

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Ghardaïa



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département Hydraulique et Génie civil

Intitulé du polycopié :

Structures en béton armé 1



Destiné aux étudiants "1^{ère} année Master Génie Civil"

Présentée par : **Dr.DEHANE Sarra**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Avant-propos

Le présent polycopié de cours intitulé « **Structures en Béton Armé 1** » constitue un support de formation destiné aux étudiants de 1^{ère} année Master en génie civil, option : structures, ainsi qu'à tous désireux de calcul de béton armé souhaitant acquérir une base solide dans l'analyse et le dimensionnement des structures en béton armé.

Ce cours s'inscrit dans la continuité de la formation fondamentale en analyse des structures en béton armé, et prépare l'étudiant à aborder les aspects plus avancés qui seront étudiés dans le cours « Structures en Béton Armé 2 ».

L'objectif principal de ce module est de présenter les règles générales et les méthodes nécessaires à la conception et au dimensionnement des structures (ou éléments de structures), en béton armé, ainsi que les dispositions constructives les concernant, conformément aux prescriptions des règlements en vigueur.

Le cours est divisé en cinq grands chapitres : Le premier est consacré au calcul des planchers. Le second traite du calcul des portiques en béton armé soumis aux charges verticales, tandis que le troisième aborde le calcul des portiques soumis aux charges horizontales. Le quatrième chapitre présente les dispositions réglementaires relatives aux poteaux et aux poutres, et enfin, le cinquième porte sur l'étude des fondations superficielles.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Madame CADY Mokhtaria, Maître de conférences A à l'Université de Ghardaïa, à Monsieur TIOUA Tahar, Maître de conférence A au Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf de Mila, ainsi qu'à Monsieur KHELLOU Abderrezak, Maître de conférences A à l'Université Kasdi Merbah-Ouargla, pour leur expertise et le temps qu'ils ont consacrés à l'évaluation du présent polycopié.

Enfin, l'auteure souhaite que ce polycopié contribue à renforcer la partie étude et soit complété par une bonne compréhension des principes de mise en œuvre, pour garantir la résistance, la sécurité et la durabilité des ouvrages en béton armé.

Dr.DEHANE Sarra

Sommaire

Chapitre 1 : Calcul des planchers dalles et planchers champignons	
1. Introduction	2
2. Définition	2
3. Planchers-dalles et planchers champignons	3
4. Planchers à corps creux	5
4.1. Prédimensionnement des poutrelles :	6
4.2. Ferrailage des poutrelles	7
5. Planchers dalle pleine	7
5.1. Prédimensionnement de la dalle pleine	8
5.2. Calcul des sollicitations d'une dalle	9
5.3. Dispositions constructives	13
5.4. Calcul des sollicitations d'une dalle (Méthode des lignes de rupture)	14
6. Conclusion	19
Chapitre 2 : Calcul des portiques en béton armé sous les charges verticales	
1. Introduction	21
2. Calcul des portiques sous charges verticales	21
2.1. Distribution des charges verticales	21
2.2. Calcul des Sollicitations : (Méthode de Caquot)	22
3. Conclusion	28
Chapitre 3 : Calcul des portiques sous les charges horizontales	
1. Introduction	30
2. Principe de la méthode de Muto	30
3. Étapes de calcul des portiques	30
3.1. Calcul des raideurs des poutres et des poteaux	30
3.2. Calcul des raideurs des poteaux et des poutres Calcul des coefficients $\bar{K}$ relatives aux portiques transversales et longitudinales	31
3.3. Calcul des coefficients correcteurs	31
3.4. Calcul des rigidités des poteaux suivant les deux sens	31
3.5. Calcul des rigidités relatives des portiques transversaux et longitudinaux à chaque	32
3.6. Détermination du centre de masse (C_m) et de torsion (C_j) à l'étage (j)	33

3.7. Détermination de la rigidité a la torsion à l'étage (j)	34
3.8. Evaluation des efforts tranchants de chaque	34
3.9. Répartition des efforts tranchants aux différents portiques de l'étage	34
3.10. Détermination des sollicitations à chaque portique (i)	35
4. Conclusion	36
Chapitre 4 : Dispositions réglementaires relatives aux poteaux et poutres	
1. Introduction	38
2. Combinaisons des actions	38
2.1. Combinaisons des actions selon les règles BAEL91/99	38
2.2. Combinaisons des actions selon les règles RPA2024	39
3. Dispositions réglementaires relatives aux poutres:	40
3.1. Généralités	40
3.2. Coffrage des Poutres	40
3.3. Conception et disposition des armatures	41
4. Dispositions réglementaires relatives aux Poteaux	46
4.1. Généralités	46
4.2. Coffrage des Poteaux	46
4.3. Conception et disposition des armatures	47
5. Spécification pour les nœuds poteaux-poutres	52
6. Conclusion	53
Chapitre 5 : Fondations superficielles	
1. Introduction	55
2. Dimensionnement et ferrailage des fondations superficielles	55
2.1. Semelles rectangulaires sous poteaux : Méthode des bielles	58
2.2. Semelles circulaire sous poteaux : Méthode des bielles	59
2.3. Semelles filantes sous murs : Méthode des bielles	60
2.4. Semelles filantes sous plusieurs poteaux	61
2.5. Cas particulier des semelles	64
2.6. Radier général	66
3. Conclusion	71
Références bibliographiques	72
Exercices	74

Chapitre 1 : Calcul des planchers dalles et planchers champignons

1. Introduction

Les planchers sont des éléments porteurs horizontaux constituant qui séparent les étages d'un bâtiment, et qui ont comme fonction principale de recevoir et de supporter les charges verticales (charges permanentes, d'exploitation et climatiques) puis les transmettre aux éléments porteurs qui peuvent être des poutres, des nervures, des poteaux, des voiles.....)[1]. En plus de leur fonction de résistance, les planchers doivent jouer un rôle d'isolation thermique et acoustique entre les différents étages dans le cas des habitations ; dans le cas des bâtiments d'habitation, les épaisseurs de dalle sont le plus souvent fixées par des critères d'isolation et sont ainsi supérieures aux épaisseurs imposées par les critères de résistance.

Ce chapitre présente le dimensionnement, le calcul du ferrailage ainsi que les dispositions constructives de certains types de planchers couramment utilisés dans la construction en béton armé

2. Définition:

Les Planchers en béton armé se déclinent en plusieurs configurations structurales afin de répondre aux exigences relatives aux portées, aux charges et à la mise en œuvre. On peut distinguer les types de planchers suivants (selon ses éléments porteurs) [1] :

1-Plancher-dalle (Fig.1);

2-Plancher à poutres dans une seule direction (Fig.2)

3-Plancher à poutres croisées (Fig.3);

4-Plancher à nervures (poutrelles) perpendiculaires aux poutres et dalle portant dans la direction perpendiculaire aux nervures (Fig.4).

Les planchers en béton armé peuvent être préfabriqués ou coulés en place. Dans le cadre de ce cours, nous ne nous étudions que le second cas.

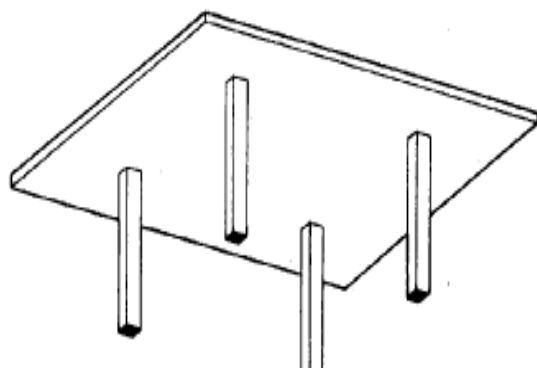


Fig.1 : Plancher dalle.

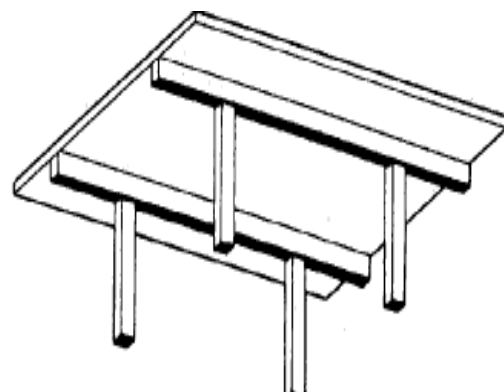


Fig.2 : Plancher à poutre dans une direction

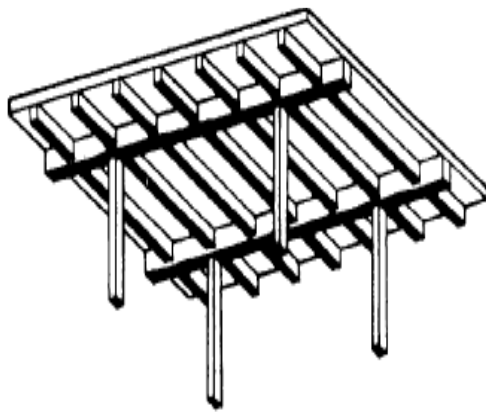


Fig.3 : Plancher nervuré.

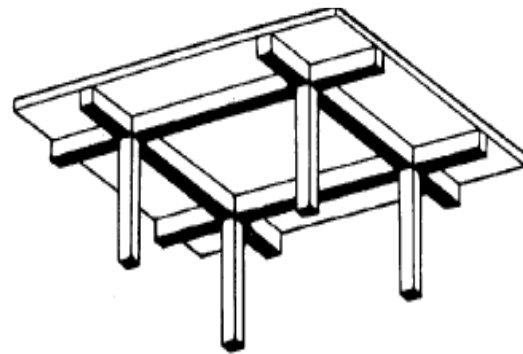


Fig.4 : Plancher à poutres croisées.

3. Planchers-dalles et planchers champignons :

Un plancher-dalle est un plancher à sous-face horizontale, dépourvu des poutres, reposant directement sur les poteaux. Ce type de plancher peut avoir éventuellement des chapiteaux en partie supérieure (élargissement de la tête de poteau); dans ce cas ils sont alors dénommés planchers-champignons (Fig.5). La fonction de chapiteau du plancher champignon est de réduire la portée de la dalle, d'augmenter la rigidité et vérifier le non-poinçonnement [2]. Il est également possible de prévoir une surépaisseur locale au droit du poteau, afin d'accroître sa résistance à la flexion et à l'effort tranchant (Fig.5).

Les planchers champignons sont, en principe, réservés aux planchers industriels à forte surcharge.

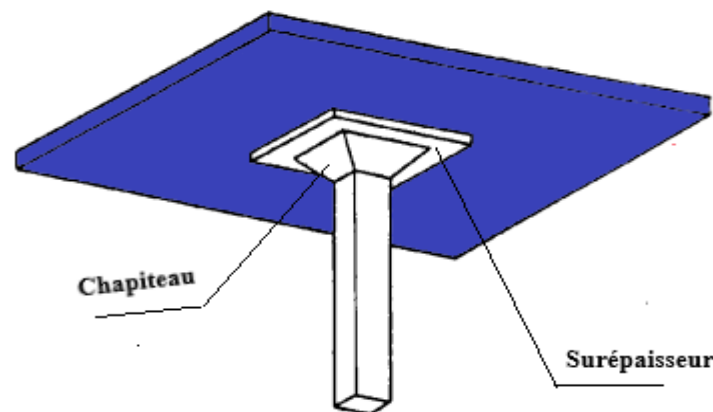


Fig.5 : Plancher champignon avec retombée locale [1].

Plusieurs méthodes de calculs peuvent être utilisées de ce type de plancher (**méthode des lignes de rupture**, méthode des éléments finis)... Une méthode de calcul est proposée dans l'annexe E4 de BAEL91/99. La méthode proposée consiste à considérer le dalle fonctionne comme des portiques (composés des poteaux et des sections de dalles), analysés séparément dans les deux directions pour chaque file de poteaux (Fig.6) [1,3].

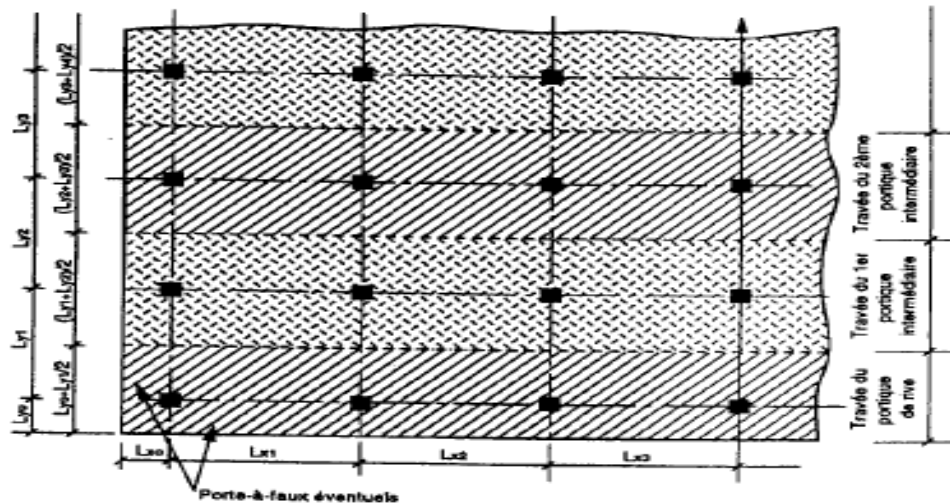


Fig.6 : Délimitation des bandes de calcul [1].

Les Armatures des dalles-champignons comportent généralement (Fig.7) [2]:

- Un quadrillage général avec nappe inférieure (en travée) des barres qui peuvent dans certains cas arrêtés avant les axes des appuis.
- Un quadrillage avec nappe supérieure des barres (chapeaux) qui peuvent être complété par des barres supérieures en dord des zones voisines des appuis.

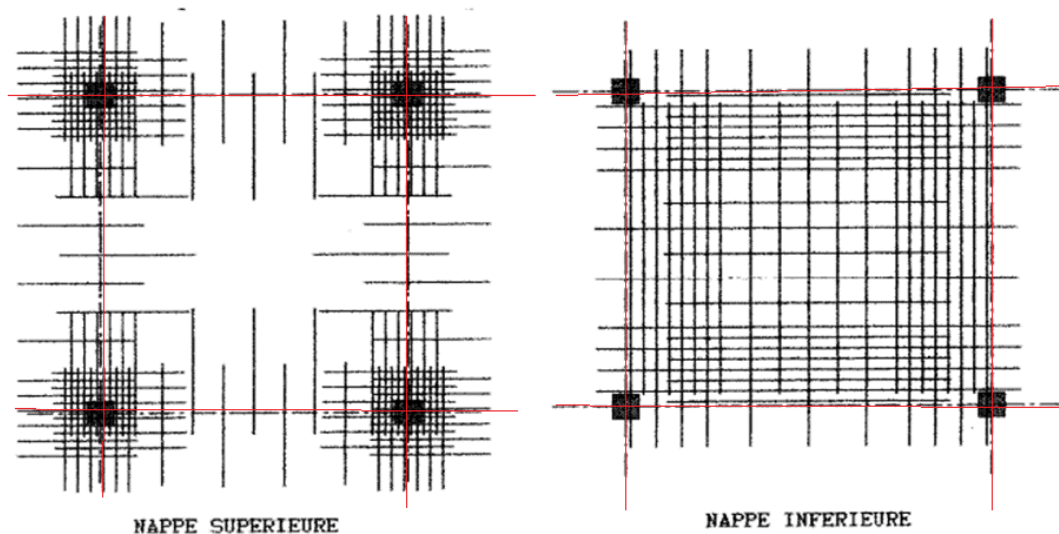


Fig.7 : Dispositions d'armatures plancher-dalle [4].

Dans le cas des planchers champignon, des barres inclinées de construction sont généralement disposées afin d'assurer la continuité structurale de maintenir la forme des chapiteaux (Fig.8).

Il est à noter que l'utilisation des planchers dits "planchers-dalles" ou "planchers champignons" est interdite en zone sismique selon l'RPA2024 [5].

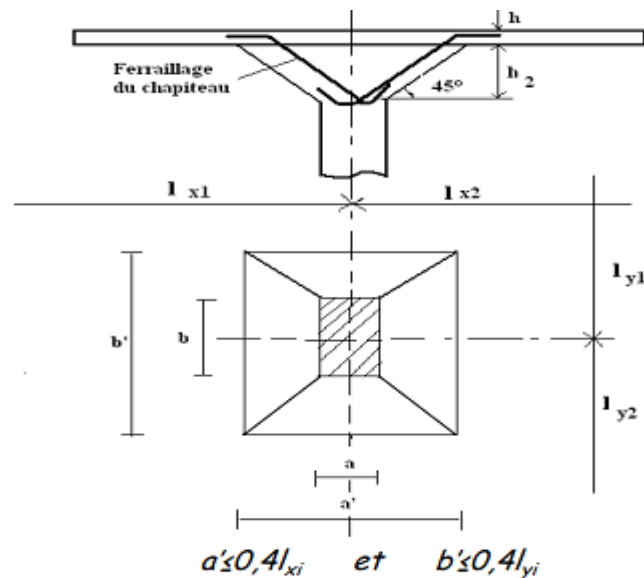


Fig.8 : Disposition des armatures des chapiteaux.

4. Planchers à corps creux:

Ce type de plancher est fréquemment utilisé dans la construction de maison individuelle [2].

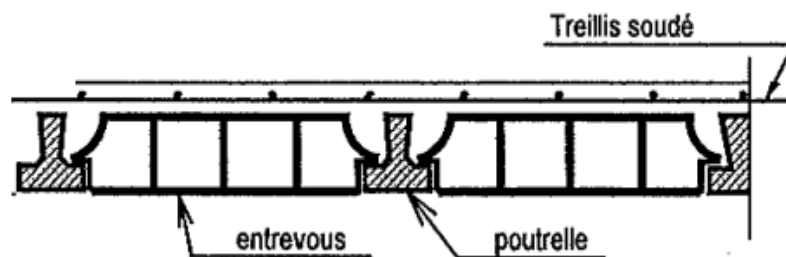


Fig.9 : Plancher à corps creux [6].

Ce type de plancher est généralement composé par :

- Les nervures (appelées aussi les poutrelles) portent les corps creux
- Les corps creux (appelés aussi hourdis) servent de coffrage entre les poutrelles.
- La dalle de compression solidarise l'ensemble du plancher.

***Cors creux, également appelés entrevous**, sont des éléments de remplissage préfabriqués en béton de gravillons, en terre cuite ou en polystyrène, jouent généralement le rôle de coffrage pour les poutrelles et la dalle en béton qui les recouvre.

Ces corps creux sont de différentes dimensions dans le marché (épaisseur = 12, 15, 16, 18, 20 ou 25 cm ; largeur = 30, 56 ou 65cm).

***Les poutrelles** : ce sont les éléments du plancher et qui peuvent reposer à leurs extrémités sur des poutres principales ou des murs porteurs.

***La dalle de compression** est une dalle en béton armé, d'une épaisseur ou moins égal à 4, et armée généralement d'un treillis soudé. La dalle est coulée sur place sur toute la surface du plancher constitué par les poutrelles et les corps creux. La maille de treillis soudé ne doit pas dépasser 200x300mm (Fig.10). Les sections des armatures de la dalle de compression doivent satisfaire aux conditions de BAEL91/99 (B.6.8.42) :

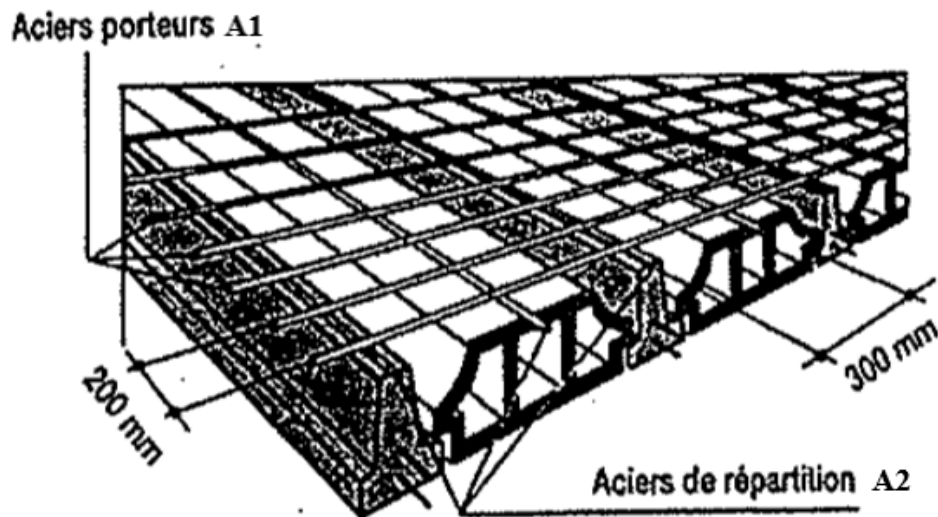


Fig.10 : Ferrailage d'une dalle à corps creux [6].

4.1. Prédimensionnement des poutrelles :

L'épaisseur du plancher est fixée à partir de la condition suivante [7]:

$$\frac{L}{25} \leq h_t \leq \frac{L}{20} \text{ ou } h_t \geq \frac{L}{22.5}$$

h_t : Épaisseur totale de la dalle = somme de la dalle de compression et corps creux.

L : La distance maximale entre nus des appuis de la poutrelle.

La hauteur la plus fréquente est de (16+4) cm pour un plancher normal et de (20+5) cm pour les nervures ayant des grandes portées (recevant une très grande surcharge).

Les poutrelles forment avec la dalle de compression une section de forme T (Fig.11).

La largeur b_0 : $0.3 \times h_t \leq b_0 \leq 0.5 \times h_t$

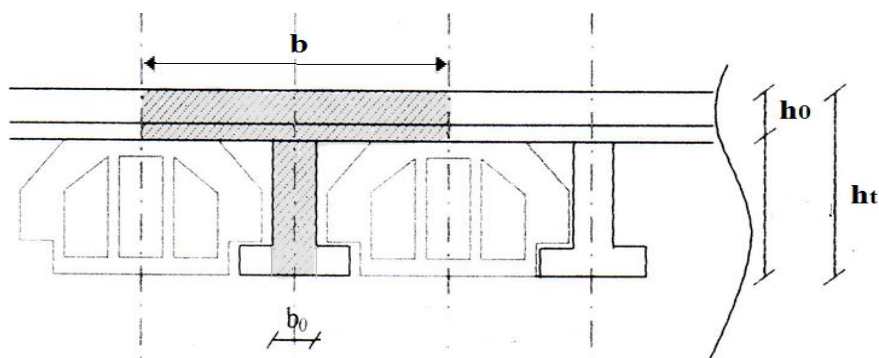


Fig.11 : Schéma de calcul des poutrelles

4.2. Ferrailage des poutrelles :

Les poutrelles sont calculées comme des poutres continues sollicitées en flexion simple. Les poutres continues sont calculées suivant le cas, selon les méthodes exactes de l'RDM ou des de calcul de BA tels que la **méthode forfaitaire** et **méthode de Caquot**. Sous l'effet de moment de flexion, des armatures principales sont disposées en zones inférieures tendues (sur travée), sur zone supérieure tendue intermédiaire (en appuis) et sur les appuis de rive dans le cas d'encastrement (Fig.12). Des armatures supplémentaires sont nécessaires comme renforts en bordure de trémie (Fig.13).

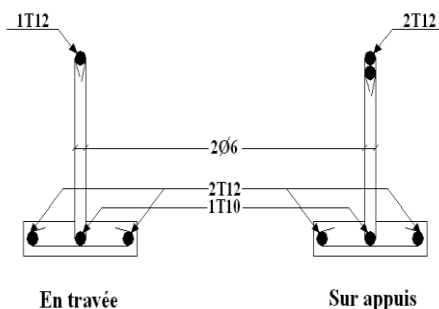


Fig.12 Exemple de ferrailage des poutrelles

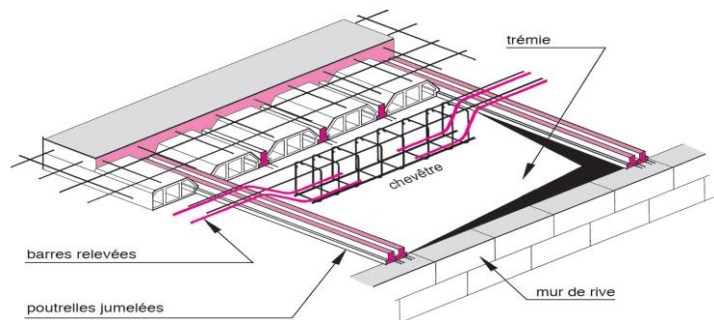


Fig.13 détail de ferrailage d'une trémie [8]

5. Planchers dalle pleine:

La dalle pleine peut être assimilée à une poutre plate de grande largeur, dont la plus petite dimension est au moins cinq fois supérieure à son épaisseur totale, et dont les appuis peuvent être des poutres, des nervures, des murs ou des voiles. Ces derniers influencent sur le mode de fonctionnement de la dalle et par conséquent la disposition des armatures, on distingue les cas suivants [6]:

- *dalle repose sur des appuis simples, comme dans le cas d'une dalle formant une terrasse (Fig.14);
- *dalle avec extrémités encastées (Fig.15);
- *dalle reposant sur trois ou quatre côtés ou seulement deux côtés (Fig.16).

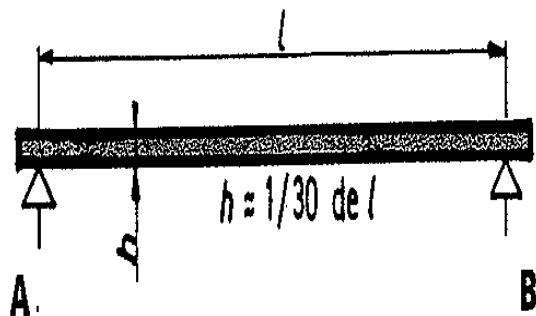


Fig.14 : Dalle simplement appuyée en A et en B [6].

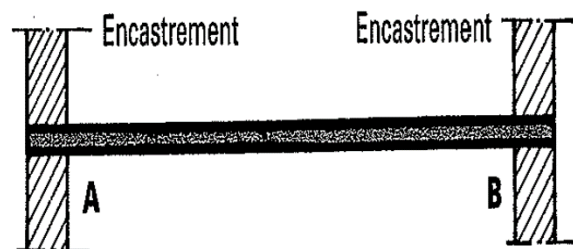


Fig.15 : Dalle avec encastrement à chaque extrémité [6].

