ_r) et tangentielles (σ_θ) ainsi que les déformations associées. Ces calculs prennent en compte les paramètres géométriques (rayons interne/externe) et les propriétés matérielles (module d'élasticité, coefficient de Poisson).

Analyse des contraintes thermiques : Lorsque des variations de température surviennent (chauffage/refroidissement pendant le frettage), des contraintes thermiques se développent. Des équations dérivées de la loi de Hooke généralisée sont utilisées pour quantifier ces effets, intégrant le coefficient de dilatation linéaire (α) et la distribution non uniforme de la température ($T(r)$).

Étude des cylindres composés : Pour optimiser la résistance, les assemblages frettés peuvent être modélisés comme des systèmes composés (cylindre interne et externe). La pression de contact (P_c) générée par le serrage est calculée via des relations prenant en compte les déformations radiales des deux composants, permettant d'évaluer leur interaction mécanique.

Ces approches théoriques visent à prédire les seuils critiques de pression, de contrainte et de déformation, essentiels pour garantir la transmission efficace du couple et éviter les défaillances plastiques. Elles constituent un fondement pour d'éventuelles simulations numériques ou validations expérimentales.

2. Etude théorique du montage fretté d'un moyeu sur un arbre creux

Les éléments du montage sont considérés des cylindres à parois épaisses et supposés soumis à une pression interne p_1 et externe p_2 .

Un cylindre est dit à parois épaisses si l'épaisseur de sa paroi est plus grande que le dixième de son rayon moyen. Examinons un cylindre à parois épaisses se trouvant sous l'action d'une pression d'une interne (p_1) et d'une pression externe (p_2) (FIG. 5); r_1 et r_2 sont respectivement les rayons interne et externe du cylindre. Suite à la symétrie axiale ainsi que des sollicitations, les contraintes et déformations dans celui-ci seront également symétriques par rapport à son axe.

A l'aide de deux sections pratiquées perpendiculairement à l'axe du cylindre délimitons un anneau de longueur unitaire (Figure 5). Découpons de cet anneau un $adbc$ (Figure 6) à l'aide de deux plans coupant l'axe du cylindre et formant entre eux un angle égal à $d\theta$, ainsi que de deux surfaces cylindriques de rayons r et $r + dr$ (Figure 6). Sur les arêtes de cet élément vont agir les contraintes σ_r et tangentielles σ_θ qui remplacent l'influence de la partie éloignée du cylindre et qui satisfont aux conditions d'équilibre de l'élément. Il est

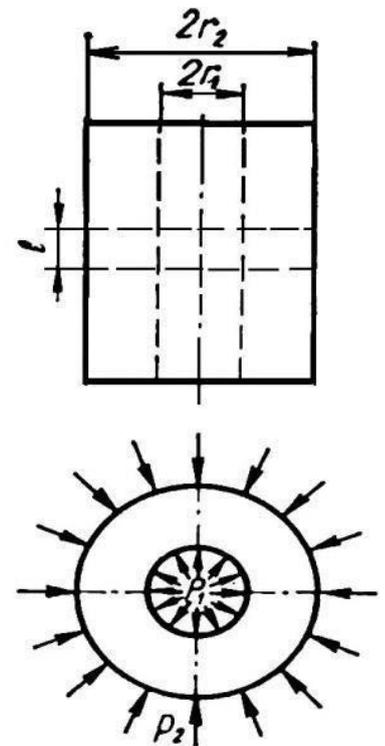


Figure 5 : Cylindre à parois épaisses soumis à une pression interne et externe

évident que σ_θ et σ_r seront des contraintes principales. Commençons par déterminer $\sigma_r = f(P_1, P_2, r)$ et de $\sigma_\theta = f_1(P_1, P_2, r)$ en considérant le cas général où les pression intérieures et extérieures sont différentes de zéro.

L'analyse statique du problème ; établissons les équations de l'équilibre dans le repère lié au système des coordonnées adopté (FIG. 2c) : $\sum X = 0$; $\sum Y = 0$.

A cause de la symétrie de l'élément, la deuxième condition se réalise automatiquement tandis que la première, après l'introduction des expressions pour les efforts, prendra la forme suivante.

$$\Sigma X = -\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta - 2(\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2}) = 0$$

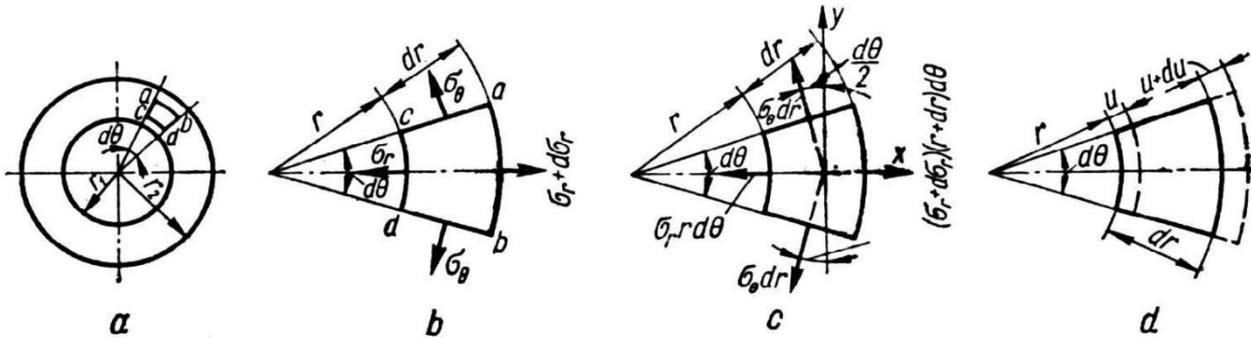


Figure 6 : Éléments de volume différentiel dans un cylindre en coordonnées cylindriques

posant $\sin \frac{d\theta}{2} \cong \frac{d\theta}{2}$ et rejetant les grandeurs du deuxième ordre de petitesse, nous aurons

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \tag{1}$$

Cette équation contient deux inconnues : les contraintes σ_θ et σ_r . Pour la détermination de ces, dernières il faut considérer les aspects géométrique et physique du problème, ce qui permettra de présenter l'équation (1) par l'intermédiaire des déplacements.

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \tag{2}$$

L'allongement relatif dans la direction tangentielle sera égal à

$$\epsilon_\theta = \frac{(r+u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r} \tag{3}$$

Considérant l'aspect physique du problème, écrivons dans la forme ci-dessous les dépendances entre les contraintes et les déformations en accord avec la loi de Hooke généralisée pour le cas d'état de contrainte plan :

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_r + \mu \varepsilon_\theta);$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_\theta + \mu \varepsilon_r);$$

Compte tenu de (2) et (3) nous aurons

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right); \\ \sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right). \end{array} \right. \quad (4)$$

Introduisant (4) dans (1), nous obtiendrons une équation différentielle explicitée à travers les déplacements

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (5)$$

En mettant cette équation sous la forme.

$$\frac{d}{dr^2} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ur)}{dr} \right] = 0$$

Nous trouverons, après l'avoir intégrée deux fois, la solution générale suivante :

$$u = C_1 + C_2 \frac{1}{r}, \quad (6)$$

Où C_1 et C_2 sont les constantes d'intégration qu'on détermine à partir des conditions limites.

Dans notre cas, ces conditions sont :

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = 0 \text{ et } (\sigma_r)_{r=r_2} = 0$$

Introduisant (6) dans (4), nous aurons.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 - \frac{1-\mu}{r_2^2} C_2 \right]; \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 + \frac{1-\mu}{r_2^2} C_2 \right]. \quad (8)$$

Introduisant les conditions limites dans (7), nous obtiendrons.

$$-P_1 = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 - \frac{1-\mu}{r_1^2} C_2 \right];$$

$$-P_2 = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 + \frac{1-\mu}{r_2^2} C_2 \right].$$

En résolvant ensemble ces équations, on obtient.

$$C_1 = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} ;$$

$$C_2 = \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} .$$

En mettant les valeurs des constantes C_1 et C_2 dans (6)-(8), nous obtiendrons les formules définitives permettant de déterminer le déplacement radial u et les contraintes (*formules de Lamé*):

$$u = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} r + \frac{1+\mu}{E} \times \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (9)$$

$$\sigma_r = \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (10)$$

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (11)$$

Additionnant (10) et (11), on constate que

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \text{const},$$

Par conséquent,

$$\varepsilon_z = -\frac{u}{E}(\sigma_r + \sigma_\theta) = \text{const},$$

Autrement dit, en déformation les sections transversales du cylindre restent planes. Les formules (9)-(11) sont valables pour un cylindre de longueur infinie et ne peuvent s'employer que pour les sections suffisamment éloignées des fonds, si évidemment le cylindre en est doté.

Quand on se trouve en présence de charges axiales N agissant sur le cylindre, et si, en particulier, le cylindre est doté de fonds, les contraintes axiales apparaissent dans ses parois :

$$\sigma_z = \frac{N}{F} = \frac{N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}. \quad (12)$$

Dans (9) apparaît alors le terme.

$$\Delta u = -\mu \frac{\sigma_z}{E} r, \quad (13)$$

Alors que les contraintes σ_r et σ_θ restent inchangées.