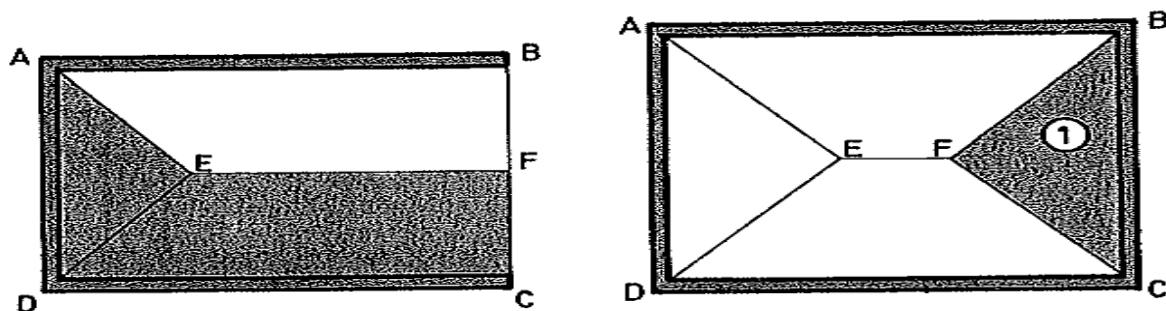


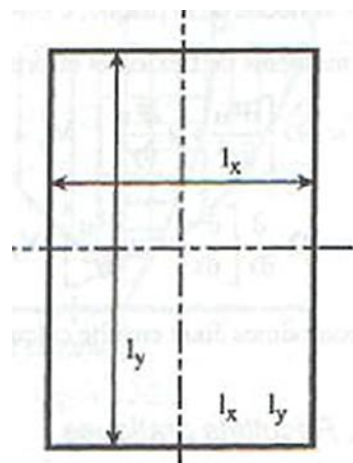
Fig.16 : Dalle appuyée sur trois ou quatre appuis [6].

Suivant leurs appuis, les dalles soumises à des charges uniformément réparties peuvent être considérées comme [7,9]:

- Portant dans une direction (poutre-dalle) : pour le panneau de la dalle appuyé (ou encastré) sur deux côtés ou appuyée sur quatre appuis et qui remplit la condition suivante :

Le rapport $\frac{L_x}{L_y} < 0.4$ avec L_x est la portée min ; L_y est la portée max ;

- Portant dans deux directions (dalle) : pour le panneau de la dalle appuyée sur quatre appuis et qui remplit la condition suivante : $0.4 \leq \frac{L_x}{L_y} \leq 1$



5.1. Prédimensionnement de la dalle pleine :

L'épaisseur h de la dalle pleine choisit doit être de manière à satisfaire aux conditions de :

*Résistance à la flexion [6] :

1/30 à 1/35 de la portée pour une dalle reposante sur deux directions;

1/40 à 1/50 de la portée pour une dalle reposante sur 3 ou 4 directions;

La littérature propose d'autres rapports à respecter lors de choix de l'épaisseur des planchers [7, 10] :

Tableau 1 : Épaisseurs courantes de la dalle [7, 10]

	$\frac{L_x}{L_y} < 0.4$	$\frac{L_x}{L_y} > 0.4$
Panneau isolé :	$\frac{h}{L_x} \geq \frac{1}{20}$	$\frac{h}{L_x} > \frac{1}{30}$
Dalle continue :	$\frac{h}{L_x} \geq \frac{1}{25}$	$\frac{h}{L_x} > \frac{1}{40}$

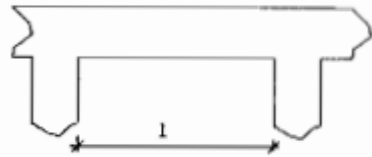
*L'isolation acoustique exige une épaisseur minimale de 15 cm

*La sécurité en matière à l'incendie (7cm pour 1 heure de coupe-feu ; 11cm pour 2 heures de coupe-feu) [6].

5.2. Calcul des sollicitations d'une dalle

Le calcul des moments de flexion dans les dalles s'effectue suivant une ou deux directions selon le mode de fonctionnement de la dalle. En général, le calcul des moments fléchissant dans une direction est déterminé en considérant la dalle comme une poutre plate en prenant comme largeur $b=1\text{m}$ et d'hauteur h [6].

Il faut préciser que d'une façon générale, la portée retenue pour le calcul des éléments en béton armé est la portée libre entre nus intérieurs des appuis, (sauf le cas exceptionnel où il s'agit d'une poutre munie d'appareils d'appui) [9].



A. Dalle porteuse suivant une seule direction (Méthode forfaitaire) :

Les dalles portant suivant une direction sont calculées comme des poutres continues afin de déterminer les aciers porteurs placés dans le sens de la petite portée (L_x). Dans l'autre sens (L_y) des aciers de répartition sont nécessaires est au moins = à au moins un quart ($1/4$) de celle des aciers porteurs (par unité de longueur) [6,9]

La méthode forfaitaire est applicable uniquement aux éléments fléchis comme les poutres, les poutrelles et les dalles porteuses dans un seul sens.

❖ Domaine de validité [9] :

- Charges d'exploitation modérées Q est plus égale à 2 fois la charge permanente ou à 5 KN/m^2 .
- Rapport entre deux travées voisines est compris entre 0.8 et 1.25.
- Moments d'inertie (I) des sections transversales sont les mêmes dans les différentes travées.
- Fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

La méthode forfaitaire consiste à déterminer les moments fléchissants maximaux en travée et sur appuis à des rapports, fixés forfaitairement, à partir du moment M_0 d'une poutre simplement appuyée (moment isostatique) de même portée et soumise aux mêmes charges que la travée étudiée [7,9] :

-Le moment max en travée de rive : $M_t \geq \left[\frac{1.2+0.3\alpha}{2} \right] M_0$; avec $\alpha = \frac{Q}{G+Q}$

-Le moment en travée intermédiaire $M_t \geq \left[\frac{1+0.3\alpha}{2} \right] M_0$

M_0 : moment max dans la travée isostatique ; dans une travée de portée L et soumis à une charge uniformément répartie q : $M_0 = \frac{q L^2}{8}$

-Les moments négatifs aux appuis intermédiaires (chapeaux) sont résumés dans la figure (Fig.17).

-Sur les appuis de rive, les chapeaux sont dimensionnés pour équilibrer un moment $\geq 0.15 M_0$

Il faut quasi vérifier l'inégalité suivante pour chaque travée :

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq \text{Max} [1.05 M_0 ; (1 + 0.3 \alpha) M_0]$$

Avec M_w moment sur appui de gauche et M_e moment sur appui de droite.

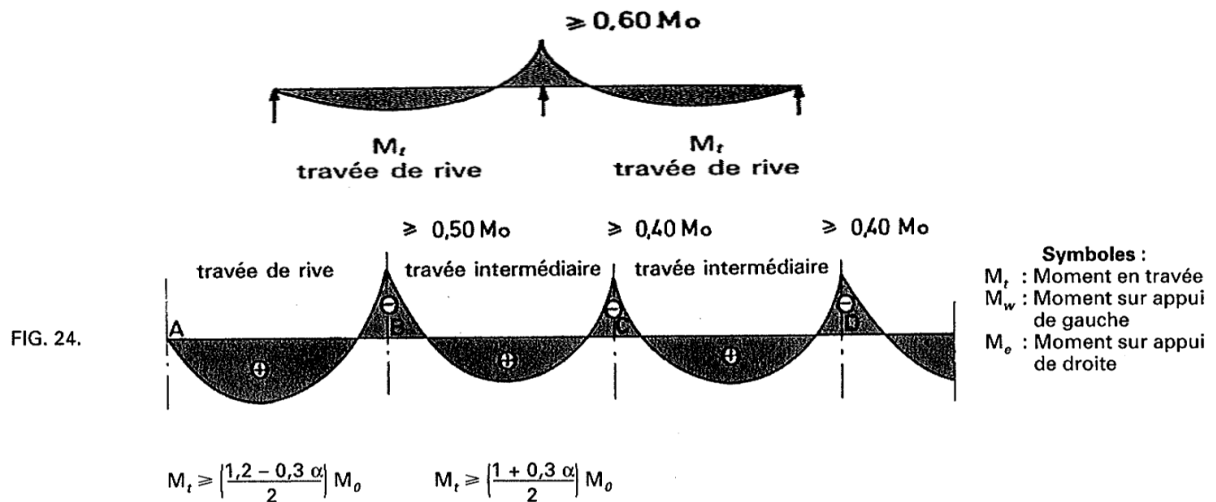


Fig.17 : Moments forfaitaires sur travée et sur appuis [6].

B. Dalle portant suivant deux directions

Pour ce type des dalles, les moments agissent dans les deux directions c'est-à-dire que les aciers sont porteurs dans les deux directions. On cherche d'abord les moments maximaux au centre de la dalle en la considérer comme articulée à ses contours, sous une charge uniformément répartie [9] :

$$M_x \text{ dans le sens } L_x \text{ de la petite portée} = \mu_x p l_x^2$$

$$M_y \text{ dans le sens } L_y = \mu_y M_x$$

P : la charge uniformément répartie par unité de surface.

μ_x et μ_y sont des coefficients de réduction donnée à l'annexe E3 du BAEL [9] en fonction de rapport $\frac{L_x}{L_y}$ (Tableau 2), en prenant comme valeurs du coefficient de Poisson ν du béton, conformément au BAEL : 0 à l'ELU et 0.2 à l'ELS.

Tableau 2 : Valeurs des coefficients μ_x et μ_y .

DALLES RECTANGULAIRES UNIFORMÉMENT CHARGÉES
ARTICULÉES SUR LEUR CONTOUR

Calcul des
moments au centre :

$$0,4 \leq \alpha = \frac{l_x}{l_y} \leq 1$$

$$M_x = \mu_x \cdot p \cdot l_x^2$$

$$M_y = \mu_y \cdot M_x$$

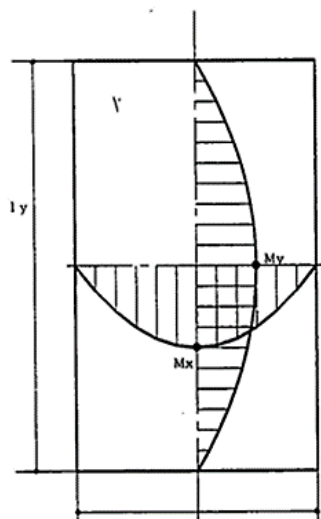
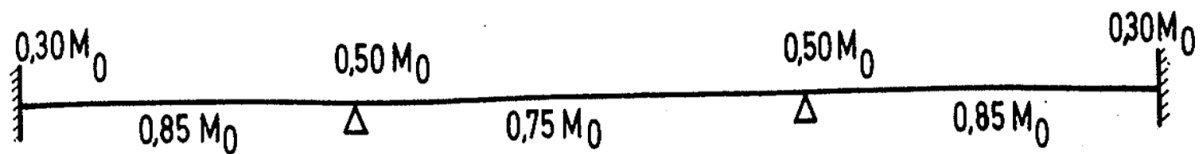


Fig. 2. — Dalle uniformément chargée : moments au centre.

$\alpha = \frac{l_x}{l_y}$	ELU $v = 0$		ELS $v = 0,2$	
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y
0,40	0,1101	0,2500	0,1121	0,2854
0,41	0,1088	0,2500	0,1110	0,2924
0,42	0,1075	0,2500	0,1098	0,3000
0,43	0,1062	0,2500	0,1087	0,3077
0,44	0,1049	0,2500	0,1075	0,3155
0,45	0,1036	0,2500	0,1063	0,3234
0,46	0,1022	0,2500	0,1051	0,3319
0,47	0,1008	0,2500	0,1038	0,3402
0,48	0,0994	0,2500	0,1026	0,3491
0,49	0,0980	0,2500	0,1013	0,3580
0,50	0,0966	0,2500	0,1000	0,3671
0,51	0,0951	0,2500	0,0987	0,3758
0,52	0,0937	0,2500	0,0974	0,3853
0,53	0,0922	0,2500	0,0961	0,3949
0,54	0,0908	0,2500	0,0948	0,4050
0,55	0,0894	0,2500	0,0936	0,4150
0,56	0,0880	0,2500	0,0923	0,4254
0,57	0,0865	0,2582	0,0910	0,4357
0,58	0,0851	0,2703	0,0897	0,4462
0,59	0,0836	0,2822	0,0884	0,4565
0,60	0,0822	0,2948	0,0870	0,4672
0,61	0,0808	0,3075	0,0857	0,4781
0,62	0,0794	0,3205	0,0844	0,4892
0,63	0,0779	0,3338	0,0831	0,5004
0,64	0,0765	0,3472	0,0819	0,5117
0,65	0,0751	0,3613	0,0805	0,5235
0,66	0,0737	0,3753	0,0792	0,5351
0,67	0,0723	0,3895	0,0780	0,5469
0,68	0,0710	0,4034	0,0767	0,5584
0,69	0,0697	0,4181	0,0755	0,5704
0,70	0,0684	0,4320	0,0743	0,5817
0,71	0,0671	0,4471	0,0731	0,5940
0,72	0,0658	0,4624	0,0719	0,6063
0,73	0,0646	0,4780	0,0708	0,6188
0,74	0,0633	0,4938	0,0696	0,6315
0,75	0,0621	0,5105	0,0684	0,6447
0,76	0,0608	0,5274	0,0672	0,6580
0,77	0,0596	0,5440	0,0661	0,6710
0,78	0,0584	0,5608	0,0650	0,6841
0,79	0,0573	0,5786	0,0639	0,6978
0,80	0,0561	0,5959	0,0628	0,7111
0,81	0,0550	0,6135	0,0617	0,7246
0,82	0,0539	0,6313	0,0607	0,7381
0,83	0,0528	0,6494	0,0596	0,7518
0,84	0,0517	0,6678	0,0586	0,7655
0,85	0,0506	0,6864	0,0576	0,7794
0,86	0,0496	0,7052	0,0566	0,7933
0,87	0,0486	0,7244	0,0556	0,8074
0,88	0,0476	0,7438	0,0546	0,8216
0,89	0,0466	0,7635	0,0537	0,8358
0,90	0,0456	0,7834	0,0528	0,8502
0,91	0,0447	0,8036	0,0518	0,8646
0,92	0,0437	0,8251	0,0509	0,8799
0,93	0,0428	0,8450	0,0500	0,8939
0,94	0,0419	0,8661	0,0491	0,9087
0,95	0,0410	0,8875	0,0483	0,9236
0,96	0,0401	0,9092	0,0474	0,9385
0,97	0,0392	0,9322	0,0465	0,9543
0,98	0,0384	0,9545	0,0457	0,9694
0,99	0,0376	0,9771	0,0449	0,9847
1,00	0,0368	1,0000	0,0441	1,0000

Pour les dalles encastrées totalement ou partiellement sur les extrémités, l'évaluation des moments en travée M_{tx} et M_{ty} et des moments sur appuis M_{ax} et M_{ay} se fait en réduisant les valeurs du moment M_x et M_y obtenue précédemment [9]. Les fractions à utiliser pour le calcul des moments en travée et appui sont indiquées sur la figure (Fig.18).



Cas d'une dalle continue uniformément chargée avec la condition : $M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1,25 M_0$

M_w et M_e étant les valeurs absolues prises en compte pour les moments sur appuis de gauche et de droite.

Fig.18 : Moments forfaitaires sur travée et sur appui.

C. Dalle soumise à des charges concentrées :

La charge concentrée P est considéré comme répartie sur une certaine largeur a et b (Fig.19) [10] :

$$a = a_0 + h + 2 \xi h_1 \quad \text{et} \quad b = b_0 + h + 2 \xi h_1$$

a_0 et a sont les dimensions parallèles au sens L_x

b_0 et b sont les dimensions parallèles au sens L_y

$\xi = 1$ pour le cas des revêtements en béton armé.

$\xi = 0.75$ pour le cas des revêtements moins résistant.

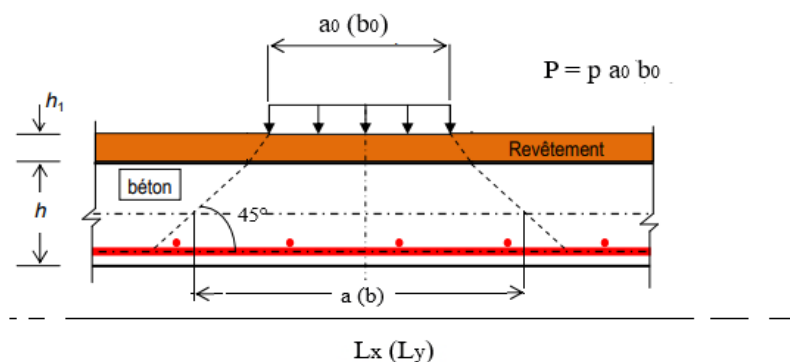


Fig.19 : Force concentrée [10].

❖ Moments fléchissant dans le cas d'une charge centrée

Les moments d'une charge centrée sur la dalle M_1 et M_2 peuvent être évalués par les abaques de Pigeaud (Fig. 20), pour des bandes de largeurs unité au centre du panneau de dalle, en fonction

de [10] : $\alpha = \frac{L_x}{L_y}$, $\frac{a}{L_x}$ et $\frac{b}{L_y}$

$$M_{0x} = M_1.P \quad \text{dans le sens } L_x$$

$$M_{0y} = M_2.P \quad \text{dans le sens } L_y$$

P : charge totale sur rectangle d'impact ab .

❖ **Moments fléchissant dans le cas d'une charge non centrée**

Dans le cas où la charge appliquée n'est pas centrée sur la dalle, on peut ramener le calcul à celui d'une charge centrée en superposant des cas de charges correspondant à des rectangles centrés, soumis à la même densité de charge (Fig. 21) [10].

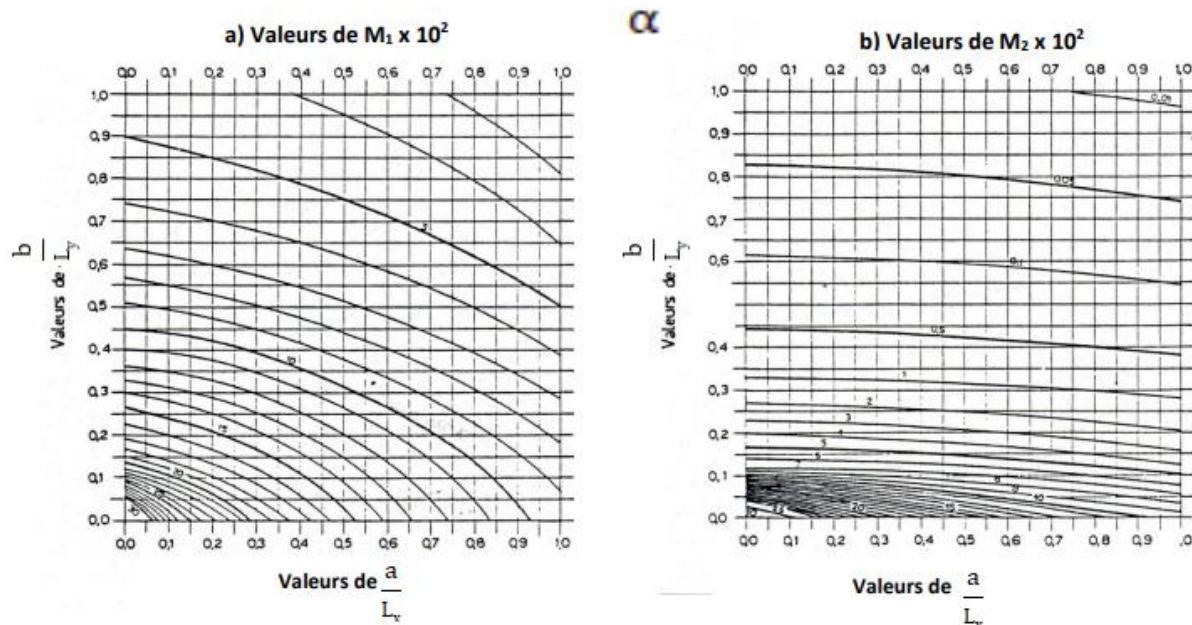


Fig.20 : Abaques de Pigeaud.

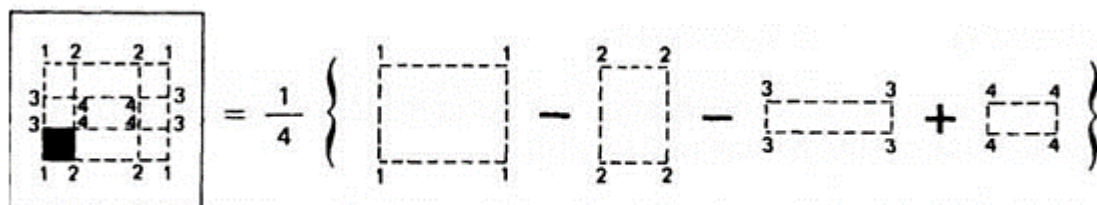


Fig.21 : Exemple de décomposition d'une charge concentrée

5.3. Dispositions constructives [6-10]

→ Les armatures de la dalle portant sur deux directions sont porteurs dans les deux sens. Le Quadrillage ainsi formé est souvent constitué par des treillis soudés. Les positions et les longueurs des panneaux des armatures doivent compenser les défaillances du béton dans les zones tendues.

→ Le diamètre maximal des aciers doit être : $\emptyset \leq \frac{1}{10}$ épaisseur de dalle

→ L'espacement entre les barres doit être égal à la plus petite des deux valeurs présentées dans le tableau 3 (h est l'épaisseur de la dalle).

Tableau 3 : Espacement entre les barres de la dalle

Direction	Charges réparties seulement	Charges réparties
Pour les aciers porteurs (Lx)	3 h et 33cm	2 h et 25cm
Pour les aciers de répartition (Ly)	4 h et 45cm	3 h et 33cm

→la vérification au non-poinçonnement est nécessaire lorsque les forces appliquées sont localisées.

→La condition de « non-fragilité » exige un pourcentage minimal d'armature afin d'équilibrer le moment de rupture du béton. Pour les dalles d'une épaisseur est comprise entre 12 et 30 cm, les formules suivantes sont à considérées :

$$\text{Sens } L_y \text{ (en exprimant h e, mètre) : } A_{y \min} (\text{cm}^2/\text{m}) = \begin{cases} 12h : \text{ronds lisses} \\ 8h : \text{FeE400} \\ 6h : \text{FeR500 ou TS} \end{cases}$$

$$\text{Sens } L_x : A_{x \min} (\text{cm}^2/\text{m}) = A_{y \min} \frac{3-\alpha}{2}$$

→Les armatures situées le plus proche de la face tendue de la dalle sont les de la direction la plus sollicitée (L_x).

→Les aciers de principales situées dans la zone centrale de la dalle sont prolongés jusqu'aux appuis:

- totalement si la dalle est soumise à des charges concentrées et mobiles
- une barre sur deux dans le cas contraire.

→ Pour les bâtiments courants, une charge dont l'intensité est inférieure au quart de la charge variable totale appliquée au panneau de la dalle n'est pas considérée comme une charge concentrée. Dans ce cas, on applique les règles relatives aux charges réparties (le cas des murs par exemple).

5.4. Calcul des sollicitations d'une dalle (Méthode des lignes de rupture)[1,11,12]

A. Principe de méthode :

La méthode de ligne de rupture consiste à déterminer les mécanismes de ruptures d'un panneau de dalle qui soit cinématiquement admissible (Fig.22). La formation des mécanismes de rupture résulte de la plastification des aciers (lorsque $\epsilon_s \geq \frac{F_e}{E_s}$). L'allongement de l'acier entraîne alors la fissuration du béton, entraînant la formation d'une rotule plastique (articulation).

Le panneau de la dalle est ainsi assimilé à un ensemble de plaques considérées comme indéformables, qui tournent autour des lignes de rupture sous l'action de leur chargement.

Parmi tous les mécanismes de rupture possible, On recherche celui qui, pour charge extérieure P, engendre le moment fléchissant maximal.

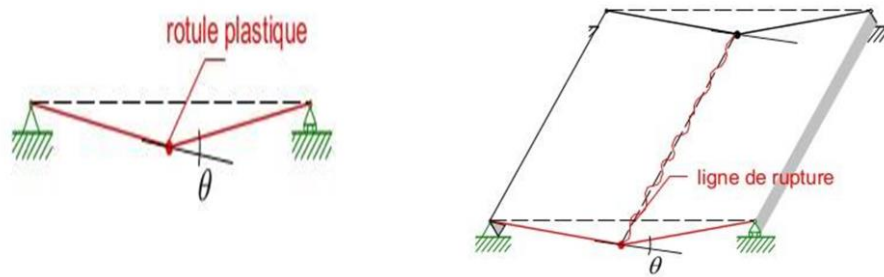


Fig.22 : Mécanisme de rupture pour une poutre et une dalle [12].

B. Hypothèse de calcul :

- ✓ Les lignes de ruptures délimitent des plaques. Ces plaques restent planes après rupture.
- ✓ Les plaques tournent autour des axes de rotation et des lignes de rupture.
- ✓ Les lignes de rupture passent par le point d'intersection de deux axes de rotation.
- ✓ Lorsque deux axes de rotation sont parallèles, leur ligne de rupture est parallèle.

Pour bien présenter graphiquement les mécanismes de ruines, il est nécessaire d'adopter une convention de symboles suivante :

Le mécanisme de rupture de la figure ci-dessus est en fonction des 4 paramètres géométriques :

λ_1 , λ_2 , λ_3 et λ_4 .

D'une façon générale, si les lignes de rupture découpent la dalle en (n) élément le nombre des paramètres géométriques inconnus λ est : $i = n - 1 + \xi$

À partir de mécanisme de rupture, le calcul de ferrailage de la dalle peut être effectué en utilisant le principe de la conservation de l'énergie.

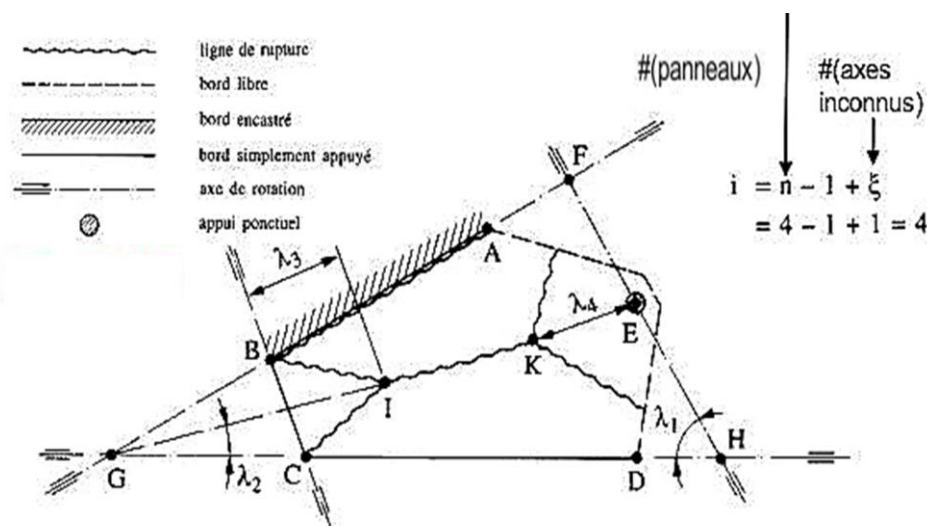


Fig.23 : Définition des axes de rotation [12].



Fig.24 : Exemple des lignes de rupture d'une dalle [12].

C. Détermination des moments fléchissant :

La détermination des moments de flexion se base sur le principe du travail virtuel dû au déplacement unitaire par les plaques après la formation du mécanisme de ruine provoquée par la progression d'une charge quelconque. Donc il faut vérifier l'égalité suivante le long de la ligne de rupture :

$$T_{\text{ext}} = T_{\text{int}}$$

T_{ext} : travail des forces extérieures résultant des charges appliquées sur les plaques, provoquant leur mouvement.

T_{int} : travail des forces intérieures exercées sur les aciers le long de la ligne de rupture, c'est le cas de moment plastique.

- **Travail des forces extérieures**

Dans le cas où la charge appliquée est une charge uniformément répartie P , le travail externe est :

$$T_{\text{ext}} = \iint P \delta(x,y) dx dy$$

L'interprétation géométrique de cette équation est :

Si (G) est le centre de gravité de la surface (S) et (δ_G) est le déplacement de (G) , on peut écrire :

$$T_{\text{ext}} = P S \delta_G$$

Dans le cas d'application d'une force concentrée P , le travail externe est : $T_{\text{ext}} = P \delta$

- **Travail des forces intérieures**

Le travail des forces internes d'une dalle s'exprime par la formule suivante :

$$T_{\text{int}} = \sum_{i=1}^n m_i l_i \theta_i$$

m_i : moment plastique correspond à la partie considérée.

l_i : projection de la ligne sur l'axe de rotation.

θ_i : angle de rotation de la partie de dalle autour de son axe de rotation.

D. Exemple : Dalle rectangulaire isotrope encastrée sur ses appuis soumise à une charge uniformément répartie

Ce type correspond d'une dalle dont le maillage d'armatures est identique dans les deux directions.

Le mécanisme de rupture, indiqué sur la figure (Fig.25), correspond, par symétrie d'un seul paramètre (λ).

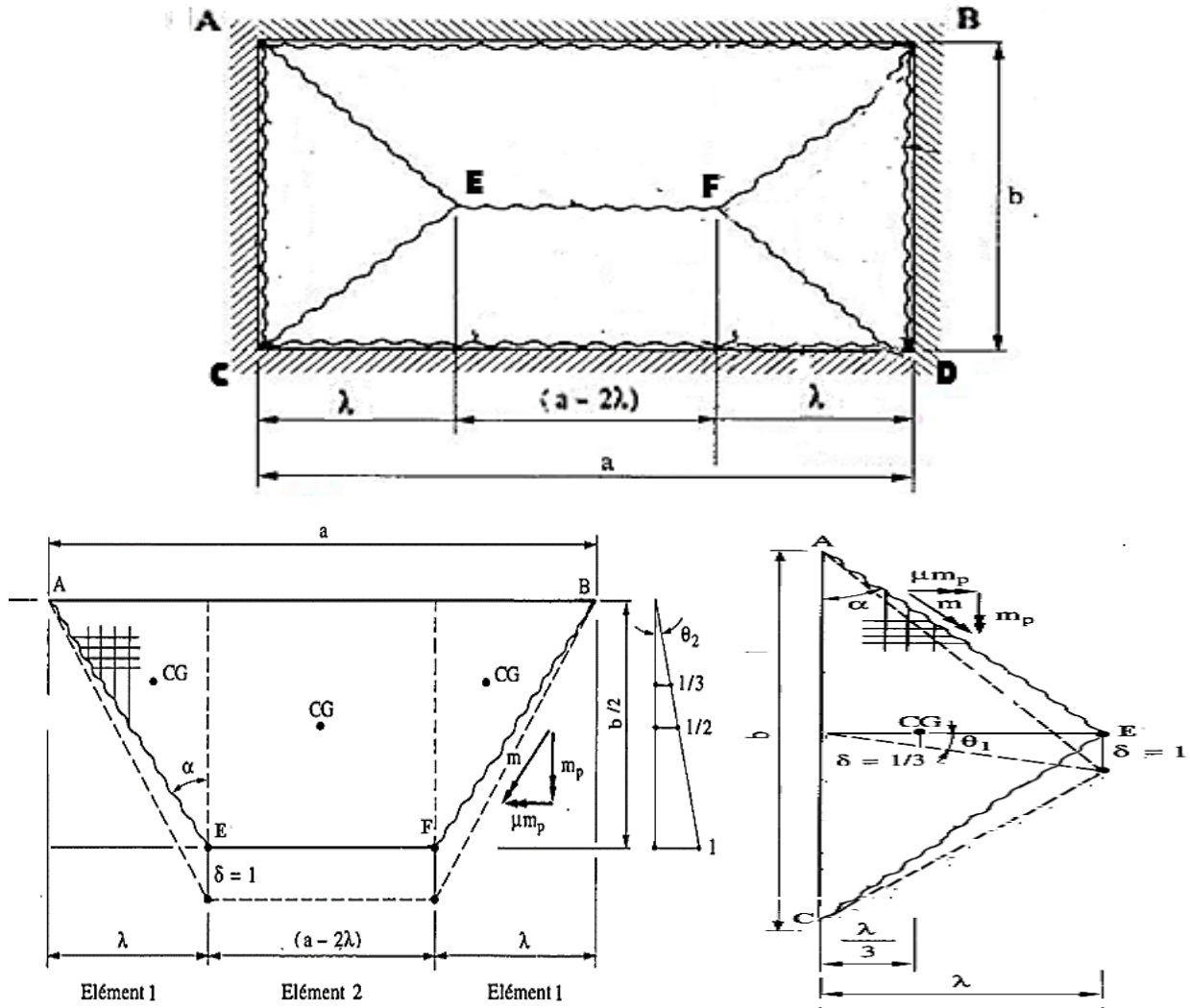


Fig.25 : Dalle rectangulaire encastrée sur ses appuis [12].

Pour un déplacement (unitaire $\delta = 1$) au point (E) ou (F), le travail extérieur est donné par :

$$T_{\text{ext}} = P S \delta_G \quad \text{et} \quad T_{\text{ext}} = P (2 S_1 \delta_{G1} + 2 S_2 \delta_{G2})$$

***Partie triangle** : $S_2 \delta_{G2} = \left(\frac{1}{2} b \lambda \right) \frac{1}{3}$

****Partie trapèze** : $S_1 \delta_{G1} = 2 S_1 \delta_{G1} \text{ (partie triangle)} + S_2 \delta_{G2} \text{ (Partie rectangulaire)}$

Élément 1 (triangle) = $\left(\frac{1}{2} \frac{b}{2} \lambda \right) \frac{1}{3}$ et Élément 2 (rectangulaire) = $\left((a - 2\lambda) \frac{b}{2} \right) \frac{1}{2}$

Alors, $T_{\text{ext}} = P \left[\left(2 \left(\frac{1}{2} \frac{b}{2} \lambda \right) \frac{1}{3} \right) + 2 \left((a - 2\lambda) \frac{1}{2} \frac{b}{2} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} \frac{b}{3} \lambda \right) \right]$

$$T_{\text{ext}} = \frac{Pb}{6} [2\lambda + 3(a - 2\lambda) + 2\lambda] = \frac{Pb}{6} [3a - 2\lambda]$$

Pour un déplacement (unitaire $\delta = 1$) au point (E) ou (F), les rotations θ_1 et θ_2 par rapport à a et b ont les valeurs suivantes : $\tan \theta_1 \approx \theta_1 = \frac{1}{\lambda}$ et $\tan \theta_2 \approx \theta_2 = \frac{2}{b}$

Le travail des forces internes de la partie de la dalle tournant d'angle (θ) autour de son axe est : $T_{int} = m l_i \theta_i$

Le travail des forces internes de la partie triangulaire de la dalle tournant d'angle (θ_1) autour de son axe est : $T_{int} = b \theta_1 (m + \dot{m})$

Le travail des forces internes de la partie trapézoïdale de la dalle tournant d'angle (θ_2) autour de son axe de: $T_{int} = a \theta_2 (m + \dot{m})$

m, $\dot{m}$: désigne les moments plastiques en travée et en appui par unité de largeur des bandes parallèle aux deux côtés de la dalle.

Le travail total des forces internes de la dalle = $2(m + \dot{m})(b \theta_1 + a \theta_2)$

$$T_{int} = 2(m + \dot{m}) \left(\frac{b}{\lambda} + \frac{2a}{b} \right)$$

L'équilibre de la dalle au moment d'apparition du mécanisme de rupture s'écrit :

$$T_{int} = T_{ext} \rightarrow \frac{Pb}{6} [3a - 2\lambda] = 2(m + \dot{m}) \left(\frac{b}{\lambda} + \frac{2a}{b} \right)$$

$$P = 2(m + \dot{m}) \left(\frac{b}{\lambda} + \frac{2a}{b} \right) \frac{6}{b(3a - 2\lambda)} = 12(m + \dot{m}) \frac{(b^2 + 2\lambda a)}{b\lambda} \frac{1}{b(3a - 2\lambda)}$$

$$P = 12(m + \dot{m}) \frac{(b^2 + 2\lambda a)}{b^2 \lambda (3a - 2\lambda)} \dots\dots (1)$$

On doit déterminer les inconnus (λ_i) qui correspondent à l'application des charges extérieures maximum pour atteindre cette rupture. On applique alors le théorème cinématique :

$$\frac{dP}{d\lambda} = 0 \rightarrow \frac{dP}{d\lambda} = \frac{2a(b^2 \lambda (3a - 2\lambda)) - (b^2 + 2\lambda a)(3ab^2 - 4b^2 \lambda)}{(b^2 \lambda (3a - 2\lambda))^2} = 0$$

$$2a(b^2 \lambda (3a - 2\lambda)) - (b^2 + 2\lambda a)(3ab^2 - 4b^2 \lambda) = 0$$

$$6a^2 b^2 \lambda - 4ab^2 \lambda^2 + 4\lambda b^4 + 8a b^2 \lambda^2 - 3ab^4 - 6b^2 \lambda a^2 = 0$$

$$4ab^2 \lambda^2 + 4\lambda b^4 - 3ab^4 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$L'équation (2) \times \left(\frac{1}{ab^4}\right) : 4\left(\frac{\lambda}{b}\right)^2 + 4\frac{\lambda}{b} - 3 = 0$$

C'est une équation de deuxième degré ou le rapport $\left(\frac{\lambda}{b}\right)$ comme variables et la racine est :

$\frac{\lambda}{b} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{b^2}{a^2} + 3} - \frac{b}{a} \right)$; On introduit cette valeur dans l'équation (1) on obtint la valeur de la charge ultime P.

* Si la dalle est carrée ($a=b$) $\rightarrow \frac{\lambda}{b} = \frac{1}{2}$, alors $P = \frac{24(m + \dot{m})}{b^2}$

* Si la dalle est rectangulaire ($a=2b$) $\rightarrow \frac{\lambda}{b} = 0.6514$, alors $P = \frac{4.141(m + \dot{m})}{b^2}$

Remarque importante :

Dans le cas d'une dalle rectangulaire il sera peu économique de disposer un maillage orthogonal d'armatures qui permet d'obtenir un moment plastique identique dans les deux directions. Les armatures parallèles au petit côté doivent avoir une section supérieure à celle des armatures perpendiculaires. Par conséquent, la dalle sera étudiée comme une dalle orthotrope.

Exemple : Dalle rectangulaire orthotrope encastrée sur ses appuis soumis à une charge uniformément répartie

Ce type correspond d'une dalle à maillage d'armatures suivant les deux directions soit inégales.

On désigne par

$\varphi m, \varphi m'$: les moments à la travée et appui par unité de largeur de la bande parallèle aux grands cotés ; d'où le coefficient $\varphi < 1$.

m, m' : les moments à la travée et appuis par unité de largeur de la bande parallèle aux petits côtés ; d'où le coefficient $\varphi < 1$.

Le travail extérieur est le même que la dalle isotrope :

$$T_{\text{ext}} = \frac{Pb}{6} [3a - 2\lambda]$$

Le travail des forces internes de la partie triangulaire : $T_{\text{int}} = 2 (\varphi m b \theta_1 + \varphi m' b \theta_1)$

Le travail des forces internes de la partie trapézoïdale : $T_{\text{int}} = 2 a \theta_2 (m + m')$

$$T_{\text{int}} = \frac{4 a (m + m')}{b} + \frac{2 \varphi b}{\lambda} (m + m')$$

$$T_{\text{int}} = 4 (m + m') \left(\frac{\varphi b}{2\lambda} + \frac{a}{b} \right)$$

L'équilibre de la dalle au moment d'apparition du mécanisme de rupture s'écrit :

$$\frac{Pb}{6} [3a - 2\lambda] = 4 (m + m') \left(\frac{\varphi b}{2\lambda} + \frac{a}{b} \right)$$

$$P = 24 (m + m') \left(\frac{\varphi b}{2\lambda} + \frac{a}{b} \right) \frac{1}{b (3a - 2\lambda)}$$

On doit déterminer les inconnus (λ_i) qui correspondent à l'application des charges extérieures maximum. On applique alors le théorème cinématique : $\frac{dP}{d\lambda} = 0$

6. Conclusion:

Les planchers peuvent être calculés selon les méthodes classique de la résistance des matériaux ou par les méthodes simplifiées, telle que la méthode forfaitaire. La maîtrise de ces méthodes permet de concevoir des planchers efficaces et adaptés aux contraintes structurelles. Des exercices de calcul en fin de polycopié permettent d'appliquer les concepts abordés dans ce chapitre.

Chapitre 2 : Calcul des portiques en béton armé sous les charges verticales

1. Introduction:

Une ossature en portique est constituée par un système de poteau et de poutre liés entre eux au niveau des nœuds par des liaisons rigides.

Le dimensionnement des sections des poutres et poteaux se fait suivant les recommandations des réglementations. En général, les poutres sont dimensionnées en fonction de la condition de la flèche et les poteaux en fonction de l'effort maximal après calcul de la descente de charge [13]. D'autre part, lorsque ces portiques devront assurer le contreventement des bâtiments (portique auto-stable), leurs sections doivent être vérifier les prescriptions du règlement RPA2024 [5].

Le calcul des ossatures en portiques se déroule en trois phases suivantes [13]:

- 1- Détermination des charges et distribution de l'ensemble des actions agissant sur l'ossature.
Les différentes actions qui agissent sur un portique sont celle qui dues aux charges verticales comprenant les charges permanentes et les charges d'exploitations et les charges climatiques (neige) ainsi que celle qui sont dues aux charges horizontales comprenant l'action de séisme et l'action du vent.
- 2- Détermination pour chaque élément du portique les sollicitations agissant sur les sections de calcul.
- 3- Calcul des armatures pour chacun des éléments constitués. Pour cela, on recherchera d'abord la combinaison d'action qui donne la sollicitation la plus défavorable pour chaque section des éléments des portiques, en considérant les combinaisons d'actions des règles BAEL91/99 [9] et RPA99/2024 [5].

2. Calcul des portiques sous charges verticales:

2.1. Distribution des charges verticales :

Elle s'obtient en examinant le cheminement des charges verticales dans la structure en béton depuis leurs points d'application. Généralement, les charges verticales sont distribuées aux poteaux et aux poutres en fonction des surfaces des planchers attribuées à chaque portique ; cette surface appelée surface d'influence, est définie en fonction de mode des panneaux des planchers considérés [13]:

⇒ Si les panneaux des planchers considérés travaillent suivant une seule direction (exemple : planchers à poutrelle, dalle pleine avec $l_x/l_y \leq 0.4$) : les charges et les surcharges provenant du plancher seront distribuées équitablement (moitié par moitié) sur les deux portiques perpendiculaires à la direction du travail des panneaux (Fig.1).

⇒ Si par contre le panneau travaille suivant deux directions pour une dalle pleine avec ($l_x/l_y > 0.4$) : le panneau sera découpé par des lignes à 45° suivant le mode de rupture et le chargement de chaque partie seront attribuées au portique qui les supporte (Fig.1).

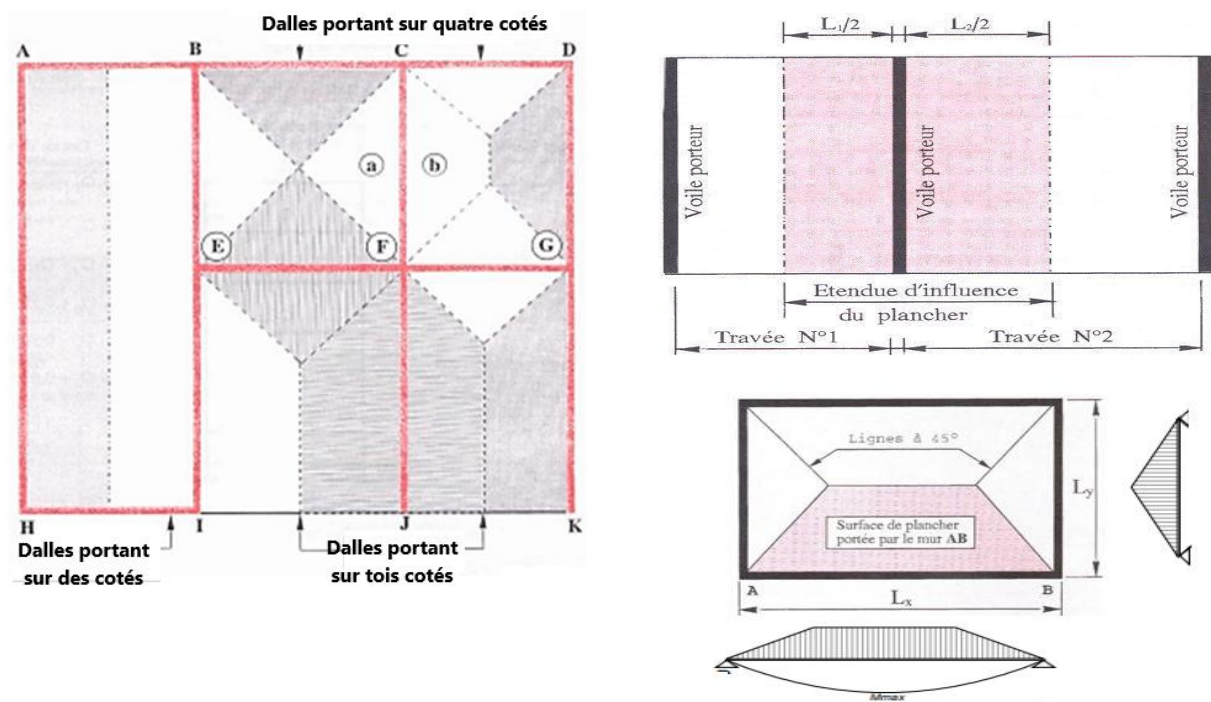


Fig.1 Distribution des charges verticales sur les poutres

2.2. Calcul des Sollicitations : (Méthode de Caquot)

A. Domaine de validité [9]

La méthode de Caquot convient particulièrement aux éléments de planchers à surcharges relativement élevées (planchers des constructions industrielles). Elle s'applique dans le cas où :

$$\begin{cases} Q \geq 2. G \\ Q \geq 5 \text{ KN/m}^2 \end{cases}$$

Elle s'applique également quand l'une des trois conditions qui délimitent la méthode forfaitaire n'est pas remplie (différence de longueur entre les portées successives supérieure à 25%, Inerties variables ; fissuration préjudiciable ou très préjudiciable).

La méthode de Caquot (E.2 de BAEL91/99) est initialement développée pour le calcul des poutres continues non solidaires des poteaux (ex : cas des poutrelles) puis elle a été étendue aux poutres solidaires des poteaux (cas des portiques) ; elle peut être appliquée en tenant compte ou non de cette solidarité. La méthode est fondée sur la méthode des trois moments. Elle s'applique aussi bien pour les charges réparties uniformément qu'aux charges concentrées [13].

B. Principe de la méthode

C. La méthode de Caquot prend en considération [7,9]:

- La variation du moment d'inertie efficace des sections transversales le long de la ligne moyenne, ce qui a pour effet de réduire les moments aux appuis et d'augmenter les moments en travée ;
- L'amortissement de l'effet des chargements sur les travées successives, qui est plus important que celui prévu par la continuité théorique, ce qui permet de limiter le nombre des travées soumises aux charges d'exploitation.

Le principe de la méthode repose sur le calcul des moments fléchissant selon les démarches suivantes [13]:

- Les moments fléchissant aux nœud (appuis) sont évalués en considérant que les charges appliquées sur les deux travées voisines de gauche (w) et de droite (e) et en utilisant une formule forfaitaire ; c'est-à-dire pour le calcul que les moments dépendent uniquement des charges appliquées sur ces deux travées (Fig.2) (Ainsi une poutre continue est assimilée à une série de poutres à deux travées seulement).
- Le moment fléchissant dans une travée dépend alors des charges appliquées sur cette même travée et des moments fléchissant aux deux appuis qui la délimitent.

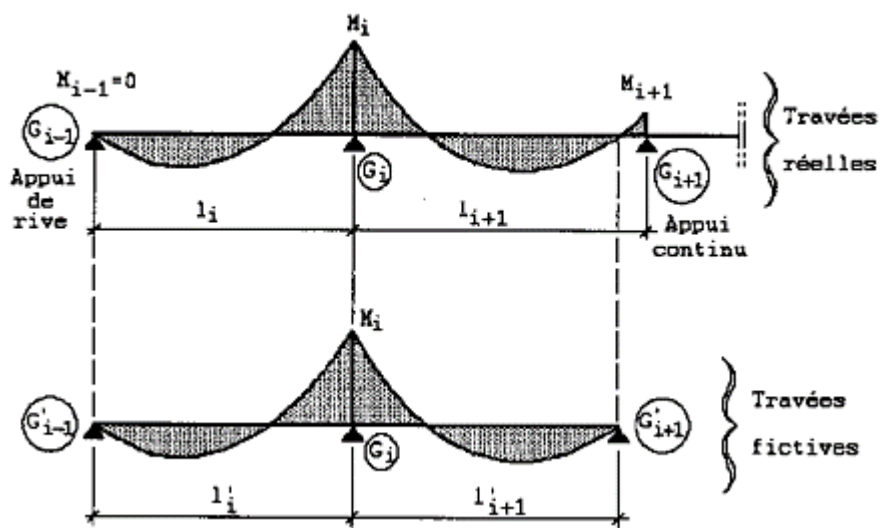


Fig.2 Principe de la méthode de Caquot [10]

D. Évaluation des Moments aux appuis

Afin d'évaluer les moments de continuité des barres au niveau d'un nœud (appuis), on prend en compte que les charges appliquées sur les barres adjacentes gauche (w) et droite (e) de ce nœud, et de la résistance offerte par les deux tronçons inférieur (s) et supérieurs (n) des poteaux liés à ce même nœud (Cas des portiques). Pour ce faire, les portées réelles des barres aboutissant à l'appui

- à gauche (indice w pour ouest), une travée fictive I'_w
- à droite (indice e pour est), une travée fictive I'_e
- au-dessus (indice n pour nord), une travée fictive I'_n
- au-dessous (indice s pour sud), une travée fictive I'_s

Les longueurs fictives des barres, exprimées en fonction de leurs longueurs réelles, sont présentées sur la figure (Fig.3) (chaque nœud marqué par X) [15].

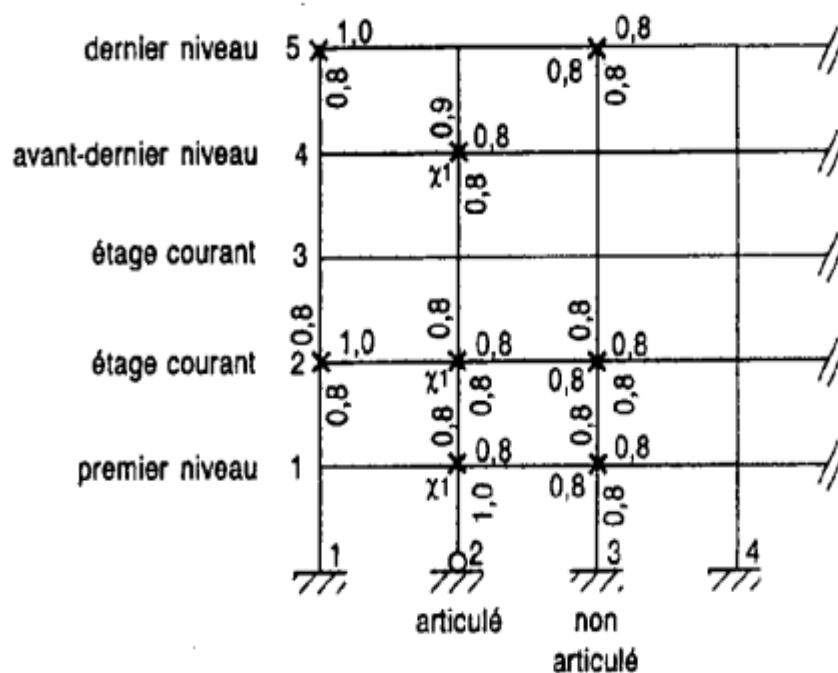


Fig.3 Coefficients de calcul des longueurs fictives des barres [15]

Le coefficient X_1 est calculé par la formule suivante :

$$X_1 = 1 - \frac{K_{Si} + K_{Ni}}{7.5 K_{(eou w)_i}} \geq 0.8 \quad \text{sinon} \quad X_1 = 0.8$$

Avec la convention de signe utilisée, le moment sur appui est évidemment négatif et la valeur algébrique, qui sera utilisée dans la suite, est égale à la valeur obtenue par le calcul précédent, affectée du signe (-).

On calcule ensuite les moments fictifs correspondant aux charges appliquées sur les travées (Fig.4) [15]:

$$M'_w = \frac{q_w l_w'^2}{8.5} + l'_w \sum K_w P_w \quad \text{à gauche de l'appui étudié,}$$

$$M'_e = \frac{q_e l_e'^2}{8.5} + l'_e \sum K_e P_e \quad \text{à droite de l'appui étudié,}$$

Les coefficients K_w et K_e s'appliquent aux charges concertées situées à une distance a de l'appui étudié est donné par : $K_{w(ou e)} = \frac{\alpha}{2.125} (1 - \alpha)(2 - \alpha)$ avec $\alpha = \frac{a}{l'}$ présente la distance relative de la charge par rapport à l'appui étudié.

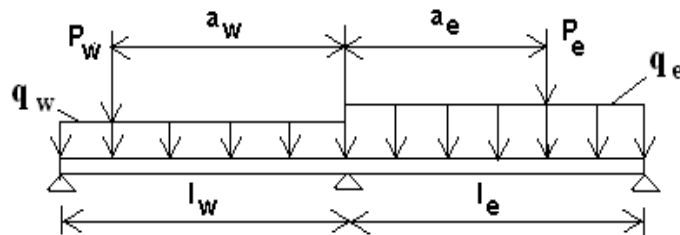


Fig.4 Notations utilisées pour le calcul des moments aux appuis.