Étude théorique d'un assemblage fretté

Dans un cas particulier lorsque la pression extérieure ne se manifeste pas ($p_2 = 0$), seule la pression de contact entre le moyeu et l'arbre doit être prise en considération ($p_1 = p$).

Les formules permettant de déterminer les contraintes et les déplacements dans un cylindre à parois épaisses peuvent s'écrire sous la forme suivante.

$$\sigma_r = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2} \right) p_1 ; \tag{14}$$

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right) p_1 ; \tag{15}$$

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{r_1^2 p_1}{r_2^2 - r_1^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \times \frac{r_2^2 r^2 p_1}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} . \tag{16}$$

En même temps.

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{max} = (\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1 ; \\ (\sigma_\theta)_{max} = (\sigma_\theta)_{r=r_1} = \frac{1 + k^2}{1 - k^2} p_1 , \end{cases} \tag{17}$$

avec

$$k = \frac{r_1}{r_2}$$

Le déplacement radial de la surface interne, c'est-à-dire l'accroissement du rayon interne, est égal à

$$(u)_{r=r_1} = \frac{r_1}{E} \left(\frac{1+k^2}{1-k^2} + \mu \right) p \quad (18)$$

Pour la surface externe du cylindre nous aurons :

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = 0 ;$$

$$(\sigma_\theta)_{r=r_2} = \frac{2k^2}{1-k^2} p ; \quad (19)$$

$$(u)_{r=r_2} = \frac{r_2^2}{E} \cdot \frac{2k^2}{1-k^2} p . \quad (20)$$

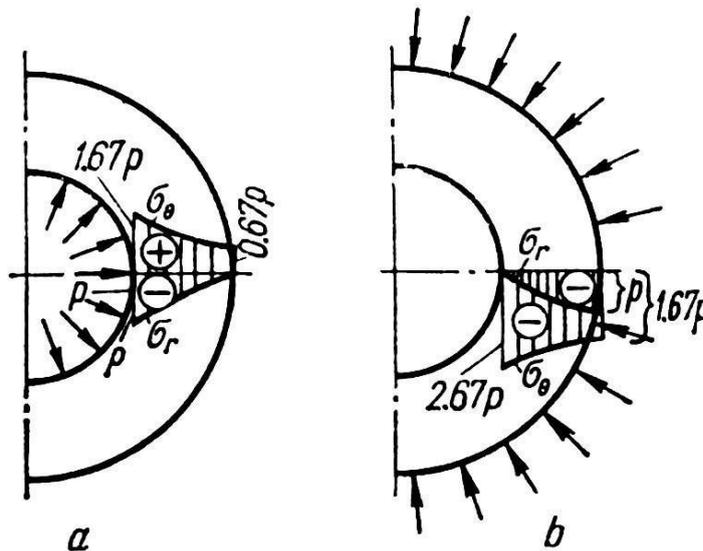


Figure 7 : Distribution des contraintes dans un cylindre plein soumis à une pression ; un cylindre creux soumis à une pression

La (Figure 7), montre les diagrammes des contraintes pour le cas étudié avec $k = \frac{r_1}{r_2} = 0,5$.

Le long du rayon les contraintes varient selon une fonction hyperbolique. Les points dangereux (Les points correspondant aux contraintes maximales) sont situés sur la surface externe du cylindre, lorsque $r = r_1$

De l'analyse de (15.17), il vient que pour $r_2 \rightarrow \infty$ et $k \rightarrow 0$

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p ; (\sigma_\theta)_{r=r_1} = p .$$

En nous servant, par exemple, de la théorie de résistance, nous aurons

$$\sigma_{eqIII} = \left| \sigma_r - \sigma_\theta \right| \leq [\sigma_\acute{e}] . \quad (21)$$

Dans le cas limite étudié ($k \rightarrow 0$)

$$\sigma_1 = (\sigma_\theta)_{r=r_1} = p ; \sigma_3 = (\sigma_r)_{r=r_1} = -p$$

La condition de résistance (15.21) prendra la forme suivante

$$2p \leq \sigma_\acute{e} ,$$

d'ou

$$p \leq \frac{\sigma_\acute{e}}{2} .$$

Ainsi, un cylindre doté d'une paroi assez épaisse n'admet pas une pression intérieure plus grande qu'une valeur déterminée, autrement dit, l'augmentation de l'épaisseur de la paroi d'un cylindre est loin d'être toujours une, mesure efficace d'augmentation de sa résistance.

Étudions un autre cas particulier lorsque la pression intérieure ne se manifeste pas ($p_1 = 0$, $p_2 = p$). Les formules (9)-(11) prendront la forme suivante :

$$u = -\frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{r_2^2 p}{r_2^2 - r_1^2} r - \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2 p}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (22)$$

$$\sigma_r = -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) p ; \quad (23)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) p . \quad (24)$$

Comme il ressort de (23) et (24), les deux contraintes sont, dans ce cas, des contraintes de compression, et $|\sigma_\theta| > |\sigma_r|$. Sur la surface interne.

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = 0 ; \quad (25)$$

$$(\sigma_\theta)_{r=r_1} = \frac{2}{1-k^2} p ; \quad (26)$$

$$(u)_{r=r_1} = \frac{r_1}{E} \frac{2}{1-k^2} p . \quad (27)$$

Sur la surface externe du cylindre

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = -p ;$$

$$(\sigma_{\theta})_{r=r_2} = \frac{1+k^2}{1-k^2} p ; \quad (28)$$

$$(u)_{r=r_2} = \frac{r_2}{E} \left(\frac{2}{1-k^2} - \mu \right) p. \quad (29)$$

La (FIG. 7b) montre les diagrammes des contraintes σ_{θ} et σ_a pour $k = \frac{r_1}{r_2} = 0,5$. La

contrainte maximale en valeur absolue σ_{θ} se retrouve sur la surface interne du cylindre ; ces points présentent également du danger. Posant dans la formule (22) $r_1 = 0$ et $r = r_2$, nous obtiendrons la valeur du déplacement de la surface externe pour un cylindre plein :

$$(u)_{r=r_2} = -p \frac{r_2}{E} (1 - \mu). \quad (30)$$

3. Calcul des cylindres compound

Dans le but d'atteindre une distribution plus régulière des contraintes sur l'épaisseur de la paroi ainsi qu'un déchargement des couches internes par une meilleure mise à profit des couches externes, on fabrique des cylindres compound par voie de revêtement avec serrage d'un cylindre dans l'autre (d'ordinaire à l'aide d'un ajustement bloqué par dilatation). La valeur de la pression interne admissible de tels cylindres peut être sensiblement plus élevée que celle des cylindres fabriqués en une pièce.

Lors du revêtement avec serrage d'un cylindre dans l'autre, les contraintes tangentielles deviennent des contraintes de compression dans le cylindre interne et des contraintes de traction dans le cylindre externe. La (Figure 8.a), a montré le diagramme des contraintes qui apparaissent après le revêtement.

Quand un cylindre compound se trouve sous l'action d'une pression interne, on y voit apparaître des contraintes que l'on détermine, tout comme pour un cylindre fait en une seule pièce, d'après les formules (14) et (15) et dont les diagrammes sont représentés sur la (Figure 8.b).

Additionnant les diagrammes des contraintes représentés sur les (Figure 8.a), et (Figure 8.b) nous obtiendrons le diagramme réel (Figure 8.c) qui a lieu dans un cylindre compound soumis à une pression intérieure.

On voit de ce diagramme résultant que les contraintes fatiguant la paroi d'un cylindre compound sont distribuées de façon plus régulière

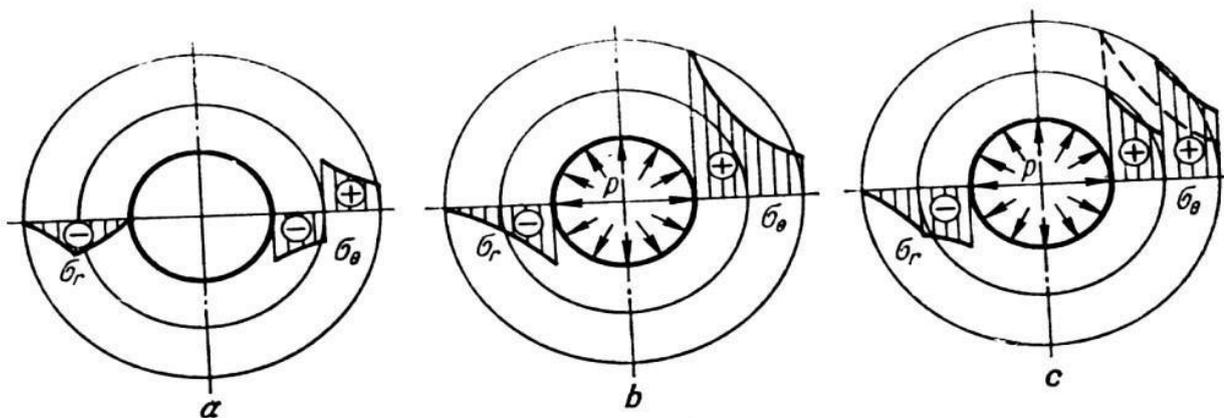


Figure 8 : Contraintes dans le cylindre intérieur du compound, en absence de pression ; le cylindre extérieur du compound, dues à la pression d'assemblage

Que dans un cylindre fait en une pièce (le diagramme montré en pointillé); aussi, les cylindres compound se distinguent-ils par une exploitation du matériau plus rationnelle que dans des cylindres non composés.

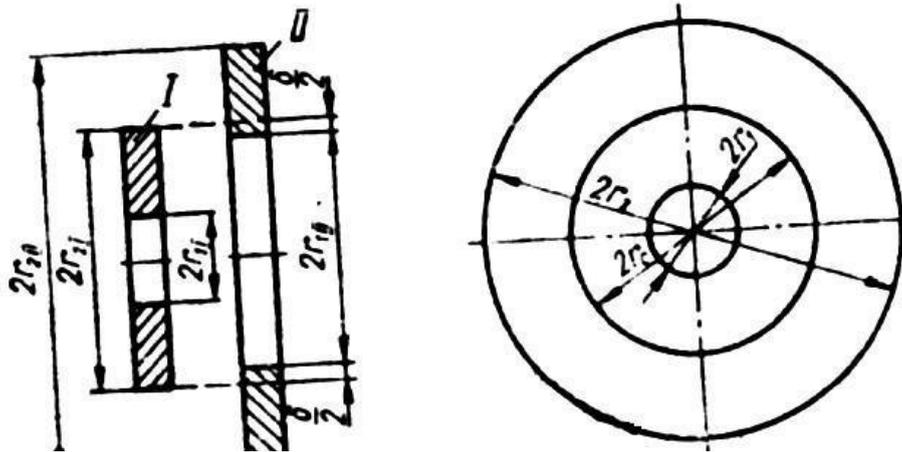


Figure 9 : Cylindres compound avec serrage

Quand on calcule les cylindres compound, l'étape essentielle consiste dans la détermination de la valeur de la pression p_c que supporte la surface de contact pour un serrage donné Δ représentant la différence entre le diamètre extérieur du cylindre interne I et le diamètre intérieur du cylindre externe II (Figure 8). Il est évident que la diminution du rayon extérieur du cylindre interne u_I et l'accroissement du rayon intérieur du cylindre externe u_{II} font la moitié du serrage.

$$|u_I| + |u_{II}| = \frac{\Delta}{2} \quad (31)$$

Tenant compte de ce que Δ est trop petit par comparaison avec le rayon de la surface de contact, on peut poser $r_{2I} = r_{2II} = r_c$ (r_c est le rayon de la surface de contact du cylindre compound).

La pression de contact P_c sera une pression extérieure pour le cylindre interne et une pression intérieure pour le cylindre externe.

Introduisons la désignation :

$$k_1 = \frac{r_1}{r_c} ; \quad k_2 = \frac{r_c}{r_2} .$$

Le déplacement radial de la surface de contact du cylindre interne s'obtient de la formule

(29):

$$|u_I| = \frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1^2}{1-k_1^2} - \mu_1 \right) p_c , \quad (32)$$

Celui du cylindre externe, de la formule (18):

$$|u_{II}| = \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2} + \mu_2 \right) p_c . \quad (33)$$

Mettant les valeurs absolues de ces déplacements dans (31), nous aurons

$$\frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1^2}{1-k_1^2} - \mu_1 \right) p_c + \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2} + \mu_2 \right) p_c = \frac{\Delta}{2} ,$$

D'où, en résolvant l'équation par rapport à P_c , nous trouverons.

$$p_c = \frac{\frac{\Delta E}{2}}{\frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1}{1-k_1^2} - \mu_1 \right) + \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1+k_2}{1-k_2^2} + \mu_2 \right)} \quad (34)$$

Si les constituants d'un cylindre compound sont fabriqués en un même matériau, la formule se simplifie pour prendre la forme suivante :

$$p_c = \frac{\Delta E}{2r_c} \cdot \frac{(1-k_1^2)(1-k_2^2)}{(1+k_1^2)(1-k_1^2) + (1+k_2^2)(1-k_2^2)} \quad (35)$$

C'est à partir de la valeur de p_c ainsi obtenue $P_c = f(\Delta)$ qu'on détermine les contraintes initiales dans le cylindre interne (formules (23), et dans le cylindre externe (formules (14), (15)). Les formules (34) (35) ne sont valables que si les contraintes ne dépassent pas la limite de proportionnalité.

Si des déformations plastiques apparaissent lors du frettage, les efforts réels P_c seront inférieurs à ceux que donnent les calculs.

4. Contraintes thermiques

Dans le cas d'un échauffement inégal des cylindres à parois épaisses, on voit apparaître des contraintes thermiques. Pour le calcul de ces dernières, l'équation d'équilibre (1) et les relations géométriques (2) et (3) obtenues antérieurement restent valables, seules les relations physiques seront quelque peu modifiées

Désignons par $t(r)$ l'augmentation de la température qui est fonction du rayon courant r et par α le coefficient de dilatation linéaire. Adoptant E et μ , pour les valeurs du module d'élasticité et du

coefficient de Poisson correspondant à la température moyenne de la paroi, nous pouvons écrire la loi de Hooke généralisée dans la forme suivante.

$$\begin{cases} \varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \mu \sigma_r + \mu \sigma_\theta) + \alpha t(r) = \text{const}; \\ \varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu \sigma_z + \mu \sigma_\theta) + \alpha t(r) \\ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \mu \sigma_z + \mu \sigma_r) + \alpha t(r) \end{cases} \quad (36)$$

Résolvant ces équations par rapport aux contraintes, nous aurons

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)\varepsilon_z + \mu\varepsilon_r + \mu\varepsilon_\theta - (1+\mu)\alpha T(r)]; \quad (37)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)\varepsilon_r + \mu\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_z - (1+\mu)\alpha T(r)]; \quad (38)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu)\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r + \mu\varepsilon_z - (1+\mu)\alpha T(r)]. \quad (39)$$

Vu que $\varepsilon_r = \frac{du}{dr}$ et $\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}$ (40)

et après avoir introduit dans l'équation (1) les expressions (38) et (39), on obtient

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha \frac{dt(r)}{dr}. \quad (41)$$

Connaissant la loi de variation de la température $T = f(r)$, on peut déterminer le déplacement u à partir de l'équation (41).

Mettant (41) dans la forme suivante

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d(ur)}{dr} \right] = \frac{1+u}{1-u} \alpha \frac{dt(r)}{dr}$$

et intégrant deux fois cette équation, nous obtiendrons

$$u = \frac{1}{r} \cdot \frac{1+u}{1-u} \int_{r_1}^r \alpha t(r) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (42)$$

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 s'obtiennent des conditions qui caractérisent σ_r sur les faces interne et externe du cylindre

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = 0 ; (\sigma_r)_{r=r_2} = 0 . \quad (43)$$

Introduisant (40) et (42) dans (38), nous aurons

$$\sigma_r = \frac{E}{1+\mu} \left[-\frac{1}{r^2} \cdot \frac{1+u}{1-u} \int_{r_1}^r \alpha t(r) r dr + \frac{C_1}{1-2u} + \frac{C_2}{r^2} + \frac{u}{1-2u} \varepsilon_z \right]$$

Après avoir mis cette expression dans (43) et résolu par rapport aux constantes d'intégration le système de deux équations ainsi obtenues, nous aurons.

$$C_1 = \frac{(1+u)(1-2u)}{1-u} \cdot \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)rdr - u\varepsilon_z ;$$

$$C_2 = \frac{1+u}{1-u} \cdot \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)rdr$$

En mettant (40) dans (37) - (39), compte tenu de (42) et des valeurs trouvées de C_1 et de C_2 , nous obtiendrons

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r_1}^r at(r)rdr + \frac{r^2 - r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)r^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)rdr \right] ; \quad (44)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu} \left[-\frac{1}{r^2} \int_{r_1}^r at(r)rdr + \frac{r^2 - r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)r^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)rdr - at(r) \right] ; \quad (45)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu} \left[-\frac{2u}{r^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)rdr + (1-u)\varepsilon_z - at(r) \right] \quad (46)$$

La grandeur inconnue ε_z qui entre dans la dernière formule peut être déterminée, dans le cas d'une dilatation non gênée du cylindre, de la condition exprimant l'absence de l'effort longitudinal dans la section transversale du cylindre :

$$N = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \sigma_z r dr d\varphi = 0 ; \quad (47)$$

Où

$$\int_{r_1}^{r_2} \sigma_z r dr = 0 .$$

Plaçant dans cette dernière égalité l'expression pour σ_z (46), trouvons

$$\varepsilon_z = \frac{2}{r_2^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)r dr .$$

Compte tenu de l'expression de ε_z qui vient d'être obtenue, la formule (46) prendra la forme suivante :

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\mu} \left(\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_1}^{r_2} at(r)r dr - at(r) \right) . \quad (48)$$

Si l'on connaît la loi de variation de la température $T(r)$ sur l'épaisseur de la paroi, on peut calculer l'intégrale $\int_{r_1}^{r_2} at(r) r dr$ et déterminer les contraintes.