Dans le cas de poutres à goussets (Fig. 5), les moments d'appui sont obtenus : pour les charges réparties, en remplaçant le coefficient 8.5 par 7.7 ; pour les charges concentrées, en remplaçant le coefficient K par $K_{w(ou e)} = \frac{\alpha}{1.925} (1 - \alpha)(2 - \alpha)$ [14]

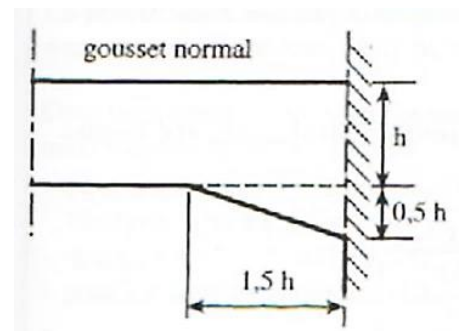


Fig.5 Poutre à goussets [14]

E. Distribution des Moments aux barres

La distribution des moments M'_w et M'_e dans les quatre barres liés au nœud, sera proportionnelle aux raideurs de ces barres [15]:

$$K_w = \frac{I_w}{l'_w} \quad K_e = \frac{I_e}{l'_e} \quad K_n = \frac{I_n}{l'_n} \quad K_s = \frac{I_s}{l'_s}$$

I_s , I_n , I_w , I_e , I_s , I_n : sont les moments d'inertie des poteaux inférieur (s) et supérieurs (n) et des travées de gauche (w) et de droite (e).

La somme des raideurs de barres : $D = K_w + K_e + K_n + K_s$

Enfin, les moments dans les quatre barres, sont donnés par :

$$M_w = M'_e \frac{K_w}{D} + M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D}\right) \quad \text{au nu de l'appui dans la poutre gauche ;}$$

$$M_e = M'_w \frac{K_e}{D} + M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D}\right) \quad \text{au nu de l'appui dans la poutre droite ;}$$

$$M_n = \frac{K_n}{D} (M'_e - M'_w) \quad \text{au nu de l'appui dans le poteau supérieur ;}$$

$$M_s = \frac{K_s}{D} (M'_e - M'_w) \quad \text{au nu de l'appui dans le poteau inférieur ;}$$

■ Cas d'un nœud de rive avec console

Si par exemple le nœud de rive avec console est à gauche, les moments fictifs associés aux charges appliquées sur les travées sont:

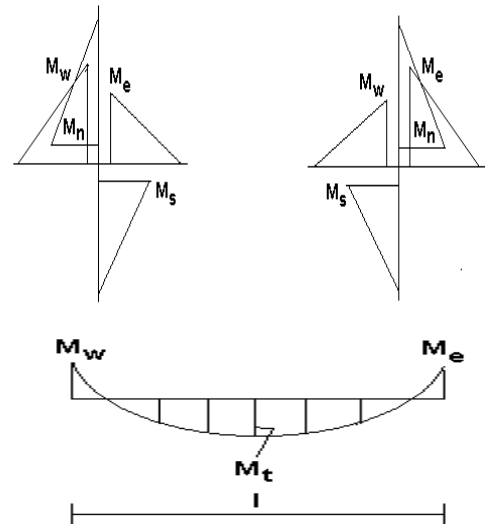
$$M'_e = \frac{q_e l_e'^2}{8.5} + l'_e \sum K_e P_e$$

M'_w = est le moment d'encastrement isostatique de la console.

Remarque :

Les moments M_w et M_e (chapeaux) dans les poutres sont toujours négatifs. Pour les poteaux les moments M_s et M_n sont de signes contraires. La face tendue du poteau nord se situe du côté correspondant à la plus grande des valeurs absolues des moments à l'appui considérée M_w et M_e ; tandis que celle du poteau sud se trouve du côté opposé.

Pour obtenir les moments maximaux aux appuis des poutres (chapeaux) il faut appliquer la surcharge d'exploitation sur toute la travée.



F. Moments en travées des poutres

Les moments en travée sont calculés en considérant les travées indépendantes des portées réelles (de portée l non l') chargées (avec la charge d'exploitation) ou non (plusieurs cas de chargement) et soumises aux moments sur appuis calculés [10].

$$M_t(x) = \mu(x) + M_w \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_e \frac{x}{l}$$

$\mu(x)$: est le moment isostatique de la travée de référence due aux charges considérées.

La position de moment maximal en travée est déterminée en recherchant l'abscisse ou la dérivée de $M_t(x)$ s'annule (effort tranchant = 0), soit par exemple dans le cas où le chargement est symétrique sur la travée :

$$x = \frac{l}{2} + \frac{M_e - M_w}{pl}$$

Comme, dans le calcul des moments sur appuis, seules les deux travées adjacentes à l'appui étudié sont prises en compte, les cas de chargement à envisager sont illustrés dans la Figure 6 [10].

La courbe enveloppe des moments correspondant aux charges réparties est présentée sur la Figure 7. Le moment maximal dans la deuxième travée est obtenu avec cas de chargement N°2 (Fig.7).

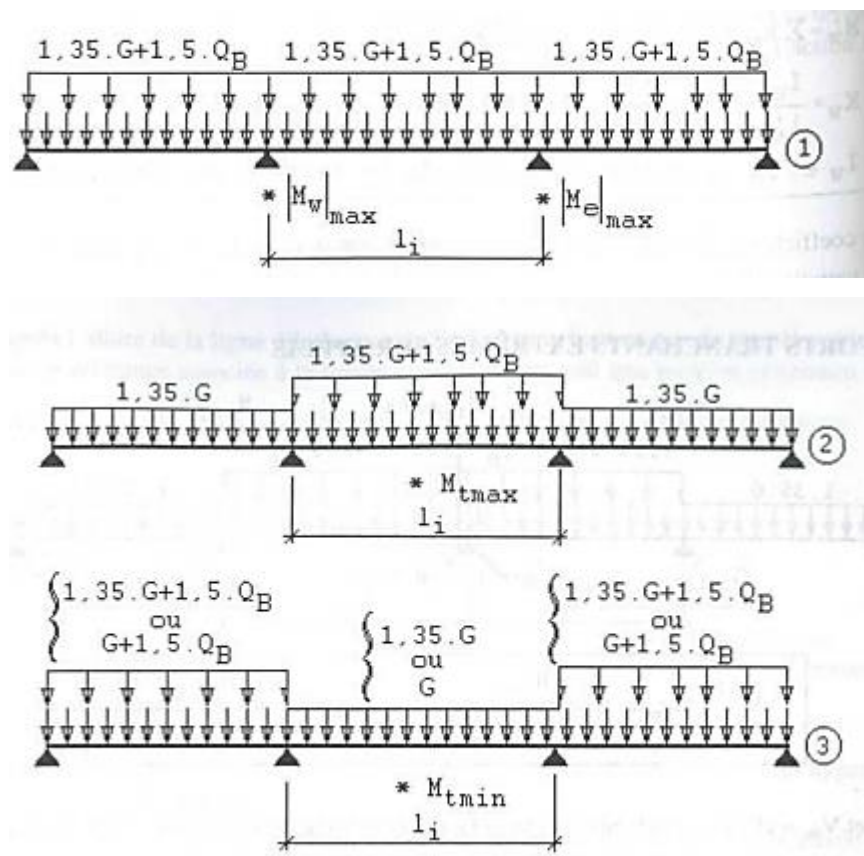


Fig.6 Définition des cas de charge à prendre en compte [10].

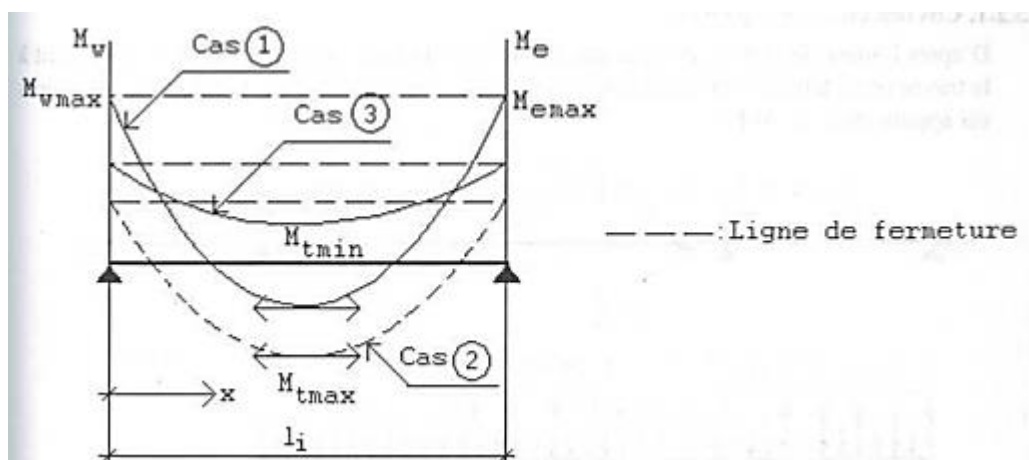


Fig.7 Diagramme enveloppe [10]

G. Moments aux poteaux

Les points de moment nul dans les poteaux sont situés à l'_n au-dessus du plancher et à l'_s au-dessous du nu inférieur des poutres.

H. Efforts normaux dans les poteaux et efforts tranchants dans les poutres

Les efforts tranchants aux appuis sont déterminés comme les poutres continues en l'équilibre des moments de continuité [9]. Les efforts tranchants dans les poutres = les efforts normaux dans les poteaux.

$$T_{wi} = T_{0w} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_{wi}} \quad T_{ei} = T_{0e} + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{ei}}$$

T_{0w} et T_{0e} : efforts tranchants sur appuis (i) des travées isostatiques en valeur algébriques.

M_i , M_{i-1} et M_{i+1} : les moments aux (i) et (i+1) appuis avec leurs signes.

I. Efforts tranchants dans les poteaux et Efforts normaux dans les poutres

Par simplification la méthode de Caquot néglige l'effort normal dans les poutres et l'effort tranchant dans les poteaux [9].

3. Conclusion:

Sous l'effet des charges verticales; les sollicitations dans les différentes sections de portique sont calculées :

-Soit par les méthodes exactes de l'RDM : méthode de rotation, méthode des forces, méthode de Hardy Cross

-Soit par les méthodes simplifiées adoptées au calcul des structures en béton armé comme la méthode de continuité d'Albert Caquot présentée dans ce cours.

Chapitre 3 : Calcul des portiques sous les charges horizontales

1. Introduction

Les forces horizontales agissant sur les portiques sont de natures variées : efforts du vent sur les portiques constituant la trame d'un bâtiment, que l'on décompose en force concentrées agissant au niveau des planchers, efforts de freinage ou de démarrage transmis aux poutres supportant les chemins de roulement des ponts roulants, ainsi que les charges dues aux séismes, qui génèrent des actions horizontales sur la structure.

Sous l'effet des charges horizontales; les sollicitations dans les différentes sections de portique sont calculées :

-Soit par les méthodes exactes de l'RDM : méthode de rotation, méthode des forces, méthode de Hardy Cross

-Soit par les méthodes simplifiées adoptées au calcul des structures en béton armé. Parmi ces méthodes : méthode simplifiée du B.A.E.L91/99 (Art. B.8.1,2), méthode de Muto.

Dans ce cours on s'intéresse à la méthode de Muto.

2. Principe de la méthode de Muto

La méthode de Muto, issue de la réglementation parasismique japonaise, repose sur la rigidité relative de niveau d'un portique donné, dont Muto fixe cette rigidité comme celle obtenue avec poteaux parfaitement encastrés multipliés par un coefficient correcteur (a_p) qui tient compte de la flexibilité des poutres arrivant aux nœuds [16].

3. Étapes de calcul des portiques [15,13]

Soit : R^∞ : rigidité relative de niveau d'un portique avec poteau parfaitement encastré .

a_p : coefficient correcteur qui tient compte de la flexibilité des poutres.

R : rigidité relative de niveau d'un portique corrigé au sens de Muto : $R = a_p R^\infty$

3.1. Calcul des raideurs des poutres et des poteaux :

$$K_p = \frac{I_{\text{poteau}}}{h_e} \qquad K_i = \frac{I_{\text{poutre}}}{L}$$

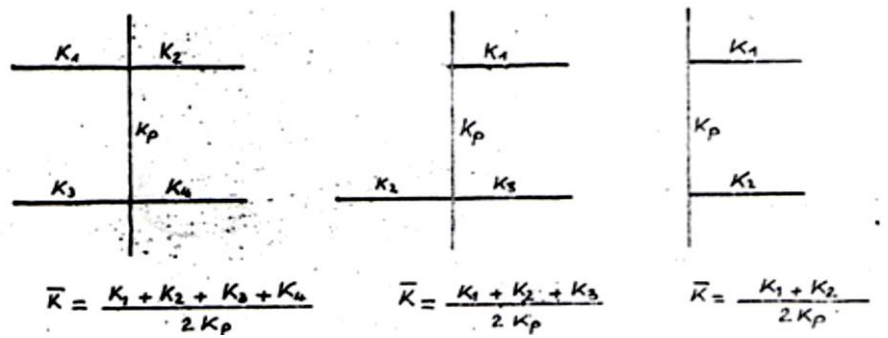
I : inertie de l'élément considéré

h_e : hauteur du poteau considérée.

L : Portée de la poutre considérée.

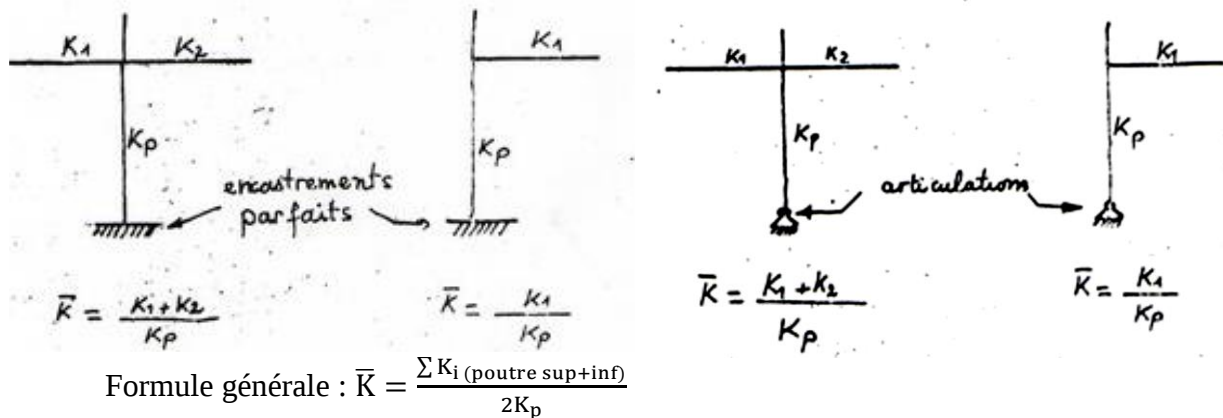
3.2. Calcul des coefficients $\bar{K}$ relatives aux portiques transversales et longitudinales

- Étage courant



Formule générale : $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ (poutre sup)}}{K_p}$

- Premier niveau (RDC)



Formule générale : $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ (poutre sup+inf)}}{2K_p}$

3.3. Calcul des coefficients correcteurs a_p

- Étage courant $a_p = \frac{R}{2+R}$
- Premier niveau (RDC) : *pour poteau encasté à la base : $a_p = \frac{0.5+R}{2+R}$
*pour poteau articulé à la base : $a_p = \frac{0.5R}{1+2R}$

3.4. Calcul des rigidités des poteaux suivant les deux sens

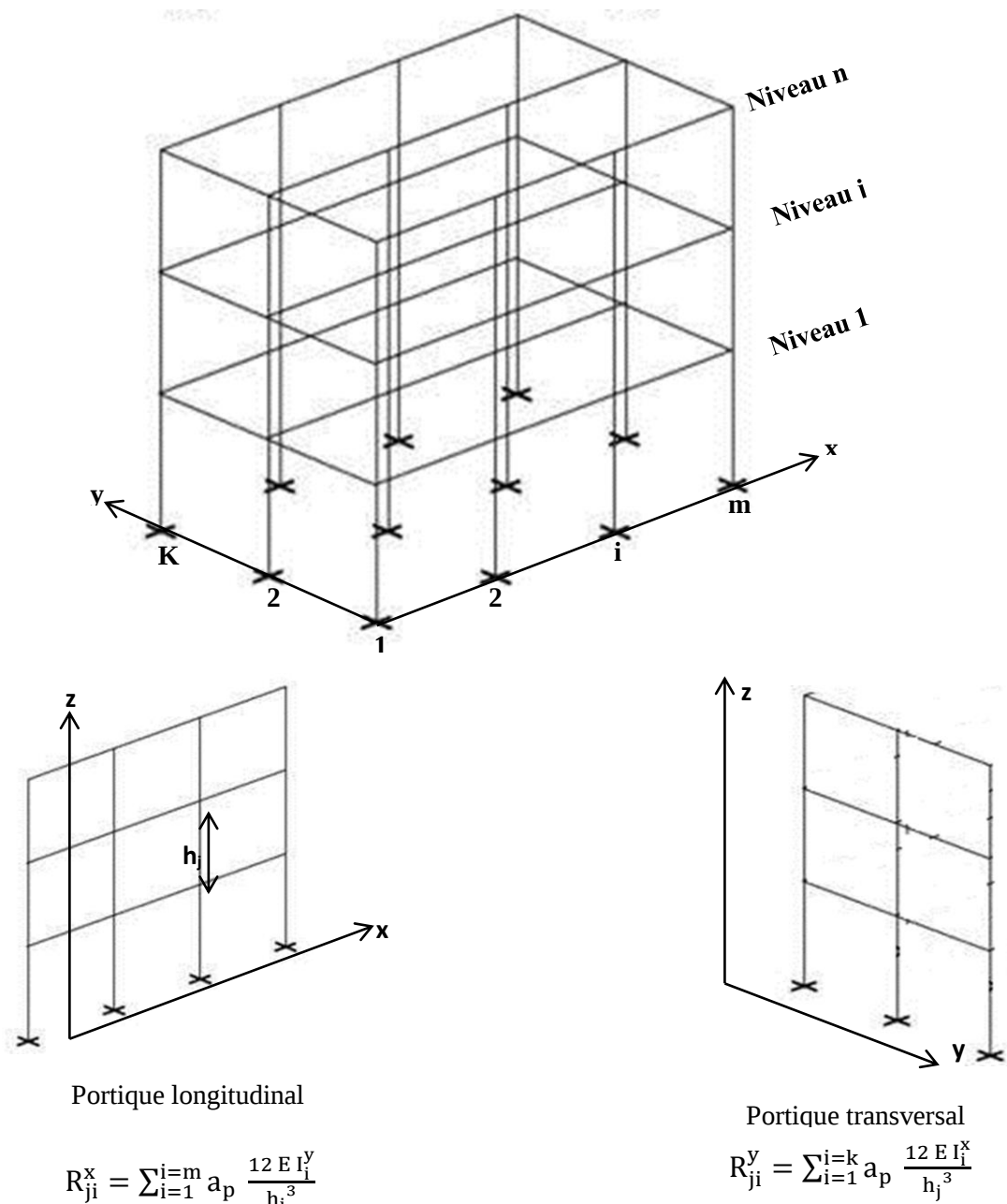
- Poteau d'étage courant $r = a_p \frac{12 EI}{h_e^3}$
- Poteau de premier niveau (RDC) :
*dans le cas des poteaux encastés à la base : $r = a_p \frac{12 EI}{h_e^3}$
* dans le cas des poteaux articulés à la base : $r = a_p \frac{3 EI}{h_e^3}$

Avec : E : module de déformation instantané du béton.

I : inertie de la section du poteau suivant le sens considéré.

h_e : hauteur du poteau considérée.

3.5. Calcul des rigidités relatives des portiques transversaux et longitudinaux à chaque niveau



m : nombre des poteaux dans la direction (x).

k : nombre des poteaux dans la direction (y).

I_i^x : inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau (i) parallèle à l'axe (x).

I_i^y : inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau (i) parallèle à l'axe (y).

Fig.1 : Rigidités relatives des portiques à chaque niveau

3.6. Détermination du centre de masse et de torsion (Cj) à l'étage (j)

Chaque bâtiment est caractérisé à chaque niveau par un centre de masse qui représente le centre gravité des charges agissant sur l'ouvrage ainsi d'un centre de torsion qui représente le centre de gravité des rigidités (ici seulement les éléments qui participent au contreventement) (Fig.2) [13].

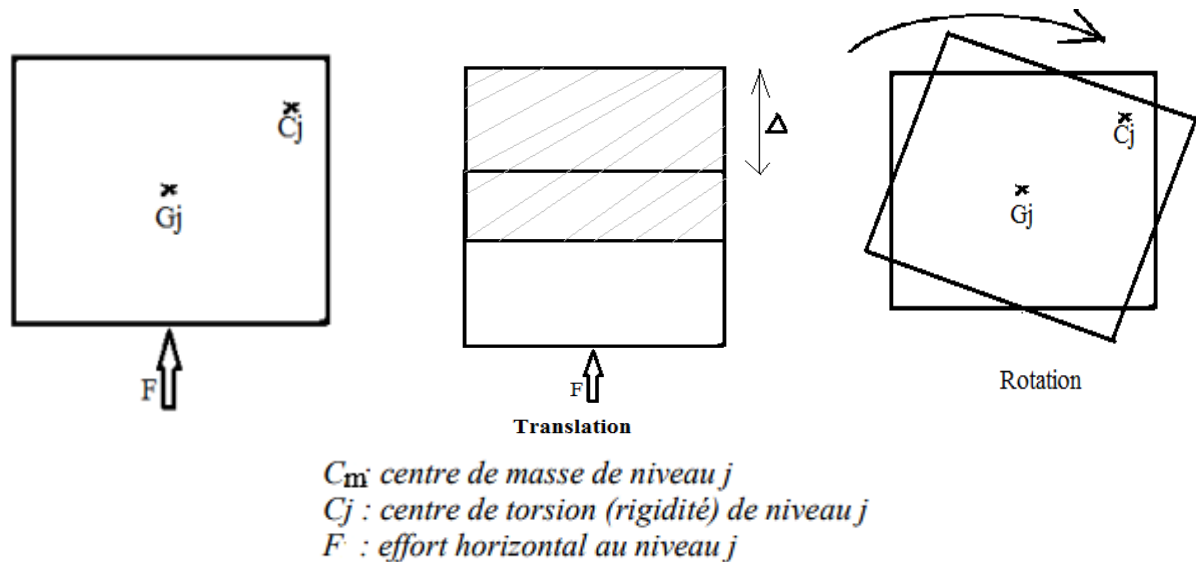


Fig.2 : Centre de masse et Centre de torsion

■ Centre De Masse

Il est nécessaire de connaître les centres de masses par ce que les forces sismiques sont considérées appliquées dans le centre de masse des planchers. Pour chaque niveau étudié, le centre de masse sera calculé en utilisant tous les éléments de la structure qui influencent la stabilité du bâtiment : poteaux, poutres, planchers, voilesetc.

Les cordonnés (X_G, Y_G) de centre de masse d'un niveau donné sont :

$$X_{Gj} = \frac{\sum M_{ji} x_i}{\sum M_{ji}} \quad \text{et} \quad Y_{Gj} = \frac{\sum M_{ji} y_i}{\sum M_{ji}}$$

M_{ji} : poids propre de l'élément (i) du niveau (j).

x_i, y_i : Coordonnées du centre de masse de l'élément (i) du niveau considéré par rapport au repère choisi.

■ Centre De Torsion

Le centre de torsion, également appelé centre de rigidité, est le point d'un plancher où une force appliquée provoque uniquement une translation dans la direction de cette force si ce centre coïncide avec le centre de masse, et une rotation s'il existe une excentricité entre ces deux centres.

Les cordonnés (X_G, Y_G) de centre de masse d'un niveau donné sont :

$$X_{cj} = \frac{\sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^y X_i}{\sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^y}, \quad Y_{cj} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^x Y_i}{\sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^x}$$

Avec :

- R_{ji}^x : Rigidité du portique longitudinal dans le sens « OX ».
- R_{ji}^y : Rigidité du portique transversal dans le sens « OY ».
- X_i : Distance d'un élément (i) à l'axe « OY ».
- Y_i : Distance d'un élément (i) à l'axe « OX ».

3.7. Détermination de la rigidité à la torsion ($R_{j\theta}$) à l'étage (j)

La rigidité à la torsion des portiques transversaux et longitudinaux est donnée par :

$$R_{j\theta} = \sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^x (\overline{Y_i'})^2 + \sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^y (\overline{X_i'})^2$$

(X_i') : distance d'un portique (i) transversal à l'axe C_{jy} .
 (Y_i') : distance d'un portique (i) longitudinal à l'axe C_{jx} .

3.8. Evaluation des efforts tranchants de chaque niveau

Les efforts sismiques revenant à chaque étage sont calculées en utilisant l'RPA2024 [5] (calcul sismique) et les forces dues au vent sont calculées en utilisant les règles NV65.

L'effort tranchant revenant au niveau (j) est : $V_j = \sum_{i=j}^{i=n} F_i$

Remarque :

Muto a distribué dans les niveaux correspondants (j) l'effort tranchant "V" dans les différents portiques au lieu de l'effort sismique exercé à chaque niveau.

3.9. Répartition des efforts tranchants aux différents portiques de l'étage

V_{jx} : effort tranchant de l'étage (j) dans le sens (x) .

V_{jy} : effort tranchant de l'étage (j) dans le sens (y).

On considère que les rigidités de niveau des portiques R_{ji}^x et R_{ji}^y reste constante ou varient progressivement d'un étage à l'autre du bâtiment, on peut alors dire que le centre de torsion et le centre de masse varient très peu d'un étage à l'autre.

$$T_{ji}^y = V_{jy} \frac{R_{ji}^y}{\sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^y} + V_{jx} e_x \frac{R_{ji}^y X_i'}{R_{j\theta}} \quad \text{et} \quad T_{ji}^x = V_{jx} \frac{R_{ji}^x}{\sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^x} + V_{jy} e_y \frac{R_{ji}^x Y_i'}{R_{j\theta}}$$

T_{ji}^x : effort tranchant de niveau (j) au portique longitudinal (i)

T_{ji}^y : effort tranchant de niveau (j) au portique transversal (i)

De point de vue général, si la conception est bonne, les excentricités peuvent être près constantes à tous les niveaux. L'excentricité : $e_x = |X_G - X_T|$, $e_y = |Y_G - Y_T|$.

Remarques

1-Pour répartir les efforts horizontaux engendrés par le séisme ou le vent F_{jx} , F_{jy} par étage (j) aux différents portiques, on peut utiliser la même procédure de la répartition de l'effort tranchant.

$$f_{ji}^y = F_{jy} \frac{R_{ji}^y}{\sum_{i=1}^m R_{ji}^y} + F_{jy} e_x \frac{R_{ji}^y x_i'}{R_{j0}} \quad \text{et} \quad f_{ji}^x = F_{jx} \frac{R_{ji}^x}{\sum_{i=1}^k R_{ji}^x} + F_{jx} e_y \frac{R_{ji}^x y_i'}{R_{j0}}$$

2- L'article 4.2.7 du RPA 2024 [5], doit être pris en considération dans le calcul de l'excentricité :

$$e_x, e_y = \max \left\{ \begin{array}{l} \text{Excentricité théorique.} \\ 5\% \text{ de la dimension du bâtiment à ce niveau.} \end{array} \right.$$

3.10. Détermination des sollicitations à chaque portique (i)

1-Calcul de l'effort tranchant relatif repris par chaque poteau

Chaque poteau (s) va prendre un effort tranchant égal : $t_{js} = T_{ji} \frac{r_{js}}{R_{ji}}$

2-Détermination de la position de moment nul dans les poteaux

$Z = y.h$ avec $y = (y_0 + y_1 + y_2 + y_3)$

y_0 : coefficient donnée par les tableaux :

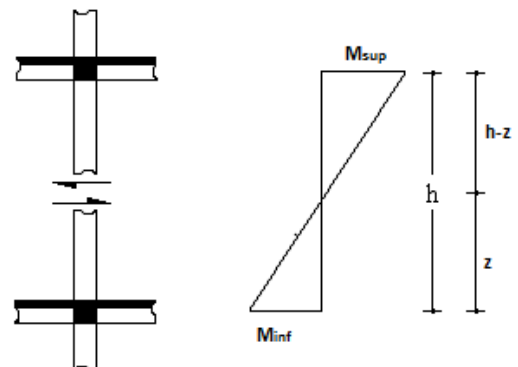
-charge triangulaire : séisme (tab.1).

y_0 est en fonction de :

-nombre total de niveaux que comporte le portique.

-Rang de niveau occupé par le poteau considéré.

-de $\bar{K}$ Défini précédemment.



Remarque : si la base des poteaux est articulée $y_0=0$.

y_1 : coefficient qui tient compte de la variation de la rigidité linéaire (I/L) des poutres (sup et inf)

il est donné par le tableau 2 avec $\alpha_1 = \frac{K_1+K_2}{K_3+K_4} = \frac{K_{sup}}{K_{inf}}$

Remarque : si $K_{sup} > K_{inf}$ on prend $\alpha_1 = \frac{K_{inf}}{K_{sup}}$ et en affectant les valeurs de tableau par le signe

(-). Pour le premier niveau on prend $y_1=0$.

y_2 : coefficient qui tient compte de la variation de la hauteur d'étage supérieur, présenté dans le

tableau 3 avec $\alpha_2 = \frac{h_{sup}}{h_j}$

Remarque : Pour les poteaux de premier niveau on prend $y_2=0$.

Y_3 : coefficient qui tient compte de la variation de la hauteur d'étage inférieur, présenté dans le tableau 3 avec $\alpha_3 = \frac{h_{inf}}{h_j}$

Remarque : Pour les poteaux de premier niveau on prend $y_3=0$.

3-Calcul des moments en têtes des poteaux

$$M_s = t_{js}(h_j - z) \quad \text{et} \quad M_i = t_{js}z$$

4-Calcul des moments dans les poutres

$$M_w = \frac{K_1}{K_1+K_2} (M_s + M_i) \quad \text{et} \quad M_e = \frac{K_2}{K_1+K_2} (M_s + M_i)$$

5-Détermination des efforts normaux et tranchants

À partir du diagramme des moments, on peut déduire facilement les efforts normaux (N) et tranchants (V) dans chaque barre (poutre et poteau) en écrivant l'équilibre de chaque nœud

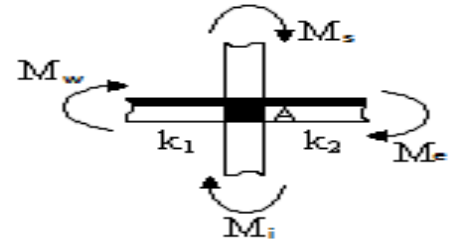
$$\text{L'effort tranchant dans les poteaux : } V = \frac{M_i - M_s}{h_j} \quad \text{avec} \quad V_n = -V_s$$

$$\text{L'effort tranchant dans les poutres : } V = \frac{M_e - M_w}{L} \quad \text{avec} \quad V_e = -V_w$$

$$\text{L'effort normal : } N_i = \sum V_i \quad \text{si } N < 0 : \text{effort de traction et si } N > 0 \text{ effort de compression.}$$

4. Conclusion

Ce chapitre a présenté les différentes étapes de calcul des portiques en béton armé soumis aux charges horizontales par la méthode de Muto. Un exercice pratique est présenté en fin de polycopié permet l'appliquer de cette méthode et renforcer la maîtrise de calcul.



Chapitre 4 : Dispositions réglementaires relatives aux poteaux et poutres

1. Introduction

Ce chapitre présente les combinaisons des actions indispensables à la détermination des sollicitations de calcul et les dispositions réglementaires relatives aux poteaux et poutres en béton armé.

2. Combinaisons des actions :

Il serait peu économique de concevoir des ouvrages capables de résister à l'ensemble des actions possibles, y compris les plus improbables. Pour chaque état limite, il convient d'identifier la combinaison d'actions la plus défavorable, en considérant que les actions permanentes, variables et accidentelles peuvent se produire simultanément.

Cependant, comme la probabilité que toutes atteignent leur intensité maximale au même moment est faible, des coefficients de pondération distincts sont appliqués selon les situations. Par conséquent, seules les combinaisons d'actions les plus probables et les plus critiques sont analysées, afin d'assurer la sécurité tout en maintenant une conception économiquement viable [17].

2.1. Combinaisons des actions selon les règles BAEL91/99 [9]:

A. Combinaisons d'actions à considérer dans les ELU de résistance:

Pour le calcul à l'ELU, on distingue deux types de combinaison : les combinaisons fondamentales et les combinaisons accidentelles.

Combinaisons fondamentales :

$$(1.35G_{max} \text{ et/ou } G_{min}) + \gamma_{Q1} Q_1 + \sum 1.3\psi_{0i} Q_i$$

G_{max} : l'ensemble des actions permanentes défavorables ;

G_{min} : L'ensemble des actions permanentes favorables ;

Q_1 : Une action variable dite de base ;

Q_i : Les autres actions variables dites d'accompagnement ;

$\gamma_{Q1}=1.5$ dans le cas général ; $\gamma_{Q1}=1.35$ dans le cas suivant :

- La température.
- Les charges d'exploitation étroitement bornées ou de caractère particulier.
- Les bâtiments agricoles à faible densité d'occupation humaine.

ψ : Coefficient relatif aux charges d'exploitation (Art D.1.13 et D.1.2.3 du B.A.E.L91/99).

Combinaisons accidentelles :

$$G_{max} + G_{min} + F_A + \psi_{11} Q_1 + \sum \psi_{21} Q_i$$

F_A : Valeur nominale de l'action accidentelle ;

$\psi_{11} Q_1$: Valeur fréquente d'une action variable ;

$\psi_{2i} Q_i$: Valeur quasi permanente d'une autre action variable.

B. Combinaisons d'actions à considérer pour la vérification aux ELS:

$$G_{max} + G_{min} + Q_1 + \sum \psi_{0i} Q_i$$

2.2. Combinaisons des actions selon les règles RPA2024 [5] :

Selon le RPA 2024 (article 5.2), l'action sismique est définie par trois composantes agissant simultanément : Deux composantes horizontales (E_x et E_y) agissant dans deux directions orthogonales situées dans le plan de la structure ; et Une composante verticale (E_z) agissant suivant l'axe vertical de la structure.

i. Composantes horizontales de l'action sismique :

La combinaison des actions permanentes variables est donnée par :

$$\begin{cases} G + \psi Q + E_1 \\ G + \psi Q + E_2 \end{cases}$$

où:

G : charges permanentes

Q : charges d'exploitation, non pondérées

ψ : Coefficient d'accompagnement, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation et donnée par le Tableau (4.2) de l'RPA2024.

et :

$$\begin{cases} E_1 = \pm E_x \pm 0.3E_y \\ E_2 = \pm 0.3E_x \pm E_y \end{cases}$$

ii. Composantes horizontales de l'action sismique :

Dans le cas de la composante verticale (définie par l'article 5.2.2 de l'RPA 2024), les combinaisons d'actions suivantes doivent être utilisées :

$$\begin{cases} G + \psi Q + E_3 \\ G + \psi Q + E_4 \\ G + \psi Q + E_5 \end{cases}$$

où: E_3 , E_4 et E_5 représentent la combinaison des composantes, horizontales (E_x , E_y) et la composante verticale (E_z), définies par :

$$\begin{cases} E_3 = \pm E_x \pm 0.3E_y \pm 0.3E_z \\ E_4 = \pm 0.3E_x \pm E_y \pm 0.3E_z \\ E_5 = \pm 0.3E_x \pm 0.3E_y \pm E_z \end{cases}$$

3. Dispositions réglementaires relatives aux poutres:

3.1. Généralités :

Les poutres dans une structure en béton armé sont les éléments porteurs horizontaux, ils supportent les charges verticales transmises par les planchers, murs et escaliers et les transmettent aux appuis (poteau, murs). Elles contribuent également à la stabilité et la rigidité de la construction sous charges horizontales (assurent la liaison entre les différents poteaux). On admettra que la poutre est simple si elle est composée d'une seule travée et continue si elle se compose de plusieurs travées.

3.2. Coffrage des Poutres :

a. Prédimensionnement

Pour une poutre rectangulaire et pour les constructions courantes, la hauteur h de la poutre est déterminée, en dehors des vérifications de résistance et déformations, par les fourchettes empiriques suivantes [6,13]:

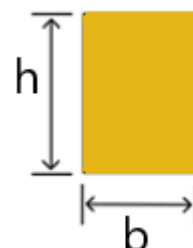
- Pour les poutres continues : $\frac{L}{12} \leq h \leq \frac{L}{15}$
- Pour les poutres simples : $\frac{L}{10} \leq h \leq \frac{L}{12}$
- Pour les poutres en console : $\frac{L}{8} \leq h \leq \frac{L}{5}$

Avec : L : portée maximale de la poutre entre nus des appuis ;

La largeur ' b ' de la poutre est généralement prise égale à :

$$0.3h \leq b \leq 0.5h .$$

Par l'aspect esthétique et pour faciliter l'exécution de coffrage, la largeur de la poutre est souvent prise égale à la plus petite dimension du poteau lui servant l'appui.



b. Dimensions minimales des Poutres :

La section transversale des poutres doivent satisfaire les conditions minimales de

$$\text{l'RPA99/2024 [5]: } \text{Min } (b, h) \geq \left\{ \begin{array}{l} h \geq 30\text{cm} \\ b \geq 20\text{cm en zones I, II et III} \\ b \geq 25\text{cm en zones IV, V et VI} \\ \frac{h}{b} \leq 4 \\ b_{\text{max}} \leq (1.5h + b_1) \end{array} \right\}$$

h peut-être ramené à 20cm dans les ouvrages contreventés par voiles

Si les dimensions de la poutre sont plus ou moins larges par rapport au poteau, les dimensions suivantes sont à respecter (Fig.1) [5] :

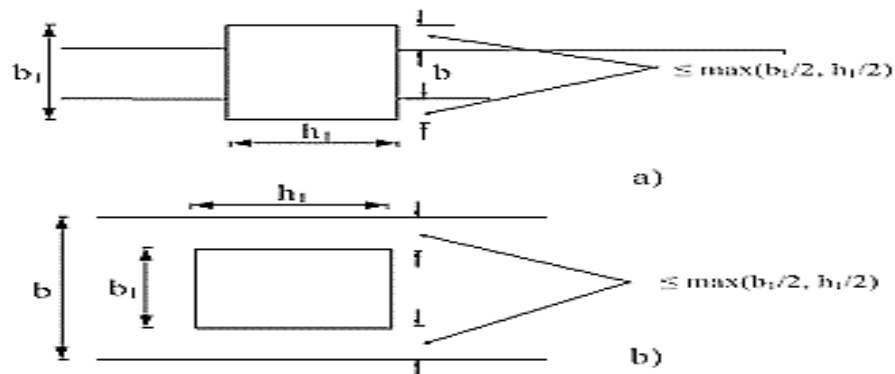


Fig.1 : Dimension à respecter pour les poutres [5].

Dans le cas des bâtiments courants, on utilise généralement pour le dimensionnement des poutres les conditions réglementaires de non-vérification de la flèche (BAEL91/99 art B.6.5,1[9]). Il est à noter que ces conditions ne s'appliquent d'ailleurs que dans le cas de poutre associée à un hourdis et pour les poutres inférieures à 8m.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{h}{l} \geq \left(\frac{1}{22.5} \right) \\ \frac{h}{l} \geq \left(\frac{1}{15} \right) \frac{M_t}{M_0} \\ \frac{A}{b_0.d} \geq \frac{3.6}{f_e} \end{array} \right\} \text{ ou } \begin{array}{l} h : \text{hauteur de poutre.} \\ L : \text{portée de la poutre.} \\ M_t : \text{moment sur travée.} \\ M_0 : \text{moment isostatique.} \\ f_e : \text{limite élastique de l'acier.} \end{array}$$

3.3. Conception et disposition des armatures :

A- Exigence de ductilité pour la zone critique (RPA 2003/2024)

Les zones dites 'critiques' des poutres doivent être conformes à l'article 7.5.2 de l'RPA 2024 [5], qui définit les distances à considérer les dispositions constructives particulières pour garantir la ductilité et la sécurité sismique des portiques (Fig.4).

B- Armatures longitudinales

La section des armatures longitudinales est déterminée pour équilibrer les moments calculés qui dépend de mode de chargement (charges réparties, isolées..) et de la portée de la poutre et du type des appuis (appui simple ou encastrement...).

Les armatures sont ensuite disposées en travée et en appui suivant les courbes enveloppes selon les cas de chargement et pour les combinaisons d'actions nécessaires.

La section A_l des armatures longitudinales doit répondre aux exigences données par l'article 7.5.2 de l'RPA 2024 [5].

Les dispositions des barres supérieures (chapeaux) et des barres principales inférieures de la poutre peuvent être représentées dans la figure 2.

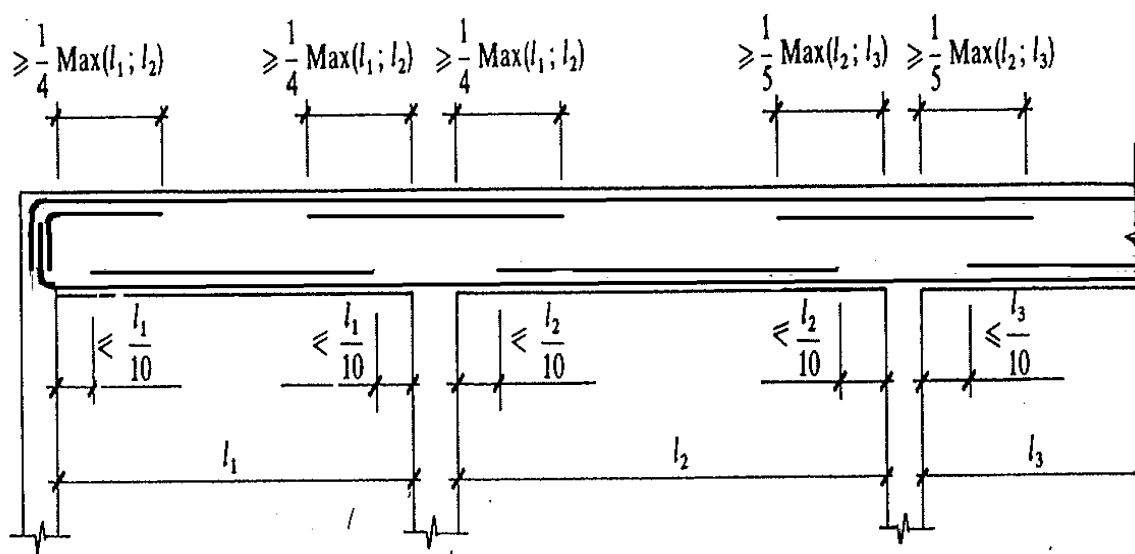


Fig.2 Arrêts des barres inférieures et supérieures [6].

- **Condition De non-Fragilité** (BAEL91/99 art B.6.4 [9])

Il faut toujours vérifier que $A_s \geq 0.23bd \frac{f_{t28}}{f_e}$

Avec : b est la largeur de la poutre et d est la hauteur utile d.

- **Armature de peau**

Pour les poutres de grande hauteur, il est nécessaire de prévoir une armature de peau dont la section dépend du préjudice de la fissuration (hauteur ≥ 60 cm). En effet, sans ces armatures, des fissures relativement ouvertes pourraient apparaître en dehors des zones armées par les armatures (barres inférieures et supérieures longitudinales) [7]. La section d'armature de peau est (Fig.3) :

- *1 cm^2 / m pour les bâtiments courant avec fissuration préjudiciable.
- *3 cm^2 / m Pour les bâtiments courant avec fissuration peu préjudiciable.
- *5 cm^2 / m Pour les bâtiments courant avec fissuration très préjudiciable.

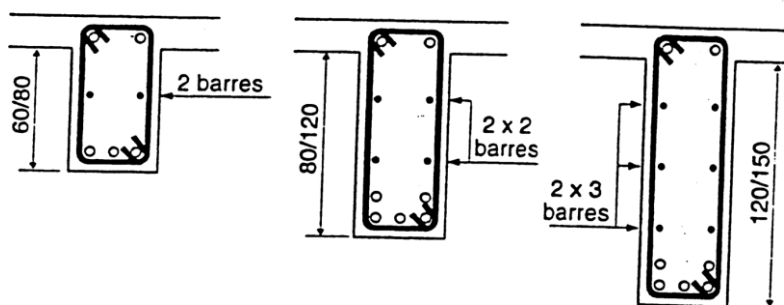


Fig.3 : Dispositions des armatures de peau.

C- Armatures transversales

Les armatures transversales sont indispensables pour équilibrer l'effort tranchant. Les armatures transversales doivent respectés à partir des formules du BAEL91/99 article A.5.1.23 [9] et celles de l'article 7.5.2 de l'RPA 2024 [5].

 **Selon BAEL 91/99:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \frac{A_t}{bS_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 f_{tj} K}{0,8 f_e} \quad (K = 1 \text{ pas de reprise de bétonnage}) \\ \bullet S_t \leq \text{Min}(0,9d; 40\text{cm}) \\ \bullet \frac{A_t f_e}{bS_t} \geq \text{Max}\left(\frac{\tau_u}{2}; 0,4\text{MPa}\right) \end{array} \right.$$

 **RPA 2024 2024 :**

$$\phi_t > 6\text{mm}$$

$$A_t = (0.003).S.b$$

L'espacement maximal des armatures transversales est défini conformément aux critères suivants :

- L'espacement maximum dans les zones critiques:

$$S = \min(h/4; 24\phi_t; 17.5 \text{ cm}; 6\phi_l) \text{ avec:}$$

- h : hauteur de la poutre
- ϕ_t : diamètre des armatures de confinement
- ϕ_l : diamètre minimal des barres longitudinales

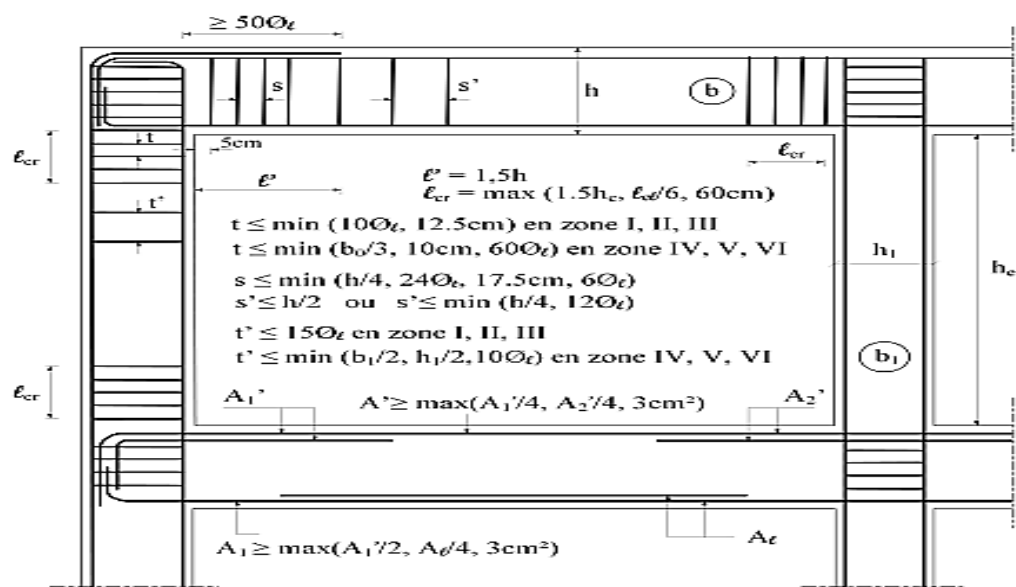
- L'espacement maximum En dehors de la zone critique: $S_t' \leq h/2$

avec : $S' = \min(h/4; 12\phi_l)$ si les armatures comprimées sont nécessaires

Où ϕ_l est le diamètre minimal des armatures longitudinales du poteau.

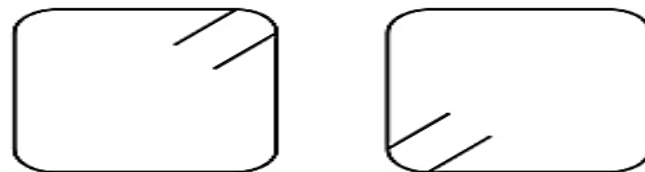
Le diamètre ϕ_t d'armatures transversales doit vérifier la condition suivante :

$$\phi_t \geq \text{Min} \left(\frac{h}{35}; \phi_l; \frac{b}{10} \right)$$



l_{cr} : longueur libre
 l_{cr} : longueur critique
 h_e : plus grande dimension de la section transversale du poteau
 l' : longueur critique de la poutre
 b_0 : dimension minimal du noyau béton

(a) Détail d'un cours d'armatures transversales de la zone nodale



(b) Deux cadres fermés (avec alternance dans l'orientation)

Fig.4 : Spécifications pour les nœuds poteaux-poutres [5]

D- Dispositions diverses

➤ Croisement de poutres

Au voisinage du croisement d'une poutre avec une autre poutre, l'équilibre dépend de la position de la poutre (face supérieure ou inférieure) et de la répartition du cisaillement sur la hauteur de la poutre [7].

Lorsque la poutre portée présente une hauteur relativement faible par rapport à celle de la poutre porteuse et qu'elle est placée dans sa partie supérieure, elle s'ancre complètement dans la zone comprimée de cette dernière, ce qui assure une bonne résistance de l'assemblage (Fig. 5 a). En revanche, il est recommandé de prévoir des armatures de suspension (telles que des barres pliées, des cadres ou des étriers) disposées sur la longueur à chaque croisement de poutres (Fig.5 b, c). La section de ces armatures doit être suffisante pour équilibrer la réaction de la poutre portée. La section de ces armatures s'ajoute aux armatures transversales de la poutre [7].

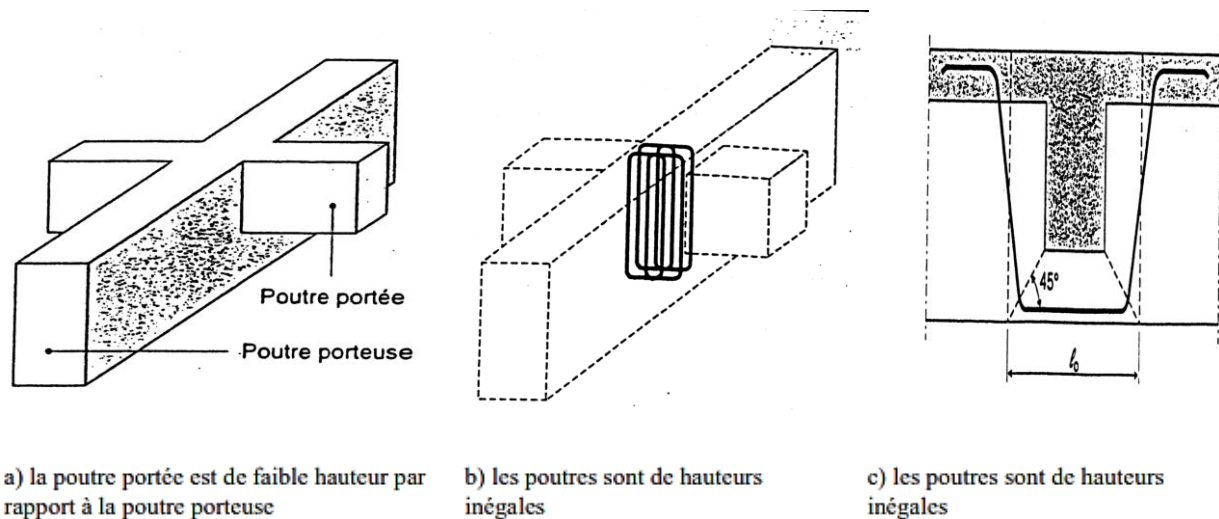


Fig.5 : Croisement poutre porteuse-poutre portée

➤ Poutres continues de hauteurs différentes

Les armatures supérieures des poutres doivent avoir une longueur de recouvrement suffisante (Fig.6) afin d'assurer la continuité du moment [7].

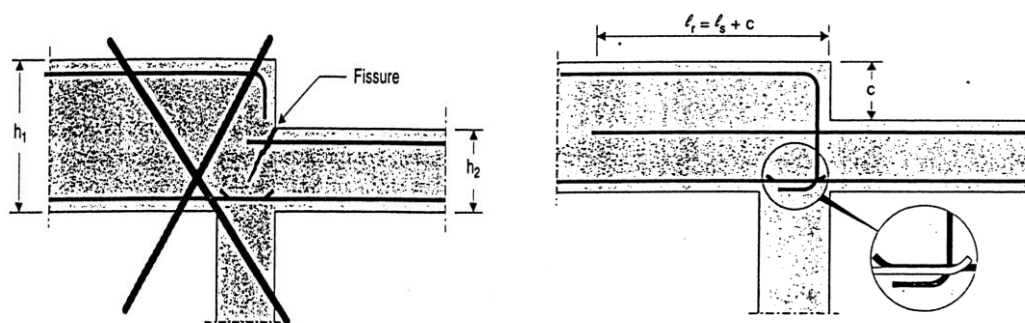


Fig.6 : poutres continues de hauteurs différentes [7].

➤ Poutres à niveaux différents

La continuité du moment est assurée si d'armatures sont disposées de manière à équilibrer les correspondants (Fig.7). Dans le cas où l'appui est de faible hauteur des poutres adjacentes, les poutres doivent considérer comme des poutres isostatiques [7].