Si la variation de la température obéit à une loi linéaire,

$$T(r) = T \frac{r_2 - r}{r_2 - r_1}, \quad (49)$$

Avec $T = T_1 - T_2$; T_1 et T_2 , températures sur les faces interne et externe du cylindre respectivement.

Plaçant (49) dans (44), (45) et (48), nous aurons après intégration.

$$\sigma_r = \frac{E\alpha T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[r - \frac{r^3}{r_2^2} - \left(1 - \frac{r_2}{r_2^2}\right) \frac{r^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right]; \quad (50)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\alpha T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[2r + \frac{r^3}{r_2^2} - \left(1 - \frac{r_2}{r_2^2}\right) \frac{2r^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right]; \quad (51)$$

$$\sigma_z = \frac{E\alpha T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[3r - \frac{2(r^3 - r_1^3)}{r_2^2 - r_1^2} \right]. \quad (52)$$

Sur la face interne du cylindre, lorsque $r = r_1$ les contraintes seront

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma_r)_{r=r_1} = 0 \\ (\sigma_\theta)_{r=r_1} = (\sigma_z)_{r=r_1} = \frac{E\alpha T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[3r_1 - \frac{2(r_2^3-r_1^3)}{r_2^2-r_1^2} \right] \end{array} \right. \quad (53)$$

Sur la face externe, lorsque $r = r_2$,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma_r)_{r=r_2} = 0 \\ (\sigma_\theta)_{r=r_2} = (\sigma_z)_{r=r_2} = \frac{E\alpha T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[3r_2 - \frac{2(r_2^3-r_1^3)}{r_2^2-r_1^2} \right] \end{array} \right. \quad (54)$$

La (Figure 10.a) montre les diagrammes de distribution des contraintes thermiques sur l'épaisseur de la paroi du cylindre caractérisée par la relation

$$k = \frac{r_1}{r_2} = 0.5 \text{ pour } \mu = 0.3.$$

Dans le cas où la variation de la température sur l'épaisseur de la paroi d'un cylindre à parois épaisses obéit à une loi logarithmique suivante :

$$T(r) = \frac{T}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad . (55)$$

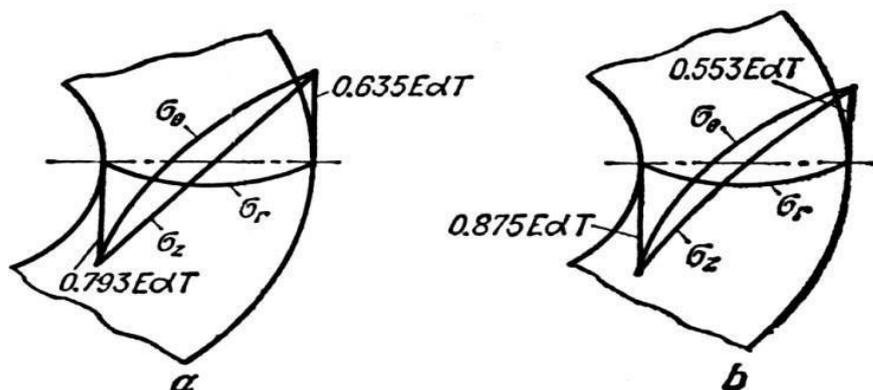


Figure 10 : Diagrammes de distribution des contraintes thermiques sur l'épaisseur de la paroi d'un cylindre épais (cas de référence) ; pour un cylindre à paroi épaisse avec variation logarithmique de la température

Après introduction de (55) dans (44), (45) et (48) et intégration, les formules permettant de déterminer les contraintes σ_r , σ_θ et σ_z qui seront respectivement :

$$\sigma_r = \frac{E\alpha T}{2(1-\mu)\ln^2} \frac{r_2}{r_1} \left[\ln \frac{r_2}{r} + \frac{r^2}{r^2-r_1^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right) \ln \frac{r_2}{r_1} \right]; \quad (56)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\alpha T}{2(1-\mu)\ln^2} \frac{r_2}{r_1} \left[1 - \ln \frac{r_2}{r} - \frac{r^2}{r^2-r_1^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_1^2}\right) \ln \frac{r_2}{r_1} \right]; \quad (57)$$

$$\sigma_z = \frac{E\alpha T}{2(1-\mu)\ln^2} \frac{r_2}{r_1} \left[1 - 2 \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{2r_1^2}{r^2-r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right]. \quad (58)$$

Sur la face interne du cylindre, quand $r = r_1$, les contraintes seront

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{r=r_1} = 0; \\ (\sigma_\theta)_{r=r_1} = (\sigma_z)_{r=r_1} = \frac{E\alpha T}{2(1-\mu)\ln^2} \frac{r_2}{r_1} \left[1 - \frac{2r_1^2}{r_1^2-r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right] \end{cases} \quad (59)$$

Sur la face externe, quand $r = r_2$, on aura :

$$\begin{cases} (\sigma_r)_{r=r_2} = 0; \\ (\sigma_\theta)_{r=r_2} = (\sigma_z)_{r=r_2} = \frac{E\alpha T}{2(1-\mu)\ln^2} \frac{r_2}{r_1} \left[1 - \frac{2r_1^2}{r_2^2-r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right] \end{cases} \quad (60)$$

Pour le cas où la température varie suivant une fonction logarithmique, les diagrammes de répartition des contraintes thermiques sur l'épaisseur de la paroi d'un cylindre (pour $k = \frac{r_1}{r_2} = 0,5$ quand $\mu = 0,3$), prennent la forme de la (Figure 10.b).

Au voisinage des bouts du cylindre, les contraintes axiales déterminées à l'aide des formules données plus haut ne peuvent avoir lieu que si les bouts sont sollicités par une charge superficielle variant suivant la formule exprimant σ_z (eq. 58)

5. Conclusion

Les modèles théoriques de calcul de l'état de contraintes dans un assemblage statiques avec interférence (assemblage fretté), révèlent l'interdépendance complexe entre le serrage, les contraintes mécaniques, d'inertie (non considérée dans notre sujet), thermiques, ainsi que les propriétés des matériaux.

Les équations de Lamé illustrent comment la répartition des contraintes varie en fonction de la position radiale, présentant des variations inversement proportionnelles au carré du rayon pour les contraintes dans le plan radial de l'assemblage (c.à.d et avec le rayon) pics critiques sur les surfaces internes et externes des cylindres. De même, les calculs thermiques mettent en évidence l'impact significatif des gradients de température sur les déformations résiduelles, notamment lors des procédés de frettage à chaud ou à froid. Pour les cylindres composés, la pression de contact (P_c) s'avère un paramètre clé pour optimiser la résistance globale en redistribuant les contraintes de manière plus homogène. Toutefois, ces modèles se fondent sur des hypothèses idéales, comme des matériaux élastiques et des surfaces parfaites, qui doivent être ajustées dans la pratique pour prendre en compte des facteurs tels que la rugosité de surface ou les déformations plastiques. En somme, ces outils mathématiques constituent une base essentielle pour la conception d'assemblages frettés fiables destinés à des applications industrielles exigeantes, tout en indiquant la nécessité de validations numériques ou expérimentales pour affiner les prédictions et combler les écarts avec les conditions réelles.

**Chapitre III :
Application au
calcul d'un
assemblage
fretté mécanique
de transmission
de puissance**

1. Introduction

Les assemblages frettés (ou assemblages par emmanchement forcé) constituent des techniques fondamentales largement utilisées en génie mécanique. Ils permettent de lier deux ou plusieurs pièces (généralement un arbre et un alésage) de manière solidaire et stable sans nécessiter d'éléments de fixation supplémentaires tels que des vis, des soudures, clavettes, cannelures, Le principe de fonctionnement de ces assemblages repose l'existence d'un serrage qui résulte de l'interférence initiale entre les dimensions des pièces à assembler. Cette interférence initiale génère après assemblage une pression de contact importante à l'interface qui permet d'assurer ainsi une transmission efficace des couples et des efforts axiaux en empêchant tout glissement relatif tangentiel ou axial entre les pièces.

La conception et l'analyse des assemblages frettés nécessitent une étude minutieuse de plusieurs facteurs pour garantir des performances fiables et sûres. Parmi ces facteurs, le calcul de la pression de contact s'impose comme une première étape cruciale. Cette pression doit être suffisante pour assurer le frottement nécessaire à assurer les capacités de fonctionnement sans pour autant dépasser les limites susceptibles d'endommager les pièces (limité de déformation élastique) ; sachant que l'assemblage fretté provoque un serrage donc une déformation élastique des éléments de contact. La pression de contact est étroitement liée à la valeur de l'interférence (ou serrage) appliquée, qui doit être déterminée avec précision en fonction des charges extérieures imposées les propriétés mécaniques des matériaux utilisés, les dimensions géométriques et les états de surfaces des pièces assemblées.

Par ailleurs, l'effet de la température sur les métaux peut être exploité dans ce type d'assemblage serré afin d'éviter d'abimer les états de surfaces des éléments de l'assemblage.