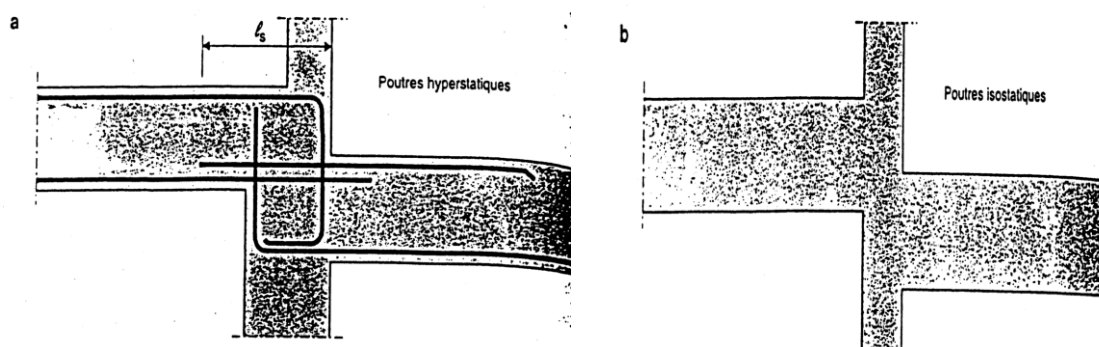


Fig.7 : poutres à niveau différents [7].

4. Dispositions réglementaires relatives aux Poteaux :

4.1. Généralités :

Les poteaux dans une structure sont les éléments porteurs, ils supportent les charges verticales transmises par le système planchers-poutres et participent à la stabilité transversale par le système portique pour combattre les efforts horizontaux.

Les poteaux sont sollicités à la fois à un effort de axiale compression (effet des charges verticales centrées) et un moment de flexion (effet des charges verticales et horizontales). Il faut par conséquent des aciers verticaux et transversaux (cadres). Dans certains cas, ils sont calculés en compression centrée. Le ferrailage des poteaux est d'abord calculé en flexion composée (ou compression puis vérifiée au flambement).

Les poteaux peuvent être courts ou élancés, le règlement parasismique interdit l'utilisation de poteaux courts à cause de risque élevé de cisaillement. Il exige aussi que les poteaux soient coulés en toute leur hauteur en une seule fois et les dés de calage sont interdits.

4.2. Coffrage des Poteaux :

a- Prédimensionnement :

Les poteaux sont dimensionnés en supposant une sollicitation en compression simple. L'effort normal N_u à la base du poteau est déterminé à partir de la descente de charges en choisissant pour cala les poteaux les plus sollicités. Le calcul doit être effectué conformément à la loi de dégression des charges d'exploitation (DTR B-C 22 [18]), et en appliquant la combinaison $(1.5G+1.5Q)$.

D'après le BAEL 91 B.8.1,1 [9], les charges verticales peut être évaluée en considérant la discontinuité des différents éléments de planchers (hourdis, poutrelles et poutres) par application des majorations suivantes (Fig.9):

- 15% pour les poteaux plus d'une fois voisins des poteaux de rive,
- 10% pour les poteaux une fois voisins des poteaux de rive.

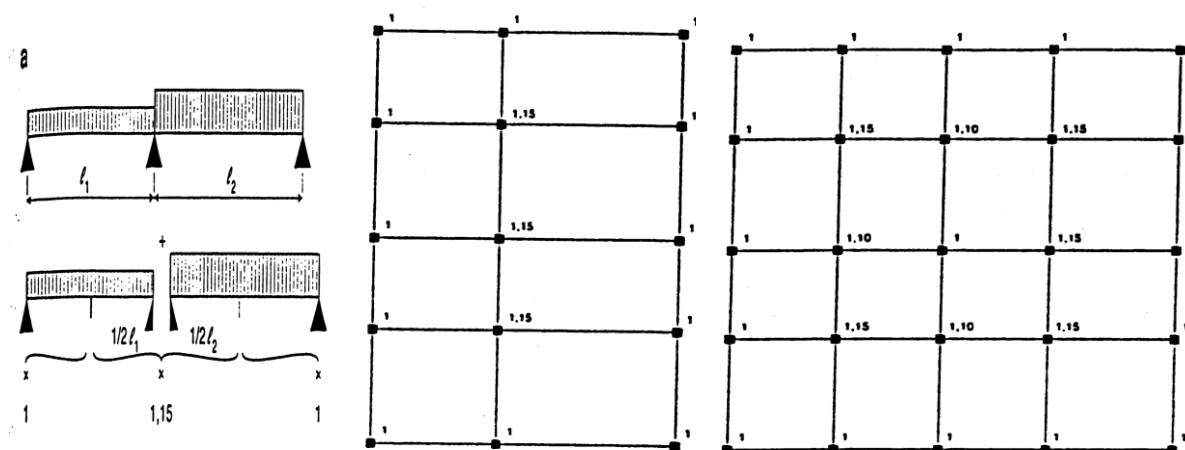


Fig.9 : Coefficient de majoration des charges verticales.

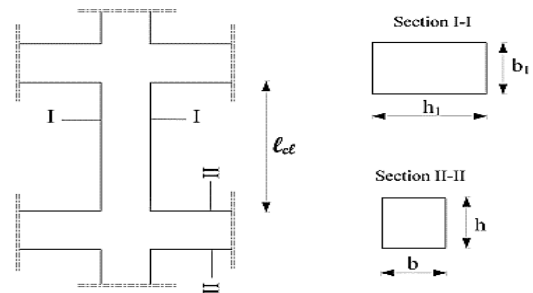
b- Dimensions des Poteaux :

La section transversale des poteaux répondre satisfaire les conditions minimales de l’RPA99/2024 [5]:

$$\text{Min} (b_1, h_1) \geq \begin{cases} 25\text{cm} & \text{en zone en zones I, II et III} \\ 30 & \text{en zones IV, V et VI} \\ \frac{l_{cl}}{20} & \text{quelle que soit la zone} \\ \frac{1}{4} < \frac{b_1}{h_1} < 4 & \text{quelle que soit la zone} \end{cases}$$

Pour les poteaux circulaires, le diamètre D :

$$D \geq \begin{cases} 25\text{cm} & \text{en zone I et II} \\ 30\text{cm} & \text{en zone III} \\ 35 & \text{en zones IV, V et VI} \\ \frac{l_{cl}}{15} & \text{quelle que soit la zone} \end{cases}$$



4.3. Conception et disposition des armatures :

La Figure 10 illustre le principe de sécurité des poteaux qui nécessite des armatures longitudinales bien disposées.

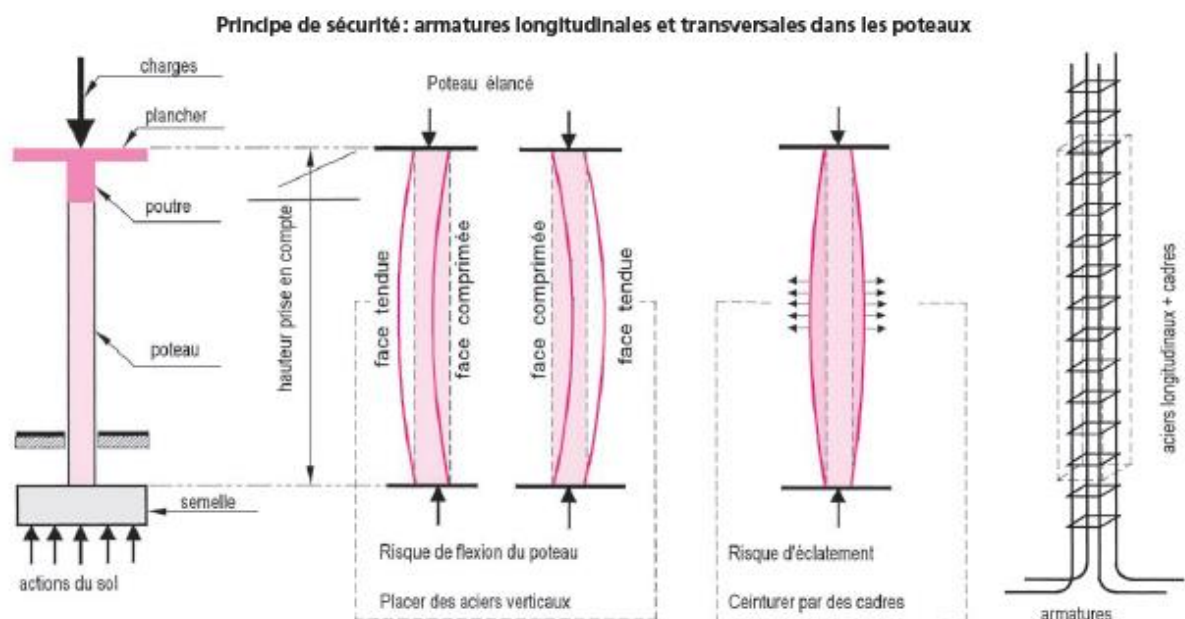


Fig.10 : Principe de sécurité des poteaux [8]

A- Exigences de ductilité pour la zone critique (RPA 2024)

Les zones dites ‘critiques’ des poteaux doivent être conformes à l’article 7.4.2 de l’RPA 2024 [5], qui définit les distances à considérer les dispositions constructives particulières pour garantir la ductilité et la sécurité sismique des portiques (Fig.4).

B- Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales sont nécessaires pour équilibrer l'effort de la flexion, et elles participent à résister l'effort de compression et au phénomène de flambement.

Selon l'RPA2024[5] exige que A_l doivent être en HA (droits et sans crochets) et $A_l \geq 12\text{mm}$.

Les jonctions des poteaux doivent être assurées en bas par des poteaux inférieurs ou des longrines et en haut par encrage dans les poutres.

Selon l'RPA2024 [5], la section A_l doit avoir comme % minimal:

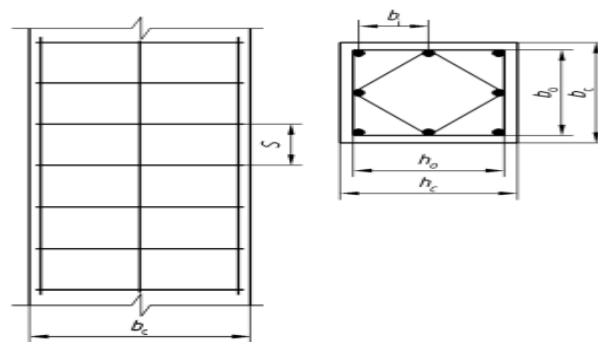
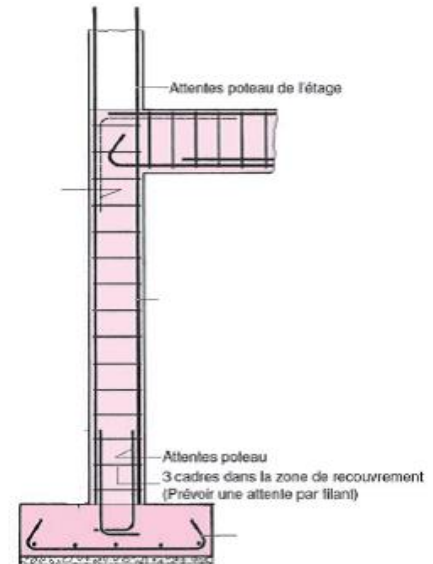
$$\frac{A_l}{B} > \begin{cases} 0,8\% & \text{en zones I et II} \\ 0,9\% & \text{en zone III} \\ 1,0\% & \text{en zones IV, V et VI} \end{cases}$$

B étant la section totale du poteau

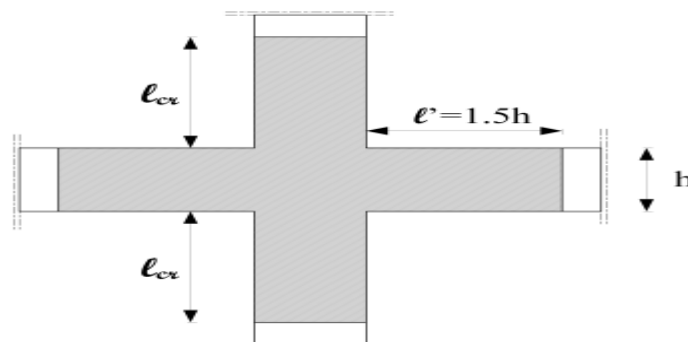
Leur pourcentage maximal d'après l'RPA2024 [5]:

$$\frac{A_l}{B} > \begin{cases} 4\% & \text{en zone courante} \\ 8\% & \text{en zone de recouvrement} \end{cases}$$

De plus, la section A_l des armatures longitudinales des poteaux doit répondre aux exigences données par l'article 7.4.2 de l'RPA 2024 (Fig. 4, Fig.12)



(a) Détails d'armatures longitudinales



(b) Détails de zone nodale

Fig.12 : Détails d'armatures longitudinales et Détails de zone nodale[5]

C- Armatures transversales

Les armatures transversales jouent un rôle essentiel au-delà de la résistance à l'effort tranchant. Elles limitent l'expansion du béton, assurant la liaison entre les barres longitudinales de poteau, participent à la résistance de ce dernier à la compression et au flambement, et assurent également le maintien des armatures longitudinales dans la position correcte tout en respectant l'enrobage choisi.

Les armatures transversales sont fixées à partir des formules du BAEL91 article A.5.1.23 et celles du RPA99/2024 article 7.4.2. Par exemple les armatures transversales fixées par le BAEL91/99 sont :

$$\begin{cases} S_t \leq \text{Min}(0,9d; 40\text{cm}) \\ \varphi_t \leq \text{Min}\left(\frac{h}{35}; \frac{b}{10}; \varphi_l\right) \\ \frac{A_t f_c}{b S_t} \geq \text{Max}\left(\frac{\tau_u}{2}; 0,4\text{MPa}\right) \end{cases}$$

A_t : Section d'armatures transversales.
 b : Largeur de la section droite.
 h : Hauteur de la section droite.
 S_t : Espacement des armatures transversales.
 φ_t : Diamètre des armatures transversales.
 φ_l : Diamètre des armatures longitudinales.

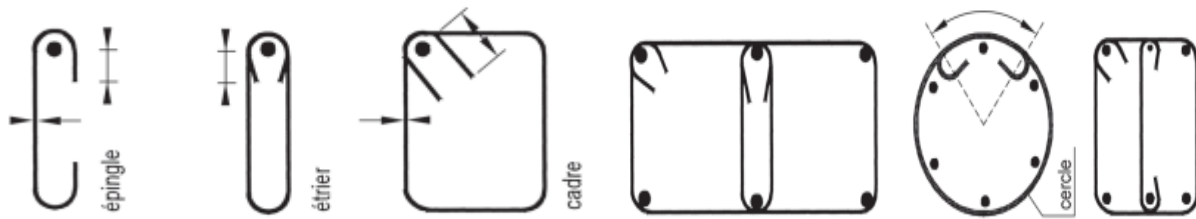


Fig.13 : Ancrage des cadres, étriers, épingles [5]

D- Vérification spécifique (RPA2024)

En plus des vérifications fixées par le C.B.A. et dans le but de prévenir ou de limiter le risque de rupture fragile sous les sollicitations globales induites par un séisme, l'effort normal de compression de calcul des poteaux est limité par une condition spécifique définie par l'article 7.4.3 de l'RPA 2024 [5].

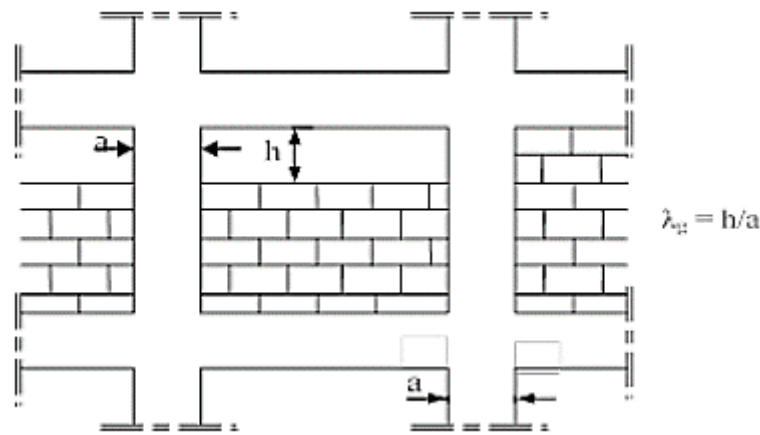


Fig.14 : Cas de constitution de poteau court [5]

E- Détails de Ferrailage

Le crochet dans les barres longitudinales soumis à la compression est interdit (Fig.15). Les attentes de ferrailage des poteaux façonnées en crochets pour la sécurité des ouvriers doivent être généralement sectionnées (Fig.16) [9].

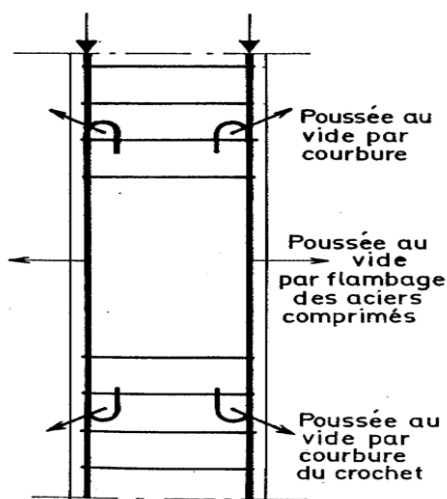


Fig.15 : Les crochets sont interdits [7]

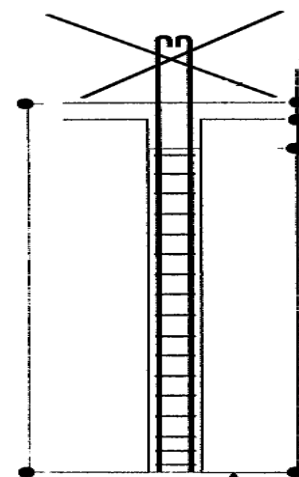


Fig.16 : Les attentes avec crochets sont interdites [7]

Quelques dispositions de ferrailage des poteaux sont présentées dans la Fig.17).

Pour les poteaux avec des dimensions importantes, les armatures peuvent être disposées suivant la figure 18. Pour les sections polygonales (Fig.19) les armatures longitudinales doivent réparties au voisinage des parois : une barre longitudinale doit être au moins présente dans les angles. Les cadres sont disposés pour suivre la section. Il convient que chaque barre ou paquet de barres placés dans un angle soit maintenu par des armatures transversales [7, 9,14].

Dans le cas des poteaux circulaires, il faut disposer au moins six barres régulièrement réparties sur tout le contour (BAEL A.8.1,22) ; l'armature transversale peut être sous forme des cerces

(Fig.20 a, b) ou des spires (Fig.20 c). Selon l’RPA2024, les cerces hélicoïdales continues sont interdites en zones sismiques.

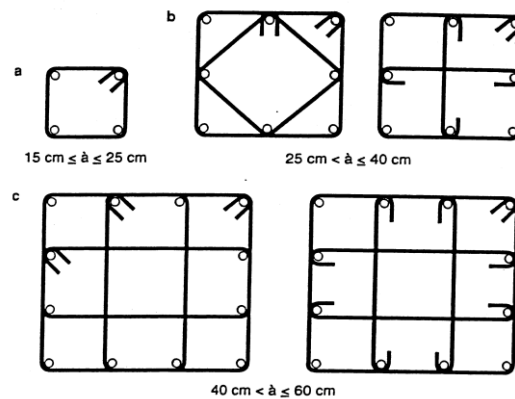


Fig.17: Armatures transversales des poteaux carrés ou rectangulaires [7]

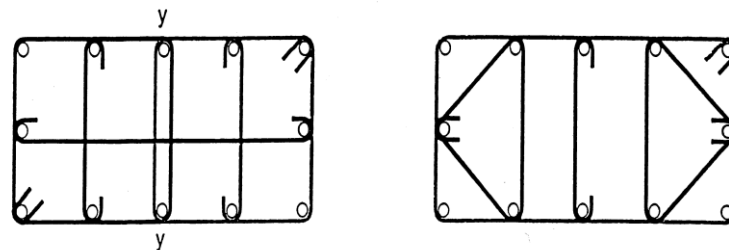


Fig.18 : Armatures transversales des poteaux ont des dimensions importantes [7]

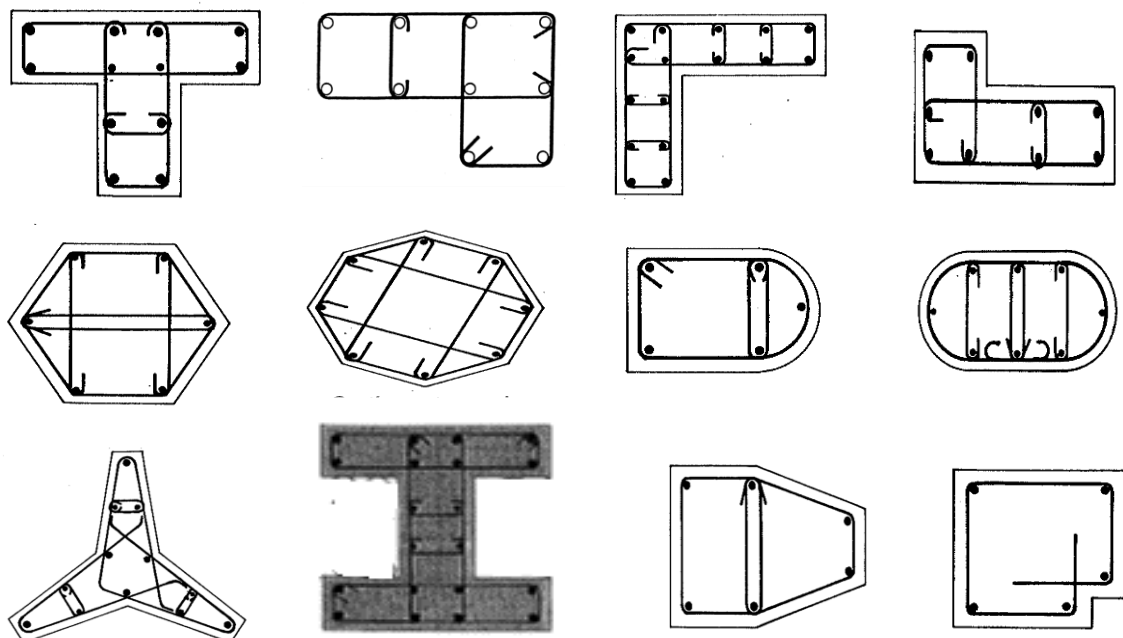


Fig.19 : Armature des sections des poteaux polygonales [7].

Dans le cas de réduction de section du poteau entre deux étages il faut assurer la continuité de ferrailage en prévoyant double recouvrement à l’aide de barres d’attentes (Fig.21 a,b). Les barres longitudinales interrompues doivent être ancrées (Fig.21 a).

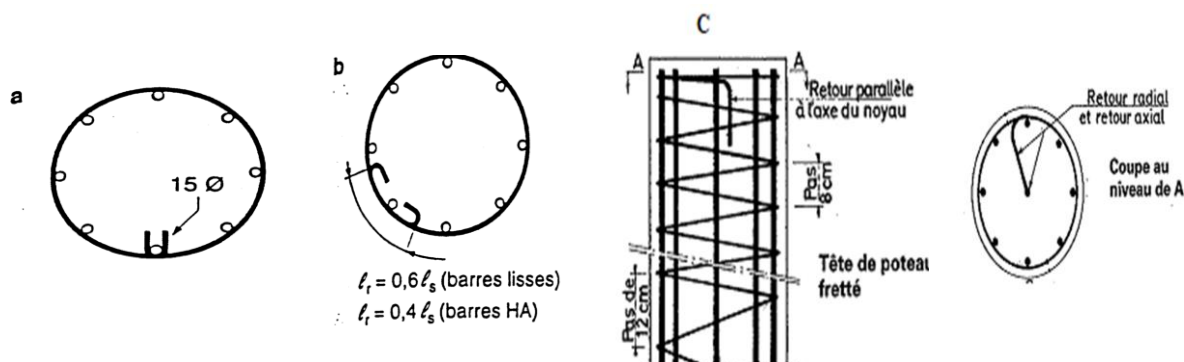


Fig.20 : Armature des sections des poteaux circulaires [6].

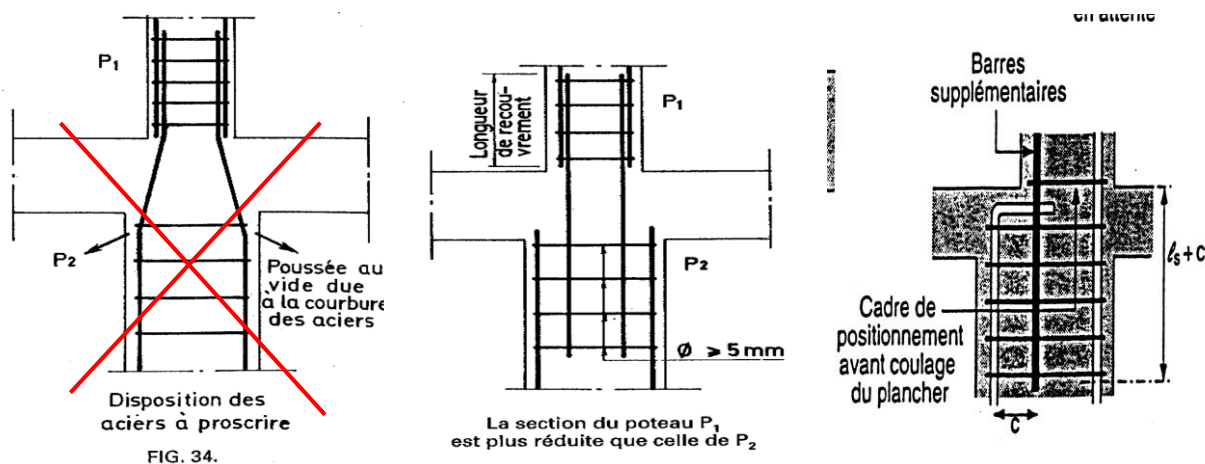


Fig.21 : Détails de réduction des sections des poteaux [6].

5. Spécification pour les nœuds poteaux-poutres (RPA 2024):

Les nœuds poteaux-poutres doivent respecter les conditions données par la figure 4 et aussi doivent être vérifiés selon 7.6 de l'RPA2024 (dispositions constructives et dimensionnement des nœuds vis-à-vis des moments (Fig.22)).

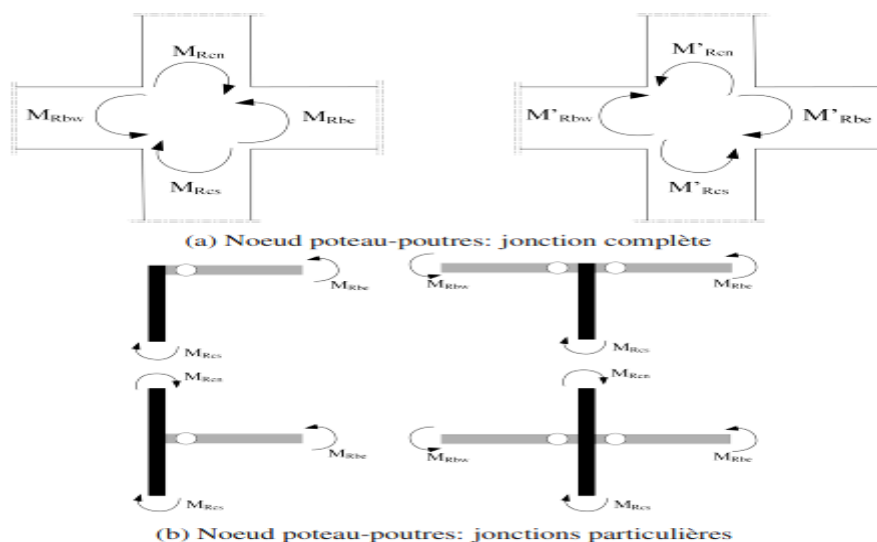


Fig.22 : Dimensionnement d'un nœud poutre-poteau [5]

6. Conclusion:

Le respect des règles abordées dans ce chapitre, concernant la conception des sections et la disposition des armatures, permet de garantir la résistance et la sécurité des poteaux et poutres en béton armé.

Chapitre 05 : Calcul des fondations superficielles

1. Introduction:

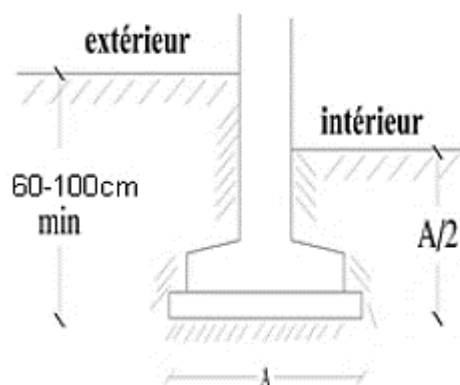
Une semelle est un élément structurel qui a comme rôle principal la transmission des charges de la superstructure au sol. Son dimensionnement ne peut être effectué que si l'on les sollicitations transmises par la superstructure et les caractéristiques du sol sur lequel elle repose [2].

La profondeur d'ancrage des semelles dépend de la contrainte admissible du sol σ_{sol} ainsi que les caractéristiques physiques de ce sol (cohésion, perméabilité, capillarité..).

Les caractéristiques mécaniques du sol varient avec les conditions climatiques sur le premier mètre de profondeur [2].

Alors, la distance minimale de la sous-face de fondation au sol extérieur (mise hors gel) peut être estimée entre 60cm dans les régions très tempérées à 1m et plus dans les régions froides et montagneuses [6]. La profondeur d'encrage des fondations est d'au moins $A/2$ à 1 fois sa petite dimension [2].

On ne fonde jamais un bâtiment sur de la terre végétale (le béton de propreté est nécessaire).



Contrairement aux fondations profondes, les fondations superficielles transmettent directement les sollicitations provenant de la superstructure aux couches superficielles du sol [13]. Elles peuvent être : des semelles isolées sous poteaux isolés ; des semelles continues (filantes) sous murs (voiles) ; des semelles filantes sous plusieurs poteaux, radier général (Fig.1). Selon les documents techniques unifiés (D.T.U), une semelle est classée comme une fondation superficielle lorsque [13]:

- La profondeur d'encrage (calculée depuis le niveau de sol fini ou voisinage de fondation) : soit $D \leq 3\text{m}$.
- Soit $D > 3\text{m} \rightarrow \frac{\text{largeur de semelle (B)}}{\text{profondeur (D)}} \geq \frac{1}{6}$

Exemple: $B = 1.40\text{m}$, et $D = 2\text{m}$; $\frac{1.4}{2} = 0.7 > 0.166$

2. Dimensionnement et ferrailage des fondations superficielles:

La semelle est dimensionnée en plan en fonction de rapport entre la charge et la contrainte que admissible du sol : $\overline{\sigma_{\text{sol}}} \geq \frac{N}{B \times A}$ avec A et B sont les dimensions de la semelle.

.

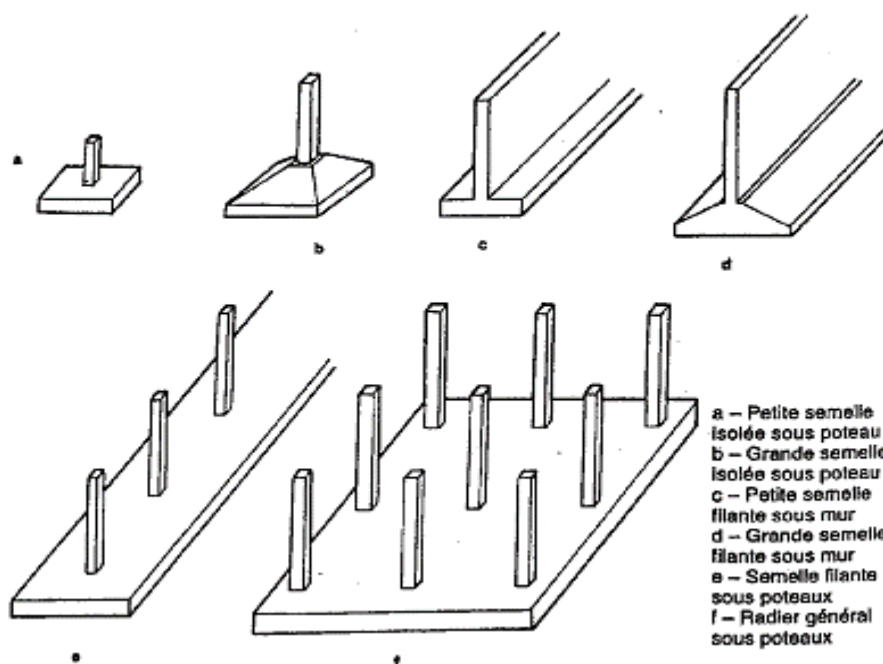


Fig.1 : Types de semelles superficielles [19].

La hauteur de la semelle peut être déterminée uniquement par la condition de résistance, ce qui conduit en général à une semelle de faible hauteur (dite semelle souple). L'inconvénient de ce choix est de concentrer la réaction du sol au centre de la semelle et de réduire le rôle de son pourtour (Fig. 2) [19].

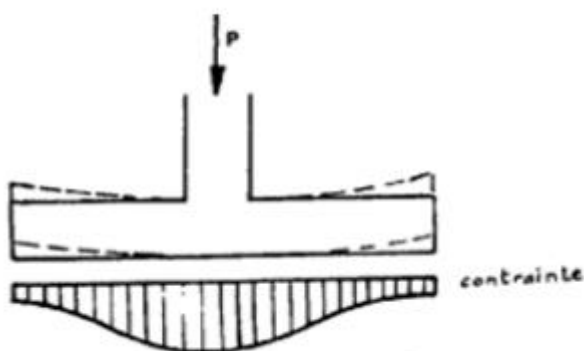


Fig.2 : Semelles souples [19]

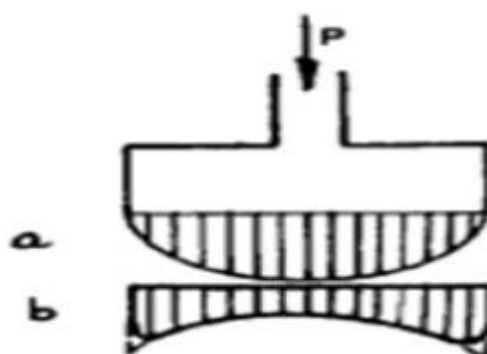


Fig.3 : Semelle rigide [19]

Par contre, si la semelle est rigide, la contrainte sur le sol peut être considérée constante (Fig.3), permettant ainsi d'utiliser toute la surface de contact de la semelle. Dans ce cas, la transmission de la charge du poteau (ou du voile) s'effectue par une succession des bielles élémentaires de béton incliné, équilibrées par la réaction du sol et des armatures de traction disposées en partie inférieure de la semelle (Fig.4). On considère qu'une semelle est rigide lorsque sa hauteur utile $d \geq \frac{B-b}{4}$ avec a : largeur de poteau ou voile (Fig.5) [19].

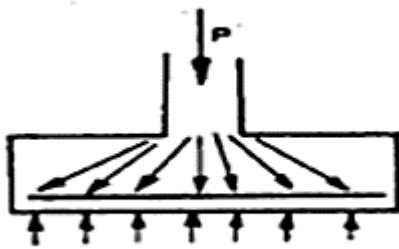


Fig.4 : Bielles [19]

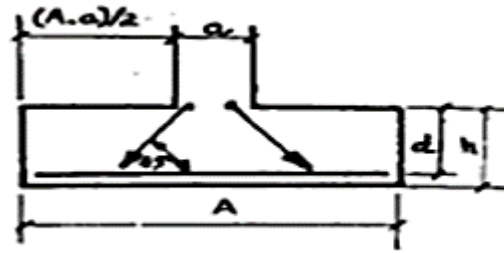


Fig.5 : Bielles moyennes [19]

2.1. Semelles rectangulaires sous poteaux : Méthode des bielles-charge centrée

Dans ce cas les charges (centrées) sont transmises de la superstructure à la semelle généralement rectangulaire ($A \times B$, $A \geq B$, Fig. 6), par l'intermédiaire d'un poteau de section ($a \times b$, $a \geq b$) [2].

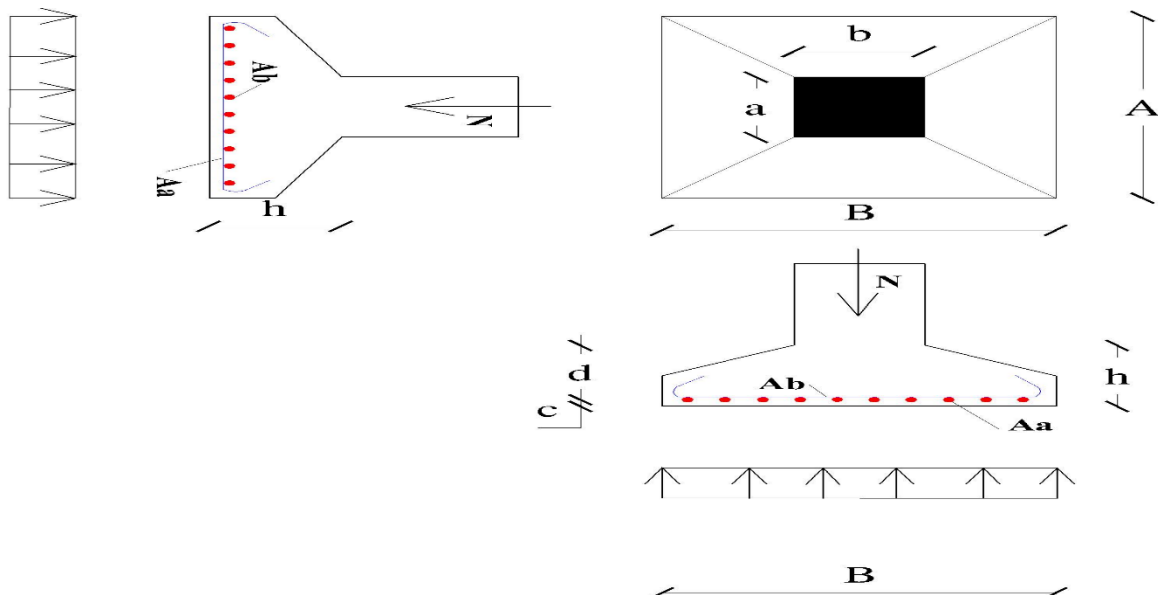


Fig.6 : Définition d'une semelle isolée sous poteau

Dimensionnement de la sous-face [2]:

$\overline{\sigma}_{sol} \geq \frac{N}{S} = \frac{N}{B \times A}$ On prend les dimensions A , B de la semelle dans le même rapport que les

dimensions a , b de la section droite du poteau $\frac{A}{B} = \frac{a}{b} \rightarrow B = \frac{b}{a} \cdot A$

$$\overline{\sigma}_{sol} \geq \frac{N}{\frac{b}{a} A^2} \rightarrow A^2 \geq \frac{N}{\frac{b}{a} \times \overline{\sigma}_{sol}} \rightarrow A \geq \sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{N}{\overline{\sigma}_{sol}}} \text{ et } B \geq \sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{N}{\overline{\sigma}_{sol}}}$$

La hauteur utile : direction (A) $\rightarrow A - a \geq d_a \geq \frac{A-a}{4}$; direction (B) $\rightarrow B - b \geq d_b \geq \frac{B-b}{4}$

et $d = \max (d_a, d_b)$. et $h \geq d + C$

L'enrobage C généralement doit être $\geq 3\text{cm}$: fissuration préjudiciable ou très préjudiciable)

Calcul de l'effort de traction dans l'acier [2,19]:

Les armatures placées à la partie inférieure de la semelle (qui jouent le rôle de tirant) doivent équilibrer la composante horizontale de l'effort incliné de compression dans la bielle. Dans le cas des semelles isolées sous poteaux on a besoin de deux nappes d'acier, une dans chaque direction parce que la totalité de la charge doit être reprise par chacune des deux nappes (Fig.7). Le ferrailage de chaque nappe peut être calculé comme suite :

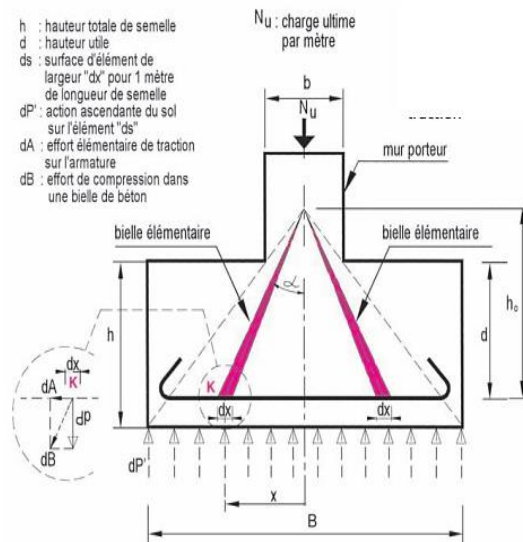


Fig.7 : Schéma pour le calcul de ferraille [8]

La force de traction dans la première nappe doit être équilibrée par les aciers suivant cette direction A est: $F_y = \frac{N}{8} \frac{(A-a)}{d}$ d'où la section d'armatures $A_{sy} = A_{sa} = \frac{N}{8} \frac{(A-a)}{d_a \sigma_s}$

Dans la deuxième nappe la force de traction est : $F_x = \frac{N}{8} \frac{(B-b)}{d}$ d'où la section d'armatures: $A_{sx} = A_{sb} = \frac{N}{8} \frac{(B-b)}{d_b \sigma_s}$

Dans la section carrée : $A=B \rightarrow F_x = F_y \rightarrow A_{sa} = A_{sb}$

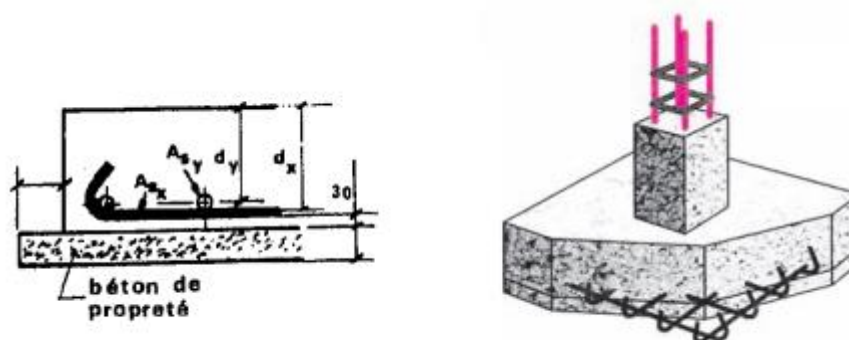
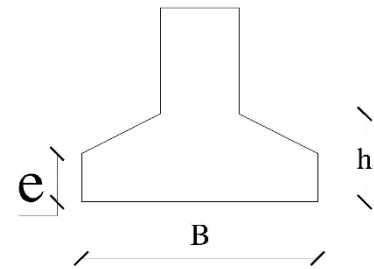


Fig.8 : Disposition des armatures des semelles isolées [8]

- Remarques :

Si la semelle est rigide, le béton sans armatures peut assurer la résistance contre l'effort tranchant (les armatures transversales ne sont pas nécessaires).

Si la semelle est grande (h grand), on peut économiser le béton pour avoir des semelles avec patin. La hauteur du patin doit être suffisante pour permettre un bétonnage correct et assurer que les crochets soient correctement enrobés: $e \geq 6 \cdot \emptyset + 6$ et $\emptyset$ en (cm) [13].



2.2. Semelles circulaires sous poteaux : Méthode des bielles

Dimensionnement de la sous-face [2]:

$$\overline{\sigma_{sol}} \geq \frac{N}{S} = \frac{N}{\pi \times \frac{D^2}{4}} \rightarrow D^2 \geq \frac{4 \cdot N}{\pi \times \overline{\sigma_{sol}}} \rightarrow D \geq 1.13 \sqrt{\frac{N}{\overline{\sigma_{sol}}}}$$

$$d \geq \frac{D-d_p}{4} \quad \text{et } e \geq 6 \cdot \emptyset + 6 \text{ pour}$$

Ferraillage de la semelle [2]:

Une semelle circulaire forme un tronc de cône et ces armatures peuvent sous forme d'un quadrillage en deux nappes ou des armatures disposées en cerces (Fig.9) [14] :

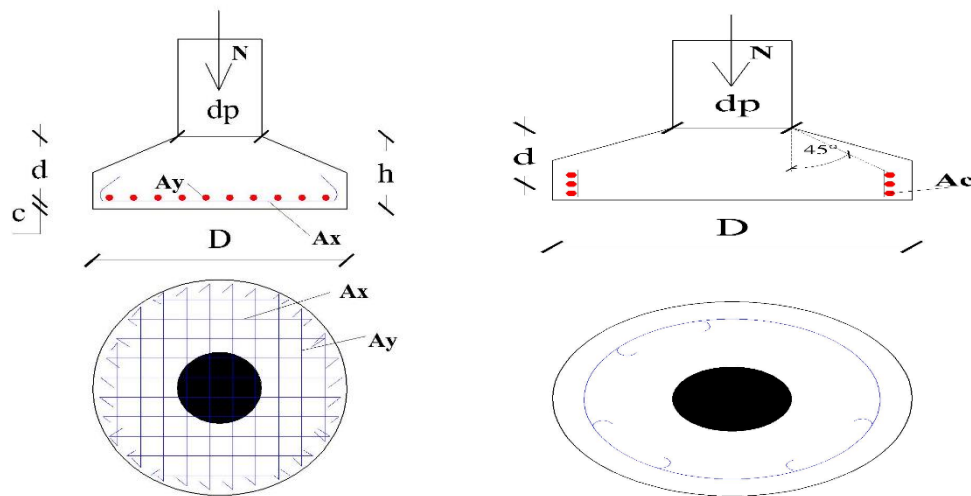


Fig.9 : Ferraillage de la semelle circulaire [14]

■ Cas des armatures orthogonales:

$$A_x = A_y = \frac{N}{3 \pi} \frac{(D-d_p)}{d \overline{\sigma_s}}$$

Si $D \leq 1\text{m}$ → Répartition uniforme d'armatures.

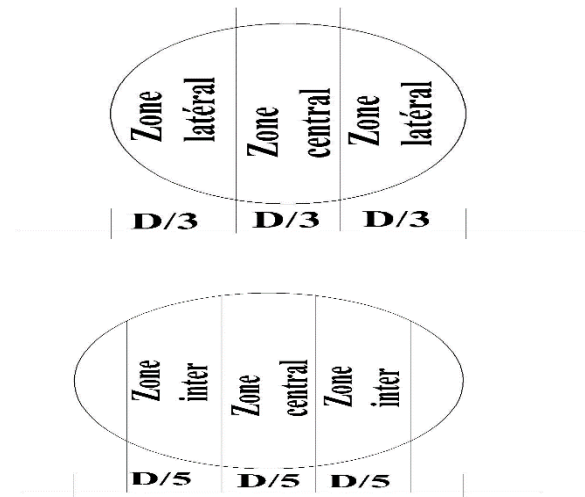
Si $1\text{m} \leq D \leq 3\text{m}$ → Zone centrale = $0.5 \cdot A$

Zone latérale = $0.25 \cdot A$

Si $D > 3\text{m}$ → Zone centrale = $0.3 \cdot A$

Zone centrale = $0.25 \cdot A$

Zone latérale = $0.1 \cdot A$



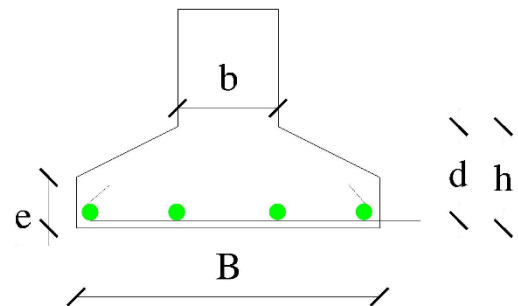
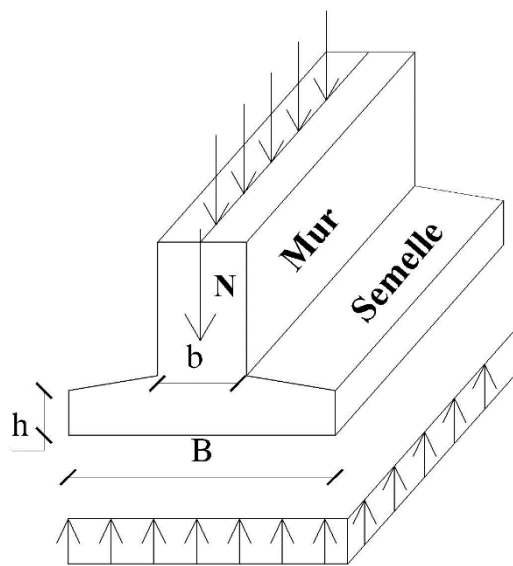
■ Cas des armatures disposées en cerces

$$A_c = \frac{N}{6\pi} \frac{(D-d_p)}{d \sigma_s}$$

Des armatures verticales liées aux cerces sont nécessaires pour assurer le maintien des cerces dans leurs positions pendant le coulage de béton [14].

2.3. Semelles filantes sous murs : Méthode des bielles-charge centrée

Les charges sont transmises, dans ce cas, par des murs (Fig.10).



B: largeur de la semelle.

N: charge par mètre de longueur de mur.

$h = d + c$: hauteur totale

Fig.10 : Définition d'une semelle filante sous mur

L'évaluation de ferrailage s'effectue comme pour la semelle isolée, mais d'une direction seulement [2]: $F_y = \frac{N}{8} \frac{(A-a)}{d}$ d'où la section d'armatures $A_s = \frac{N}{8} \frac{(A-a)}{d \sigma_s}$

- Remarques [14]:

Des armatures de répartition placée longitudinalement avec:

$$A_{\text{rép}} = \frac{A_s B}{4} \quad \text{avec : } B \text{ en (m), } A \text{ et } A_{\text{rép}} \text{ en (cm}^2\text{)}.$$

La longueur des barres et le mode d'ancrage (crochet ou non) sont déterminé on fonction de la longueur de scellement $L_s = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_e}{\tau_s}$ par rapport à largeur B de la semelle. Lorsque $L_s > \frac{B}{4}$, toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle et doivent avoir des crochets. Si $\frac{B}{8} < L_s \leq \frac{B}{4}$, toutes les barres doivent également être prolongées jusqu'aux extrémités, mais elles peuvent ne pas comporter des ancrages courbe. Enfin, lorsque $L_s \leq \frac{B}{8}$, les barres ne doivent pas avoir des crochets, et il est possible de laisser une barre sur deux à $0,71 \cdot B$ ou d'alterner des barres à $0,86 \cdot B$ (Fig.11).

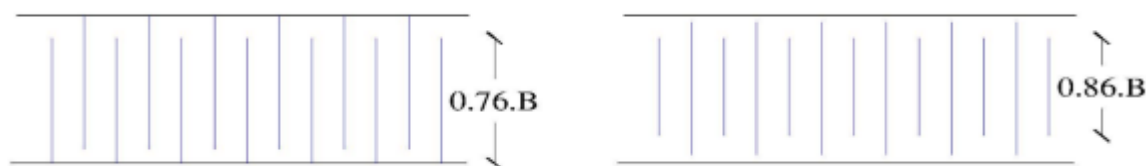


Fig.11 : Longueur des barres transversales

2.4. Semelles filantes sous plusieurs poteaux [20]

La semelle filante s'utilise le cas où la conception de semelle isolée n'est pas possible à cause d'un chevauchement des semelles isolées.

Pour remédier le problème d'apparition de l'effort de traction dans la zone à mi- travée entre les poteaux une poutre de libage est ajouter à la semelle (Fig.12). Le dimensionnement et le calcul de ferrailage se divisent en deux étapes, transversalement pour le calcul de la semelle et longitudinalement pour le calcul de la nervure.

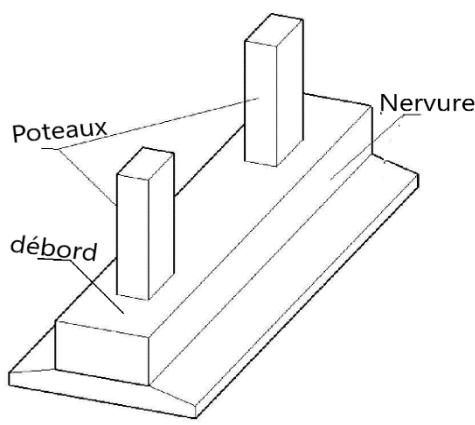


Fig.12 : Définition d'une semelle filante sous deux poteaux

a- Transversalement

Transversalement la semelle filante sera assimilée comme l'association de plusieurs semelles isolées.

Pour le calcul on considère la semelle soumise à un effort normal $N_{\max}$ provenant des poteaux associés à cette semelle. La largeur longitudinale A est fixée comme la distance à mi- portée entre les poteaux.

$$A = \frac{l_i + l_{i+1}}{2} + b$$

La deuxième étape consiste à déterminer si la répartition des est trapézoïdale ou rectangulaire ensuite de déterminer la largeur B de la semelle.

Ensuite la hauteur utile d de la semelle est déterminée.

On calcul les armatures A_b transversales ainsi que les armatures de répartition longitudinales.