Alors, les conditions thermiques jouent un rôle important dans le comportement de ces assemblages. Les variations de température, que ce soit lors du processus d'assemblage (en utilisant le chauffage pour dilater l'alésage ou le refroidissement pour contracter l'arbre) ou en cours de fonctionnement, peuvent influencer de manière significative les pressions de contact et les contraintes internes. Par conséquent, l'analyse des contraintes thermiques et le calcul de la température d'équilibre deviennent nécessaires pour évaluer la stabilité de l'assemblage sous l'effet des variations thermiques. Il s'agit également de s'assurer que les contraintes résultantes (tangentielles, radiales et axiales) restent dans les limites élastiques des matériaux employés qui, dans notre cas pour l'acier XC 45, est égale, à 490 MPa, afin d'éviter toute déformation plastique qui peut entraîner la diminution de la force de serrage ou la force d'adhérence et peut finir par compromettre la transmission intégrale du mouvement.

Dans cette partie de notre mémoire, on applique l'étude théorique examinée dans les parties précédentes à un cas concret en suivant les étapes de la conception d'un assemblage arbre moyeu qui doit transmettre une certaine puissance de l'arbre au moyeu sans utilisation de moyens de liaisons conventionnels.

Pour cela, l'étude vise à effectuer les calculs nécessaires pour évaluer un assemblage fretté, en commençant par la détermination de la pression de contact en fonction de la puissance à transmettre, du nombre de tours et du coefficient de frottement en passant par le calcul de l'interférence requise, et en terminant par la vérification de l'effet des variations thermiques (Température et d'équilibre) sur les contraintes sur l'état de contraintes dans chaque élément de l'assemblage. Pour cela, les conditions de résistance sont vérifiées à chaque étape pour garantir la sécurité et l'efficacité de la conception.

2. Position du problème

Étant donné un cahier des charges spécifiant la puissance à transmettre (P) et la vitesse de rotation (N) pour un assemblage arbre-moyeu devant être réalisé par frettage, c'est-à-dire sans recours à des éléments de fixation supplémentaires, comment aborder de manière méthodique les étapes de conception et de vérification suivantes :

- ✓ *La détermination de la pression de contact requise à l'interface entre l'arbre et le moyeu, ainsi que le calcul du serrage initial (interférence) nécessaire pour générer cette pression, afin d'assurer la transmission intégrale du couple sans risque de glissement relatif?*
- ✓ *L'évaluation de l'impact des variations de température sur l'assemblage, incluant la température de chauffage nécessaire au montage et la température d'équilibre atteinte en fonctionnement. Il s'agit plus spécifiquement de calculer les contraintes thermiques (radiales, tangentielles, et axiales) induites dans l'arbre et le moyeu avec vérification des conditions de résistance.*

3. Calculs appliqués à un arbre pour transmettre une puissance mécanique P à la vitesse de rotation ω . Analyse et vérification des Contraintes Thermiques.

Les données de départ :

- La puissance à transmettre = 10 kw
- Nombre de tours $N = 2000 \text{ tr/min}$
- Largeur de la frette $L = 40 \text{ mm}$
- Le coefficient de frottement à la surface commune de contact : $f = 0.15$
- Diamètre imposé du contact $d_c = 54 \text{ mm}$
- Matériau : l'acier XC45
- Coefficient de Poisson $\mu = 0.3$, limite élastique $\sigma_e = 490 \text{ MPa}$, coefficient de dilatation thermique = 12.1×10^{-6} .

On commence par calculer la pression de contact : C'est elle-même la surface radiale

$$\sigma_r = p_c = \frac{C}{\pi \cdot f \cdot L \cdot d_c^2}$$

C : le couple

$$C = \frac{P}{\omega} = \frac{10 \times 1000}{2000 \times 2\pi} \times 60$$

$$C = 47.746 \text{ N.m} = 47746 \text{ N.mm}$$

$$p_c = \frac{47746}{\pi \times 0.15 \times 40 \times 54^2} = 0.868 \text{ N/mm}^2 = 0.868 \text{ MPa}$$

La limite élastique de l'acier XC 45 étant de 490 MPa (σ_e), la pression de contact est de loin inférieure $p_c \ll \sigma_e$

La condition de résistance est donc vérifiée.

Calcul du serrage Δ nécessaire qui doit assurer la déformation élastique suffisante pour donner la force de contact

$$|u_l| + |u_r| = \frac{\Delta}{2}$$

u_I = Le déplacement radial de la surface de contact appartenant au cylindre interne.

u_{II} = Le déplacement radial de la surface de contact appartenant au cylindre externe.

$$u_I = r_c \left(\frac{1+k_1^2}{E_1(1-k_1^2)} - \mu \right) p_c$$

$$u_{II} = r_c \left(\frac{1+k_2^2}{E_2(1-k_2^2)} + \mu \right) p_c$$

$$k_1 = \frac{r_1}{r_c}; k_2 = \frac{r_c}{r_2}$$

L'arbre considéré dans l'application étant plein, alors que le cylindre externe présente un diamètre intérieur et un diamètre extérieur non nuls. Donc, Soit $k_1 = 0$; $k_2 = 0.5$.

Les constituants d'un cylindre compound (assemblage fretté) sont fabriqués de même matériau ($E_1 = E_2 = E = 205000 \text{ MPa}$) ; $\mu = 0.3$; $r_c = 27 \text{ mm}$.

$$u_I = \frac{r_c}{E_1} \left(\frac{1+k_1^2}{1-k_1^2} - \mu \right) p_c = \frac{27}{205000} \left(\frac{1+0^2}{1-0^2} - 0.3 \right) 0.868$$

$$u_I = 8 \times 10^{-5} \text{ mm}$$

CHAPITRE 2

Étude théorique d'un assemblage fretté

$$u_{II} = \frac{r_c}{E_2} \left(\frac{1+k_2^2}{1-k_2^2} + u \right) p_c = \frac{27}{205000} \left(\frac{1+0.5^2}{1-0.5^2} + 0.3 \right) 0.868$$

$$u_{II} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$u_I + u_{II} = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow \Delta = 2(u_I + u_{II})$$

$$\Delta = 2(8 \times 10^{-5} + 2.2 \times 10^{-4}) = 6 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

Le serrage (Δ) est plus petit que le delta de l'ajustement adopté ; donc la force de serrage qu'on va obtenir à partir de l'ajustement adopté, sera meilleure que celle calculée . Alors on retient la proposition adoptée (l'ajustement H7p6).

On a :

$$\begin{matrix} & & +30 & & +51 \\ & \phi & & & \\ 54H7 \{ & 0 & & ; \phi 54 p6 \{ & +32 \\ & IT_m = 30 & & & IT_a = 19 \end{matrix}$$



paliers de dimensions en mm	qualités																		
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14*	15*	16*	
≤3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600	
> 3 à	6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750
> 6 à	10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900
> 10 à	18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100
> 18 à	30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300
> 30 à	50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600
> 50 à	80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900
> 80 à	120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200
> 120 à	180	1,2	2	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500
> 180 à	250	2	3	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900
> 250 à	315	2,5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200
> 315 à	400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600
> 400 à	500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000
tolérances fondamentales en microns																			
* les qualités 14, 15, 16 ne sont prévues qu'au-delà de 1 mm																			

Figure 11 : Table intervalles de tolérances IT-ajustements ISO

Source : Table tirée du MémoTech «conception et dessin», C. Barlier, R. Bourgeois

CHAPITRE 2

Étude théorique d'un assemblage fretté

Ecart fondamentaux des alésages

Symbole	Ecart fondamental	Ecart inférieur EI											Ecart supérieur ES																							
		Lettre	A*	B*	C	CD	D	E	EF	F	FG	G	H	Js	J		K		M		N		P a ZC	P	R	S	T	U	V	X	Y	Z	ZA	ZB	ZC	
			Toutes qualités											6	7	8	8	8	8	8	8	7		Toutes qualités												
Ecart fondamental en microns → paliers de dimensions en millimètres	≤ 3	+270	+140	+60	+34	+20	+14	+10	+6	+4	+2	0	+2	+4	+6	0	0	-2	-2	-4	-4	-6	-10	-14	-18	-20	-26	-32	-40	-60
	> 3 à 6	+270	+140	+70	+46	+30	+20	+14	+10	+6	+4	0	+5	+6	+10	-1+Δ	0	-4+Δ	-4	-8+Δ	0	-12	-15	-19	-23	-28	-35	-42	-50	-80
	> 6 à 10	+280	+150	+80	+56	+40	+25	+18	+13	+8	+5	0	+5	+8	+12	-1+Δ	0	-6+Δ	-6	-10+Δ	0	-15	-19	-23	-28	-34	-42	-52	-67	-97
	> 10 à 14	+290	+150	+95	..	+50	+32	..	+16	..	+6	0	+6	+10	+15	-1+Δ	0	-7+Δ	-7	-12+Δ	0	-18	-23	-28	-33	-40	-50	-64	-90	-130
	> 14 à 18	+300	+160	+110	..	+65	+40	..	+20	..	+7	0	+8	+12	+20	-2+Δ	0	-8+Δ	-8	-15+Δ	0	-22	-28	-35	-41	-48	-60	-77	-108	-150
	> 18 à 24	+310	+170	+120	..	+80	+50	..	+25	..	+9	0	+10	+14	+24	-2+Δ	0	-9+Δ	-9	-17+Δ	0	-26	-34	-43	-48	-54	-68	-91	-125	-175
	> 24 à 30	+320	+180	+130	..	+100	+60	..	+30	..	+10	0	+13	+18	+28	-2+Δ	0	-11+Δ	-11	-20+Δ	0	-32	-41	-53	-55	-63	-80	-105	-145	-200
	> 30 à 40	+360	+200	+150	..	+120	+72	..	+36	..	+12	0	+16	+22	+34	-3+Δ	0	-13+Δ	-13	-23+Δ	0	-37	-47	-61	-65	-75	-95	-125	-175	-240
	> 40 à 50	+380	+220	+170	..	+145	+85	..	+43	..	+14	0	+18	+26	+41	-3+Δ	0	-15+Δ	-15	-27+Δ	0	-43	-54	-70	-75	-85	-108	-145	-200	-270
	> 50 à 65	+420	+240	+190	..	+170	+100	..	+50	..	+15	0	+22	+30	+47	-4+Δ	0	-17+Δ	-17	-31+Δ	0	-50	-62	-80	-85	-97	-125	-165	-230	-310
	> 65 à 80	+460	+260	+200	..	+190	+110	..	+56	..	+17	0	+25	+36	+55	-4+Δ	0	-20+Δ	-20	-34+Δ	0	-56	-69	-89	-95	-108	-140	-185	-255	-345
	> 80 à 100	+480	+280	+210	..	+210	+125	..	+62	..	+18	0	+29	+39	+60	-4+Δ	0	-21+Δ	-21	-37+Δ	0	-62	-76	-98	-105	-120	-155	-205	-280	-380
	> 100 à 120	+500	+300	+220	..	+230	+135	..	+68	..	+20	0	+33	+43	+66	-5+Δ	0	-23+Δ	-23	-40+Δ	0	-68	-83	-107	-115	-130	-170	-225	-305	-410

* les écarts A et B et les écarts N des qualités supérieures à 8 ne sont prévus qu'au-delà de 1 mm.
 ** pour Js des qualités 7 à 11, arrondir la valeur de IT en microns, si elle est impaire, à la valeur paire immédiatement inférieure.
 *** Exception: pour M6 seulement, de 250 à 315, ES = -9 (au lieu de -11)
 Valeurs de Δ : pour les écarts comportant le terme additif Δ, prendre les valeurs de celui-ci dans les colonnes de Ex : pour P7 de 18 à 30 Δ = 8, d'où ES = -22 + 8 = -14

Figure 12 : Table écarts fondamentaux des alésages

Source : Table tirée du Mémotech «conception et dessin», C. Barlier, R. Bourgeois

paliers de dimensions en mm	qualités																		
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14*	15*	16*	
≤ 3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600	
> 3 à 6	6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750
> 6 à 10	10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900
> 10 à 14	18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100
> 14 à 18	30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300
> 18 à 24	50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600
> 24 à 30	80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900
> 30 à 40	120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200
> 40 à 50	180	1,2	2	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500
> 50 à 65	250	2	3	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900
> 65 à 80	315	2,5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200
> 80 à 100	400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600
> 100 à 120	500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000

tolérances fondamentales en microns

* les qualités 14, 15, 16 ne sont prévues qu'au-delà de 1 mm

Figure 13 : Table intervalles de tolérances IT-ajustements ISO

Source : Table tirée du Mémotech «conception et dessin», C. Barlier, R. Bourgeois

CHAPITRE 2

Étude théorique d'un assemblage fretté

Écartes fondamentaux des arbres



Symbole	Ecart supérieur es													Ecart inférieur ei																		
	Toutes qualités													Toutes qualités																		
	a*	b*	c	cd	d	e	ef	f	fg	g	h	js	j	k	m	n	p	r	s	t	u	v	x	y	z	za	zb	zc				
Ecartes fondamentaux en microns palliers de dimensions nominales en millimètres	> 3 a 6	-270	-140	-60	-34	-20	-14	-10	-6	-4	-2	0	-2	-4	-6	0	0	+2	+4	+6	+10	+14	...	+18	...	+20	...	+26	+32	+40	+60	
	> 6 a 10	-280	-150	-80	-56	-40	-25	-18	-13	-8	-5	0	-2	-5	...	+1	0	+6	+10	+15	+19	+23	...	+28	...	+34	...	+42	+52	+67	+97	
	> 10 a 14	290	150	95	...	-50	-32	...	-16	...	-6	0	-3	-6	...	+1	0	+7	+12	+18	+23	+28	...	+33	...	+40	...	+50	+64	+90	+130	
	> 14 a 18	300	160	110	...	-65	-40	...	-20	...	-7	0	-4	-8	...	+2	0	+8	+15	+22	+28	+35	...	+41	+47	+54	+63	+73	+98	+136	+188	
	> 18 a 24	310	170	120	...	-80	-50	...	-25	...	-9	0	-5	-10	...	+2	0	+9	+17	+26	+34	+43	...	+48	+60	+68	+80	+94	+112	+148	+200	+274
	> 24 a 30	320	180	130	...	-100	-60	...	-30	...	-10	0	-7	-12	...	+2	0	+11	+20	+32	+41	+53	+66	+87	+102	+122	+144	+172	+226	+300	+405	
	> 30 a 40	340	190	140	...	-120	-72	...	-36	...	-12	0	-9	-15	...	+3	0	+13	+23	+37	+51	+71	+91	+124	+146	+178	+214	+258	+335	+445	+585	
	> 40 a 50	360	200	150	...	-145	85	...	-43	...	-14	0	-11	-18	...	+3	0	+15	+27	+43	+63	+92	+122	+170	+202	+248	+300	+365	+470	+620	+800	
	> 50 a 65	410	240	180	...	-170	-100	...	-50	...	-15	0	-13	-21	...	+4	0	+17	+31	+50	+80	+130	+180	+258	+310	+385	+470	+575	+740	+960	+1250	
	> 65 a 80	420	250	190	...	-190	-110	...	-56	...	-17	0	-16	-26	...	+4	0	+20	+34	+56	+94	+158	+218	+315	+385	+475	+580	+710	+920	+1200	+1550	
	> 80 a 100	430	260	200	...	-210	-125	...	-62	...	-18	0	-18	-28	...	+4	0	+21	+37	+62	+108	+190	+268	+390	+475	+590	+730	+900	+1150	+1500	+1900	
	> 100 a 120	440	270	210	...	-230	-135	...	-68	...	-20	0	-20	-32	...	+5	0	+23	+40	+68	+126	+232	+330	+490	+585	+740	+920	+1100	+1450	+1850	+2400	
	> 120 a 140	450	280	220	...	-250	-150	...	-75	...	-22	0	-22	-35	...	+6	0	+25	+43	+75	+135	+245	+345	+510	+600	+760	+950	+1200	+1600	+2100	+2700	
	> 140 a 160	460	290	230	...	-270	-165	...	-82	...	-24	0	-24	-38	...	+7	0	+27	+46	+82	+145	+260	+360	+530	+620	+790	+1000	+1300	+1800	+2400	+3100	
	> 160 a 180	470	300	240	...	-290	-180	...	-90	...	-26	0	-26	-41	...	+8	0	+29	+49	+90	+160	+280	+380	+560	+650	+830	+1050	+1400	+1900	+2600	+3400	
	> 180 a 200	480	310	250	...	-310	-200	...	-98	...	-28	0	-28	-44	...	+9	0	+31	+51	+98	+175	+300	+400	+590	+680	+870	+1100	+1450	+2000	+2700	+3600	
	> 200 a 225	490	320	260	...	-330	-220	...	-106	...	-30	0	-30	-47	...	+10	0	+33	+54	+106	+190	+320	+420	+620	+710	+910	+1150	+1550	+2100	+2800	+3800	
	> 225 a 250	500	330	270	...	-350	-240	...	-114	...	-32	0	-32	-50	...	+11	0	+35	+56	+114	+200	+340	+440	+650	+740	+950	+1200	+1650	+2200	+3000	+4000	
	> 250 a 280	510	340	280	...	-370	-260	...	-122	...	-34	0	-34	-53	...	+12	0	+37	+58	+122	+210	+360	+460	+680	+770	+990	+1250	+1750	+2400	+3200	+4300	
	> 280 a 315	520	350	290	...	-390	-280	...	-130	...	-36	0	-36	-56	...	+13	0	+39	+60	+130	+220	+380	+480	+710	+800	+1030	+1300	+1850	+2500	+3400	+4600	
> 315 a 355	530	360	300	...	-410	-300	...	-138	...	-38	0	-38	-59	...	+14	0	+41	+62	+138	+230	+400	+500	+740	+830	+1070	+1350	+1950	+2600	+3500	+4800		
> 355 a 400	540	370	310	...	-430	-320	...	-146	...	-40	0	-40	-62	...	+15	0	+43	+64	+146	+240	+420	+520	+770	+860	+1110	+1400	+2050	+2700	+3600	+5000		
> 400 a 450	550	380	320	...	-450	-340	...	-154	...	-42	0	-42	-65	...	+16	0	+45	+66	+154	+250	+440	+540	+790	+880	+1140	+1450	+2150	+2800	+3700	+5200		
> 450 a 500	560	390	330	...	-470	-360	...	-162	...	-44	0	-44	-68	...	+17	0	+47	+68	+162	+260	+460	+560	+810	+900	+1170	+1480	+2200	+2900	+3800	+5400		

* les arbres a et b ne sont prévus qu'au-delà de 1mm.

** pour js des qualités 7 à 11, arrondir la valeur de IT en microns, si elle est impaire, à la valeur paire immédiatement inférieure

Figure 14 : Table écarts fondamentaux des arbres

Source : Table tirée du Mémotech «conception et dessin», C. Barlier, R. Bourgeois

$$\Delta = \alpha \Delta T D_{min} \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta}{\alpha D_{min}}$$

Avec :

Δ = la différence entre le diamètre mini de l'alésage D_{min} et le diamètre max de l'arbre d_{max} :

$$\Delta = d_{max} - D_{min}$$

$$\Delta = 54.051 - 54.000 = 0.051 \text{ mm}$$

$$\Delta T = \frac{d_{max} - D_{min}}{D_{min}} \times \frac{1}{\alpha} = \frac{0.051}{54.000} \times \frac{1}{12.1 \times 10^{-6}} = 78^\circ\text{C}$$

$\Delta T = (T_{ch} - T_{amb})$ avec la température ambiante prise égale à : $T_{amb} = 20^\circ\text{C}$

$$\text{Alors : } T_{ch} = T_{amb} + \Delta T$$

$$T_{ch} = 20 + 78 = 98^{\circ}\text{C}$$

Lors du montage, l'alésage est porté à la température de chauffe pour provoquer la dilatation de l'alésage du moyeu . Après le montage, l'ensemble est laissé refroidir à l'air libre. Mais lors du refroidissement, la frette chauffée va échanger de la chaleur avec l'arbre; c'est à dire la température de la frette va diminuer et la température de l'arbre va augmenter jusqu'à ce que les deux pièces (arbre et frette) soient à la même température (température d'équilibre $T_{\text{éq}}$). La température d'équilibre est déterminée comme suit :

On admit qu'à l'équilibre, les températures de l'arbre et de la frette deviennent égales ($T_{\text{arb}}=T_{\text{moy}}=T_{\text{éq}}$) et à cette température, l'arbre chauffé peut avoir une dilatation pouvant provoquer une augmentation de la pression de contact.

On admit aussi que la chaleur perdue par la frette est gagnée par l'arbre (c'est à dire que l'énergie totale est préservée). Donc, la chaleur totale échangée dans le système est conservée ; elle est donnée par :

$$m_{\text{moy}} c_{\text{moy}} (T_{\text{ch}} - T_{\text{éq}}) = m_{\text{arb}} c_{\text{arb}} (T_{\text{éq}} - T_{\text{amb}}) \dots (*)$$

Où : m_{moy} , c_{moy} , T_{ch} sont la masse, la capacité thermique spécifique et la température initiale (température du moyeu chauffé)

m_{arb} , c_{arb} , T_{amb} sont la masse, la capacité thermique spécifique et la température initiale (température ambiante de l'arbre).

L'équation (*) permet de déduire l'expression de la température d'équilibre ;

$$T_{eq} = \frac{m_{moy} \cdot C_{moy} \cdot T_{ch} + m_{arb} \cdot C_{arb} \cdot T_{amb}}{m_{moy} \cdot C_{moy} + m_{arb} \cdot C_{arb}}$$

Pour l'arbre et moyeu eu même matériau donc :

$$T_{eq} = \frac{m_{moy} \cdot T_{ch} + m_{arb} \cdot T_{amb}}{m_{moy} + m_{arb}}$$

La densité de l'acier XC45 : $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$

La volume pour des pièces cylindriques :

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot L$$

Ou supposée L c'est largeur de la frette $L = 40 \text{ mm}$

Pour l'arbre $r = r_c$

$$V = \pi \cdot r_c^2 \cdot L = \pi \times (0.027)^2 \times 0.04 = 0.000091 \text{ m}^3$$

$$m_{arb} = \rho \times V = 7850 \times 0.000091 = 0.714 \text{ Kg}$$

Étude théorique d'un assemblage fretté

Pour l'alésage : $r=r_2 - r_1$ pour l'arbre plein $r_1 = 0$ mm ;donc $r=r_2= 54$ mm

$$V = \pi \cdot r_2^2 \cdot L = \pi \cdot 0.054^2 \cdot 0.04 = 0.00036 \text{ m}^3$$

$$m_{moy} = \rho \times V = 7850 \times 0.00036 = 2.826 \text{ Kg}$$

$$T_{eq} = \frac{m_{moy} \cdot T_{ch} + m_{arb} \cdot T_{amb}}{m_{moy} + m_{arb}}$$

$$T_{eq} = \frac{2.826 \times 98 + 0.714 \times 20}{2.826 + 0.714}$$

$$T_{eq} = 82^\circ\text{C}$$

On va calculer les contraintes à l'élévation de température $\Delta T = 78^\circ\text{C}$ et à la température d'équilibre $T = 82^\circ\text{C}$

$$\sigma_r = \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{3(1-\mu)(r_2 - r_1)} \left[2r - \frac{r^3}{r^2} - \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) \frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2} \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{3(1-\mu)(r_2 - r_1)} \left[2r + \frac{r^3}{r^2} - \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) \frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2} \right]$$

$$\sigma_z = \frac{E \cdot \alpha \cdot T}{3(1-\mu)(r_2-r_1)} \left[3r - \frac{2(r_2^3 - r_1^3)}{r_2^2 - r_1^2} \right]$$

➤ À la température $T = 78^\circ\text{C}$

On suppose $r = r_c = \frac{d_c}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ mm}$; arbre plein c'est-à-dire :

$$r_1 = 0 \text{ mm}; k_2 = 0.5$$

Et :

$$k_2 = \frac{r_c}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{r_c}{k_2} = \frac{27}{0.5} = 54 \text{ mm}$$

$$\mu = 0.3; \alpha = 12.1 \times 10^{-6}; E = 205000 \text{ MPa}$$

$$T = 78^\circ\text{C}$$

$$\sigma_r = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 78}{3(1-0.3)(54-0)} \left[27 - \frac{0^3}{27^2} - \left(1 - \frac{0^3}{27^2} \right) \frac{54^3 - 0^3}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_r = -46.06 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_r| < \sigma_é$$

$$\sigma_\theta = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 78}{3(1 - 0.3)(54 - 0)} \left[2 \times 27 + \frac{0^3}{27^2} - \left(1 + \frac{0^3}{27^2} \right) \frac{54^3 - 0^3}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_\theta = 0$$

$$\sigma_z = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 78}{3(1 - 0.3)(54 - 0)} \left[3 \times 27 - \frac{2(54^3 - 0^3)}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_z = -46.06 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_z| < \sigma_é$$

La limite élastique pour l'acier XC45 est 490 MPa

Les contraintes axiale, tangentielle et radiale sont inférieures à la limite élastique pour à la température $T_{ch} = 78 + 20 = 98^\circ\text{C}$ donc aucune déformation plastique.

➤ À la température d'équilibre $T_{eq} = 82^\circ\text{C}$

$$\sigma_r = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 82}{3(1 - 0.3)(54 - 0)} \left[27 - \frac{0^3}{27^2} - \left(1 - \frac{0^3}{27^2} \right) \frac{54^3 - 0^3}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_r = -48.42 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_r| < \sigma_e$$

$$\sigma_\theta = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 82}{3(1 - 0.3)(54 - 0)} \left[2 \times 27 + \frac{0^3}{27^2} - \left(1 + \frac{0^3}{27^2} \right) \frac{54^3 - 0^3}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_\theta = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = \frac{205000 \times 12.1 \cdot 10^{-6} \times 82}{3(1 - 0.3)(54 - 0)} \left[3 \times 27 - \frac{2(54^3 - 0^3)}{54^2 - 0^2} \right]$$

$$\sigma_z = -48.42 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_z| < \sigma_e$$

La limite élastique pour l'acier XC45 est 490 MPa et les contraintes axiale, tangentielle et radiale sont inférieures à la limite élastique à la température d'équilibre $T_{eq} = 82^\circ\text{C}$, alors, on ne risque pas d'enregistrer des déformations plastiques ni le matage de l'arbre ou de l'alésage.

Par ailleurs, il ne faut omettre dans les calculs de vérification que la limite élastique de l'acier dépend de la température de la pièce considéré (voir la figure ci-après)

Évolution de la limite élastique de l'acier XC45 en fonction de la température

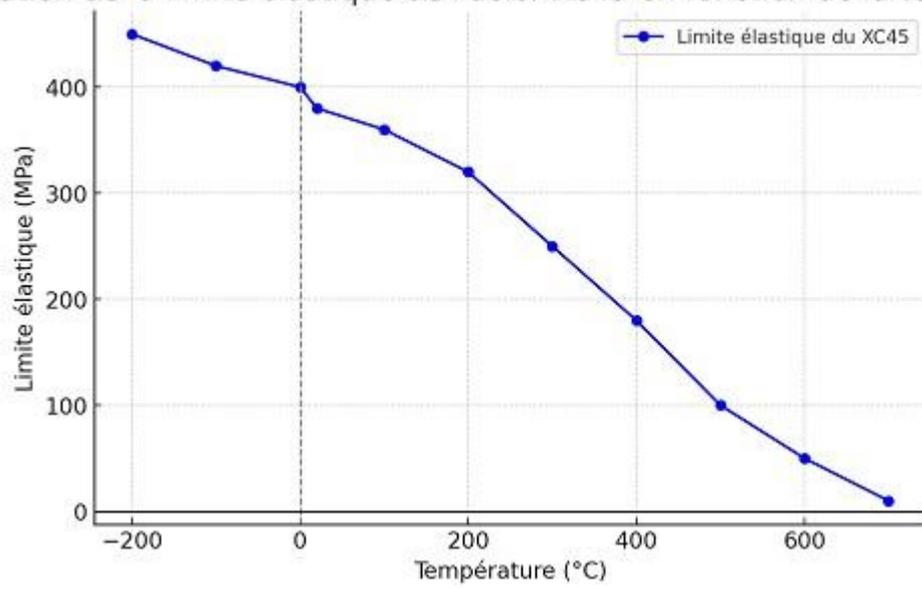


Figure 15 : Évolution de la limite élastique de l'acier XC45 en fonction de la température

4. Conclusion

Sur la base des calculs méthodiques effectués – depuis la détermination de la pression de contact nécessaire pour transmettre la puissance requise, en passant par le calcul de l'interférence (serrage) appropriée, jusqu'à l'analyse de l'impact des variations thermiques sur les contraintes et la température d'équilibre – il est possible de conclure ce qui suit :

Il a été vérifié que la pression de contact calculée se situe dans les limites admissibles de sécurité, assurant une transmission de puissance efficace sans engendrer des contraintes excessives sur les surfaces de contact pouvant dépasser les limites admissibles. De même, la valeur de l'interférence définie, garantit l'obtention de cette pression en toute sécurité.

L'analyse des contraintes thermiques, que ce soit à la température de fonctionnement prévue ou à la température d'équilibre, a démontré que les contraintes axiales, tangentielles et radiales, tant dans l'arbre que dans le moyeu, demeurent inférieures à la limite d'élasticité de l'acier XC45 (490 MPa). Ceci confirme l'absence de déformations permanentes des composants de l'assemblage sous les conditions opératoires et thermiques étudiées.

Par conséquent, la conception de l'assemblage fretté est validée et jugée apte à remplir ses fonctions dans les conditions spécifiées. Néanmoins, le calcul de résistance dans ce type d'assemblage de transmission dynamiques de puissance, nécessite un calcul complémentaire de l'effet d'inertie de rotation dont l'influence est à ne pas négliger. De même, l'effet de la géométrie de l'arbre, particulièrement, son élancement, sa déflexion statique et son effet sur le déséquilibre et la résistance de l'arbre sous la charge de la frette et l'inertie de rotation. Tous ces paramètres peuvent être considérés dans une autre étude qui peut compléter la présente.

Conclusion Général

Cette étude a démontré la viabilité technique des assemblages frettés arbre-moyeu pour la transmission de puissance, en validant numériquement l'adéquation des paramètres de serrage et de température vis-à-vis des contraintes mécaniques et thermiques. Les calculs menés — depuis la pression interfaciale critique jusqu'à l'équilibre thermique post-montage — confirment que l'acier XC45, sous les conditions opératoires spécifiées, maintient ses caractéristiques élastiques sans risque de déformation plastique. La méthode normative employée (théorie des cylindres à parois épaisses, équations de Lamé) s'est révélée robuste pour dimensionner l'interface sous charge statique et gradient thermique.

Cependant, cette modélisation comporte des frontières intrinsèques qu'il convient de dépasser dans des travaux ultérieurs :

L'inertie de rotation, absente ici, imposerait une réévaluation complète des contraintes dynamiques. Sous l'effet des accélérations angulaires, les masses en rotation génèrent des efforts centrifuges et gyroscopiques susceptibles d'amplifier localement la pression de contact ou de provoquer un micromouvement relatif, compromettant la tenue à long terme de l'assemblage. Une modélisation transitoire intégrant ces effets inertiels serait indispensable pour des applications à haute vitesse ou à couple variable.

La géométrie réelle de l'arbre — notamment son élancement (rapport longueur/diamètre) et les déflexions statiques résiduelles — influencerait radicalement son comportement vibratoire. Un arbre élancé, soumis au serrage radial du moyeu, pourrait voir sa ligne d'arbre se déformer sous l'effet combiné du poids propre et des forces d'inertie. Ce déséquilibre induit, même infime, risquerait d'exciter des modes de résonance, d'accélérer la fatigue des matériaux ou de dégrader le parallélisme initial de l'interface.

Ces phénomènes dynamiques et géométriques, bien que non traités ici, ouvrent des perspectives essentielles :

Une prochaine étape consisterait à coupler des simulations éléments finis (analyse modale, étude vibratoire sous sollicitations tournantes) à des essais de fatigue accélérée. L'objectif serait d'établir des abaques de dimensionnement intégrant l'élanement critique, les tolérances de flexion admissible et les seuils de défaillance sous chargements cycliques. De telles avancées enrichiraient significativement les normes actuelles (comme la NF E22-620) et offriraient aux ingénieurs des outils prédictifs pour des assemblages frettés soumis à des régimes dynamiques sévères.

En somme, si cette recherche lève des verres technologiques immédiats, elle soulève aussi — par ses limites assumées — le besoin de dialogues interdisciplinaires entre mécanique des contacts, dynamique des rotors et science des matériaux. C'est dans cet esprit qu'elle invite à prolonger l'investigation.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Amiche, A. (2017). *Etude par simulation numériques de l'influence des défauts géométrique sur la tenue en torsion d'un assemblage fretté* [Mémoire de projet de fin d'étude d'ingénieur d'état, Ecole Nationale Polytechnique]. Ecole Nationale Polytechnique.
2. Bedlaoui, A. (2024). *Etude du comportement élastoplastique des assemblages frettés avec prise en compte du défaut de forme* [Thèse de doctorat, Université M'hamed Bougara-Boumerdes]. Université M'hamed Bougara-Boumerdes.
3. Boutoutaou, H. (2012). *Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et d'état de surface* [Thèse de doctorat, Ecole Nationale Polytechnique et Université de Bourgogne]. Ecole Nationale Polytechnique et Université de Bourgogne.
4. Laghzale, N., Bouzid, A., & Elgharad, A. (2015, August 24-28). *L'effet de l'interférence sur un assemblage fretté dans le domaine plastique* [Communication dans un congrès]. 22ème Congrès Français de Mécanique, Lyon, France.
5. Marhoune, H. (2012). *Etude par simulation d'un emmanchement fretté soumis à la torsion avec prise en compte des défauts de forme de l'alésage et de l'arbre* [Projet de master, Ecole Nationale Polytechnique]. Ecole Nationale Polytechnique.
6. Iazard, E., Garcia, R., Rodriguez-Martín, M., & Lorenzo, M. (2022). *Finite Element Analysis of the Reduction in Stress Concentration Factors in Shrink Fits by Using Contact Rings*. Applied Sciences, 12(19).
7. Madej, J. (2018). *A strength analysis of the interference-fit joints*. Mechanik, 91(11).
8. Fontaine, J. F., Yang, G. M., Coquille, J. C., & Lambertin, M. (2000). *Un nouveau modèle de conception des assemblages frettés prenant en compte l'état des surfaces en contact*, sans éditeur.
9. Association française de normalisation. (1984). NF E22-620 : *Assemblages frettés sur portée cylindrique : Fonction, réalisation, calcul*. AFNOR, France.

Annexes

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Université de Ghardaïa
Faculté des Sciences et de la Technologie



جامعة غرداية
كلية العلوم والتكنولوجيا

قسم:
الميكانيكا والكهرباء

شعبة:
الميكانيكا والكهرباء
تخصص:
ميكانيكا

غرداية في: 25/06/2025

شهادة ترخيص بالتصحيح والايدياع:

انا الاستاذة(ة)
بوصفي المشرف المسؤول عن تصحيح مذكرة تخرج (ليسانس/ماستر/دكتورا) المعنونة ب:

.....
Étude du serrage d'un assemblage fretté (arbre-moyeu)
et de la température de chauffage sur la capacité de
transmission de l'assemblage

من انجاز الطالب (الطالبة):

.....
بني عشة ابن علي
بن عبد الكريم

.....
التي نوقشت/قيمت بتاريخ: 25/06/2025

اشهد ان الطالب/الطالبة قد قام /قاموا بالتعديلات والتصحيحات المطلوبة من طرف لجنة المناقشة وقد تم التحقق من ذلك من طرفنا

وقد استوفت جميع الشروط المطلوبة .

مصادقة رئيس القسم

امضاء المسؤول عن التصحيح



Boukhari
KA