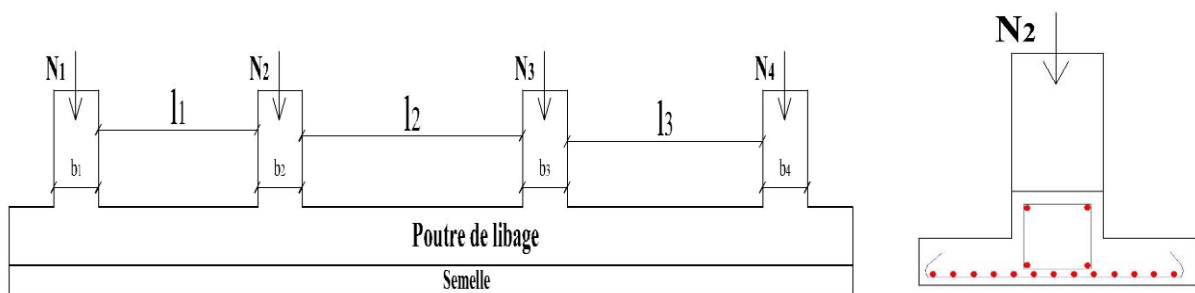


Fig.13 : Principe de calcul des semelles filantes

b- Longitudinalement

Le dimensionnement et le ferrailage d'une poutre de libage sont effectués en considérant uniquement les efforts normaux, les moments n'ayant pratiquement aucun effet en raison de la grande largeur de la poutre. Cette poutre possède généralement la même largeur b que le poteau. Pour ces raisons, la poutre de libage est étudiée en utilisant la théorie des poutres reposant sur un sol élastique.

Lorsque la largeur $l_{\max}$ de la travée de la poutre : $l_{\max} > \frac{\pi}{2} \cdot l_e$, avec: l_e largeur élastique de poutre. Dans ce cas la théorie de la poutre sur son élastique est applicable en supposant une la contrainte du sol sous chaque poteau est trapézoïdale (Fig.14).

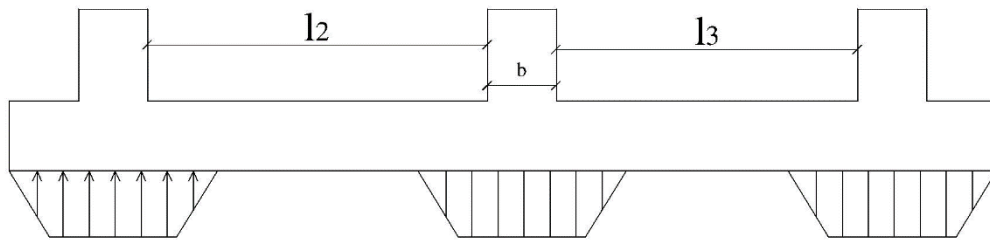


Fig.14 : Répartition trapézoïdale de la contrainte du sol

Lorsque ($l_{\max} \leq \frac{\pi}{2} . l_e$), le calcul peut être fait en considérant une répartition linéaire des contraintes sur le sol sous les poteaux.

Pour les poteaux de rive, il faut prévoir un débord de la poutre de $\frac{\pi}{2} l_e$ au minimum (Fig.15).

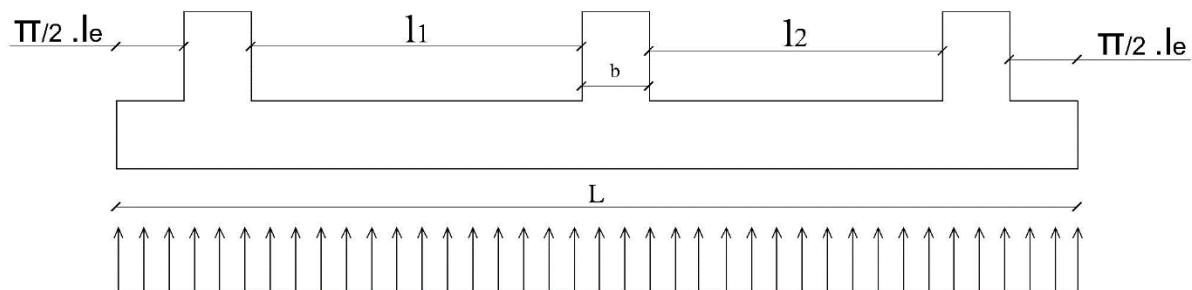


Fig.15 : Répartition linéaire de la contrainte du sol

Dimensionnement de poutre de libage:

$$l_{\max} \leq \frac{\pi}{2} . l_e \quad \text{avec } l_{\max} = \max (l_i).$$

$$\text{et } l_e = \sqrt[4]{\frac{4.E.I}{K.B}}$$

I: moment d'inertie de la poutre de libage $I = \frac{b.h^3}{12}$.

E: module d'élasticité du béton.

b: largeur de la poutre prise égale à la largeur b du poteau.

K : coefficient de raideur du sol. En pratique entre 0.5 à 12 Kg/cm³.

Ferrailage de poutre de libage:

La poutre est calculée comme une poutre continue renversée soumise à une charge uniformément répartie $q = \frac{\sum N_i}{L}$

$\sum N_i$: Somme des charges concentrées dans les poteaux

L: la longueur de poutre.

On doit vérifier que:

$$\overline{\sigma}_{sol} \geq \frac{N}{S} = \frac{N}{b \times L}, N = \sum N_i + P_{remblai} + P_p \text{ poutre.}$$

On calcule ensuite les sections des armatures inférieures et supérieures (Fig.16).

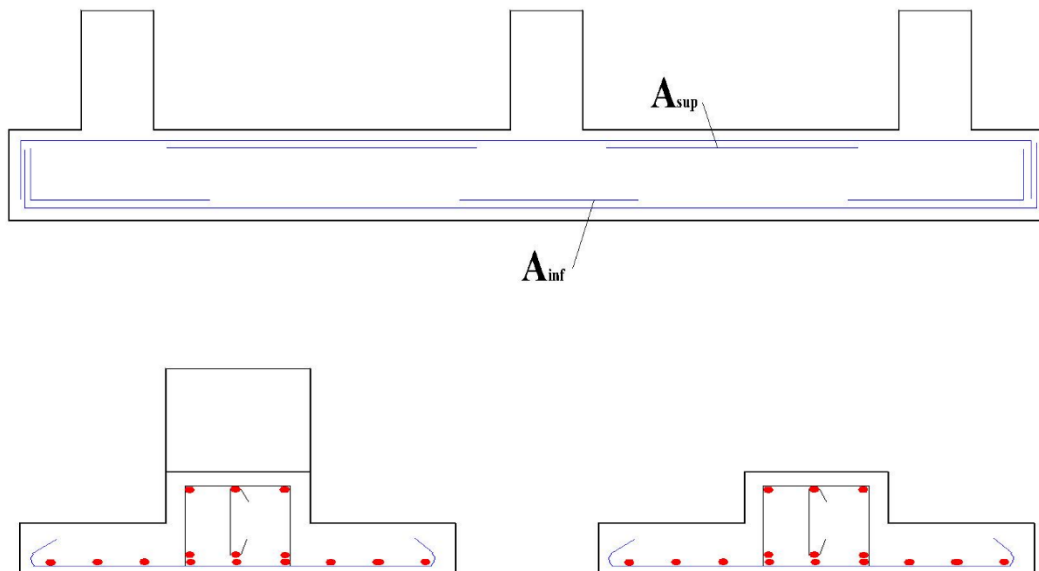
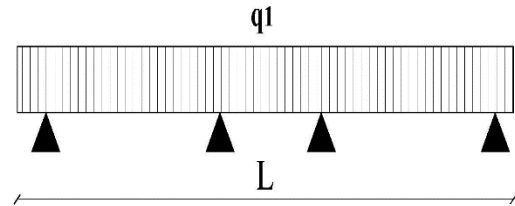


Fig.16 : Exemple de ferrailage d'une semelle filante

2.5. Cas particulier des semelles

A. Semelle excentrée [2,19,20]

Une semelle excentrée lorsque la résultante des efforts verticaux ne coïncide pas avec le centre de gravité de la semelle (Fig.17).

Pour éviter une répartition triangulaire des contraintes avec forte contrainte en pointe σ_1 , on prévoit à la confection d'une poutre de redressement liant la semelle excentrée à la semelle centrée voisine. Le procédé entraîne un redressement de la semelle excentrée et amène une répartition uniforme des contraintes sous cette dernière. On cherche toujours à voir une semelle avec un centre de gravité qui se trouve le plus près possible de l'axe de poteau (e =minimum possible).

Dimensionnement de la semelle : $(N_1 + \frac{N_1 \cdot e}{L})$ et $M = N_1 \cdot e$

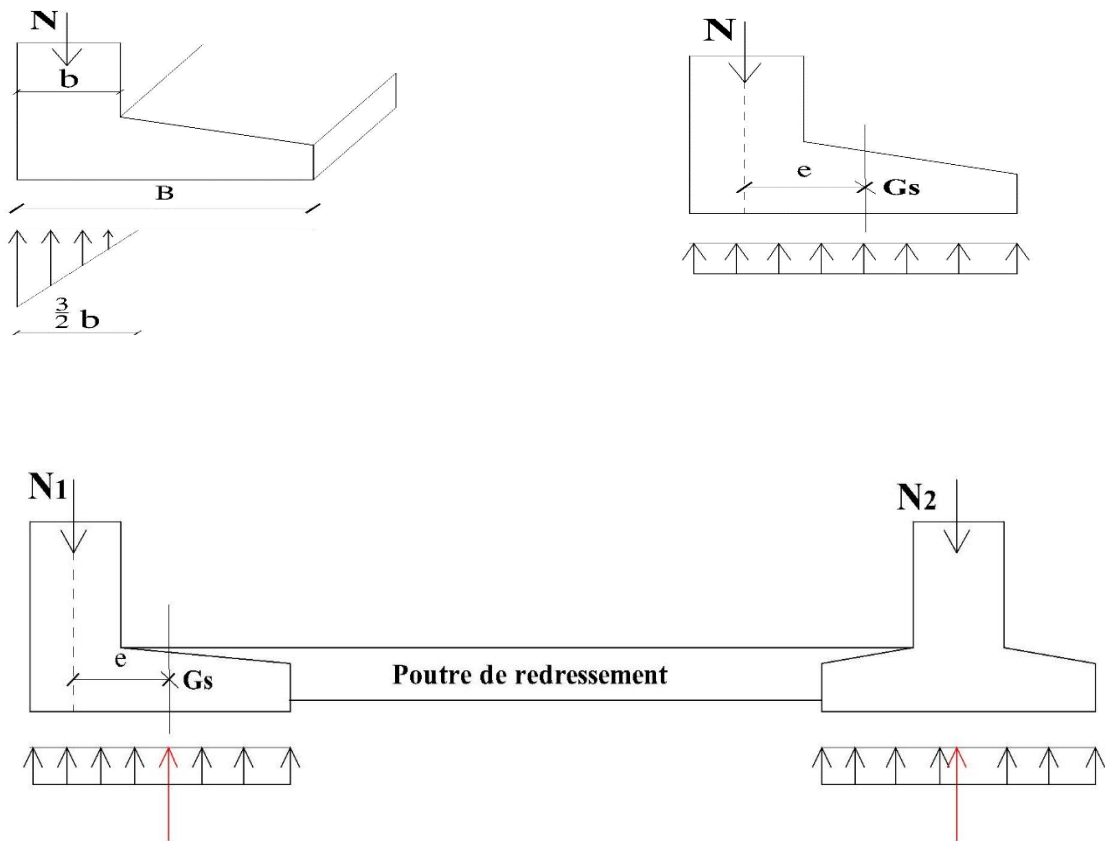


Fig.17 : Semelle excentrée

B. Semelles sous joint

Les d'armatures sous joints de dilatations sont nécessaires.

Dimensionnement de la semelle (Fig.18) : $N = N_1 + N_2$ et $M = M_1 + M_2$

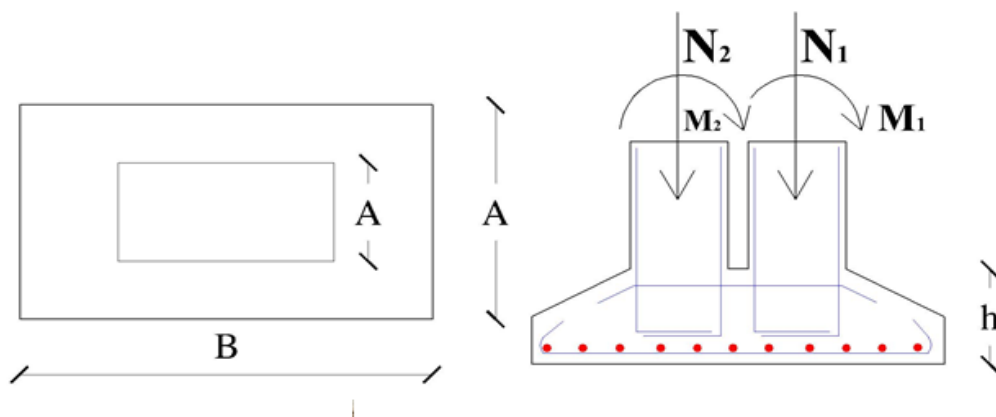


Fig.18 : Semelle sous joint

Le calcul de la semelle jumelée sous joint (A x B) sera avec les mêmes étapes d'une semelle sous poteau rectangulaire (axb) avec $b = b_1 + b_2 + \text{largueur de joint}$.

C. Semelles à niveau décalé

Pour éviter que la semelle (a) n'entraîne des tassements importants sur la semelle (b), il est recommandé de disposer les niveaux des fondations de manière à ce qu'une pente maximale de $(2/3)$ relie les parties inférieures des semelles les plus proches (Fig.19).

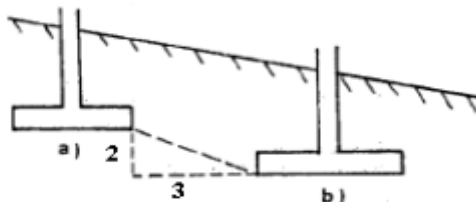


Fig.19 : Semelle à niveau décalé

2.6. Radier général

Un radier est une dalle plane qui couvre l'ensemble de la surface au sol du bâtiment et peut parfois déborder sous forme de consoles à l'extérieure (Fig.20) [21]. Cette dalle peut être massive présentant une forte épaisseur ou nervurée [6].

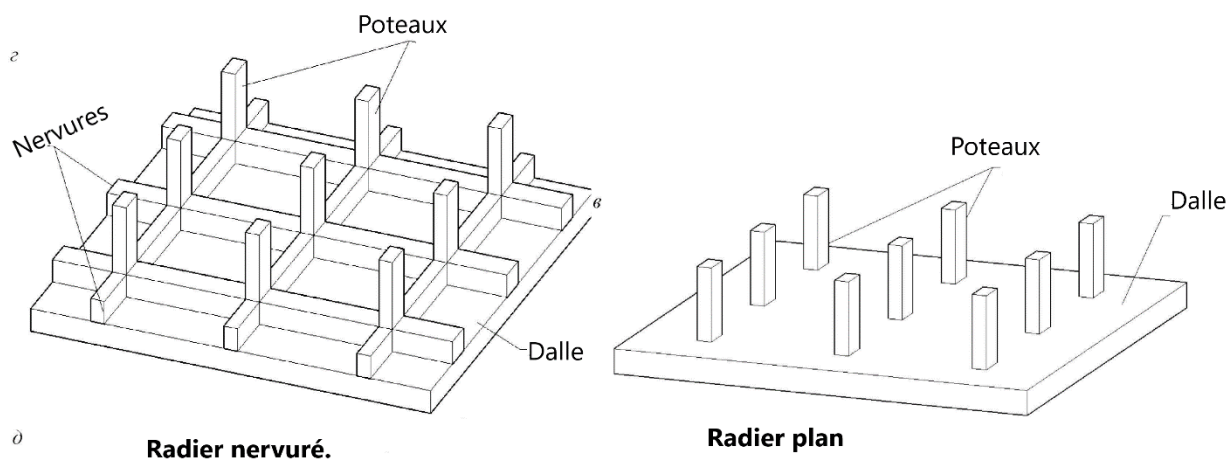


Fig.20 : Définition d'un radier général

Le radier général est généralement utilisé lorsque les semelles continues ou isolées deviennent très larges (lorsqu'elles couvrent une surface supérieure ou égale à la moitié de la surface du bâtiment). Cette approche est nécessaire dans plusieurs situations, notamment lorsque la capacité portante du sol est faible, lorsque le bâtiment supporte des charges importantes, comme dans le cas d'un immeuble de grande hauteur, ou lorsque les poteaux sont rapprochés, rendant difficile l'emploi de semelles classiques. Elle devient également indispensable lorsqu'il est impossible de s'appuyer sur une couche de sol profonde plus résistante. Dans le cas de terrains inondables, le radier général joue un rôle supplémentaire en devant résister à la sous-pressure de l'eau [6,20].

Le recours à un radier est envisageable lorsque [6,20]:

*La nature du sol ainsi que la répartition des charges et surcharges (ne présentant pas d'importantes dissymétries) ne doivent pas entraîner de tassements différentiels importants (Fig. 21);

*La poussée d'Archimède ne doit pas présenter un risque de soulever le bâtiment sous l'effet des nappes phréatiques.

*Le terrain sous le radier doit être soumis uniquement à des contraintes de compression, sans risque de soulèvement local.

*La répartition uniforme des contraintes sous le radier doit être possible, ce qui est obtenu lorsque les poteaux ou les poutres sont également espacés et également chargés.

Mode de fonctionnement de radier:

Les forces qui s'exercent sur le radier sont [21]:

*Les forces verticales ascendantes correspondant à la réaction du sol agissant sur l'ensemble de la surface du radier ;

*Les forces descendantes transmises par la superstructure (poteaux voiles..).

Ainsi, on peut assimiler la réaction du sol à une charge appliquée sur le radier, tandis que les voiles et poteaux sont considérés comme des appuis (voir Fig. 22).

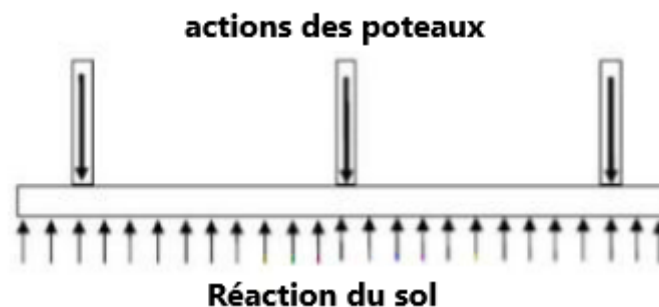
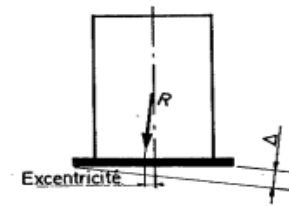


Fig.21 : Mode de fonctionnement d'un radier général

Type de de radiers:

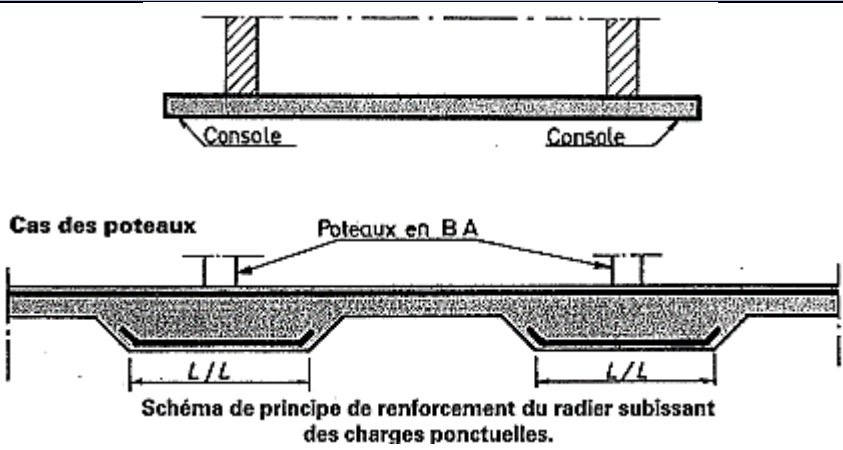
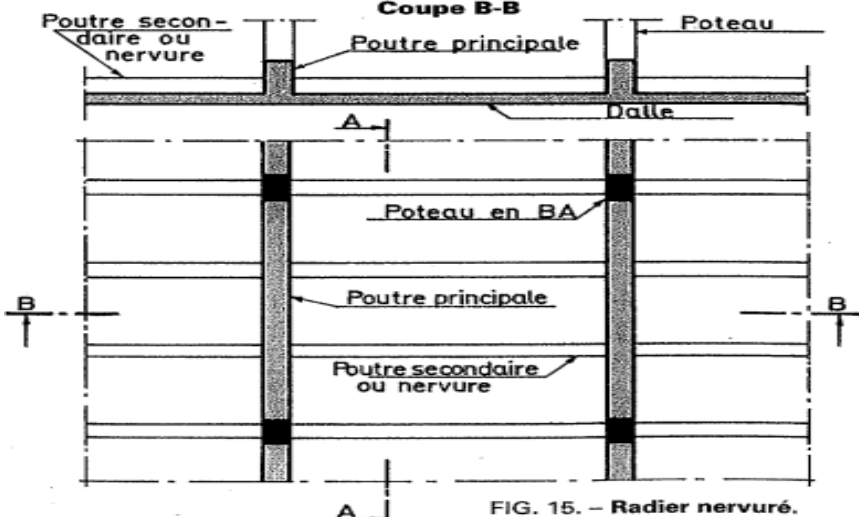
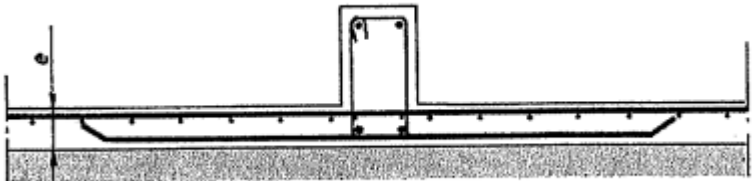
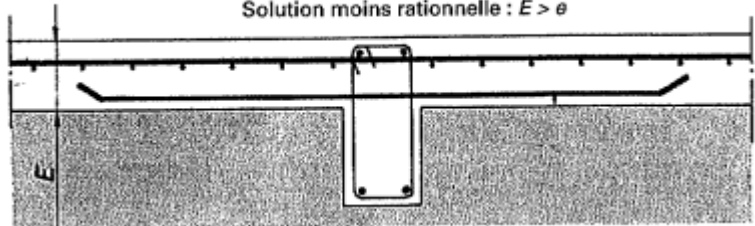
Plusieurs types de radiers existent, leur choix dépend principalement des caractéristiques du sol, de la nature de la superstructure, ainsi que de l'importance des charges à transmettre (Tableau1)



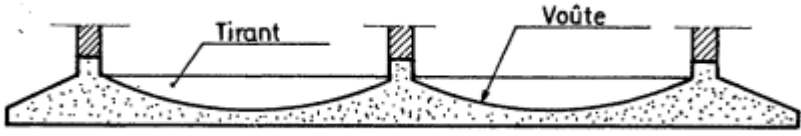
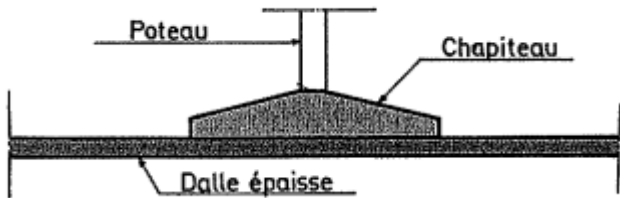
Tassement différent sous le radier, dû au terrain de résistance inégale : déversement de la construction et excentricité de la résultante par rapport au centre de gravité de la semelle.

Fig.21 : Tassement différent sous radier général [6]

Tableau 1 : Types de radiers [6]

Type de radier	Schéma
Radier plan (plat)	 Cas des poteaux Poteaux en BA Schéma de principe de renforcement du radier subissant des charges ponctuelles.
Radier nervuré	 Coupe B-B Poutre secondaire ou nervure Poutre principale Poteau Dalle Poteau en BA Poutre principale Poutre secondaire ou nervure FIG. 15. - Radier nervuré.
	Solution rationnelle  DALLE À LA PARTIE INFÉRIEURE DU RADIER
	Solution moins rationnelle : $E > e$  Solution moins rationnelle : $E > e$

Suite tableau 1 : Types de radiers [6]

Type de radier	Schéma
Radier voûté (cas des ponts et des tunnels)	
Plancher champignon renversé	

Pré-dimensionnement du radier:

La surface minimale du radier (S) est déterminée par : $\bar{\sigma}_{sol} \geq \frac{N}{S} \rightarrow S \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}}$.

La surface de radier = surface du bâtiment + surface de débord

L'épaisseur de la dalle du radier h_t est déterminée par [2]:

$$h_t \geq \frac{L_{max}}{20}$$

L_{max} : La distance maximale entre axes des poteaux.

La hauteur des nervures h_n est déterminée à partir des conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_n \geq \frac{L_{max}}{10} \\ \tau_u = \frac{T_u}{b_0 d} \leq \bar{\tau}_u = \min \left[\frac{0.15 f_{cj}}{\gamma_b}, 4(MPa) \right] \\ l_{max} \leq \frac{\pi}{2} \cdot l_e \rightarrow h_n = \sqrt[3]{\frac{2k \left(\frac{2L_{max}}{\pi} \right)^4}{E}} \end{array} \right.$$

L_{max} : La distance maximale entre axes des poteaux.

b_0 : désigne la largeur de la section.

d : La hauteur utile = $0.9 \cdot h_t$.

T_u : La valeur de calcul de l'effort tranchant vis-à-vis de l'état limite ultime.

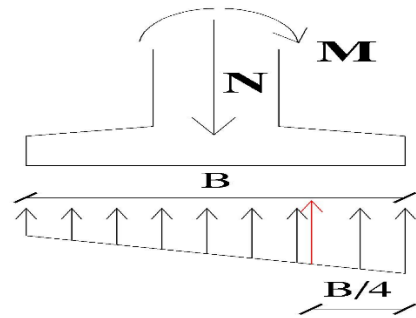
Il est aussi nécessaire de vérifier la condition de non-poinçonnement : $Q_u \leq 0.045 \times U_c \times h \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$

Vérification des contraintes de sol

Il faut alors vérifier que :

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{S_{radier}} \pm \frac{M \cdot y}{I} \geq 1.5 \overline{\sigma}_{sol}$$

$$\sigma_m = \frac{3 \sigma_2 + \sigma_1}{4} \leq 1.33 \overline{\sigma}_{sol}$$



Vérification au renversement

La stabilité au renversement du radier dû aux efforts horizontaux doit être vérifiée :

$$\frac{\sum M_s}{\sum M_r} \geq 1.5$$

Avec:

M_s : Moment stabilisateur sous l'effet du poids propre.

M_r : Moment de renversement dû aux forces sismiques : $M_r = \sum M_0 + V_0 h$

M_0 : Moment à la base de la structure.

V_0 : L'effort tranchant à la base de la structure.

h : Profondeur de l'ouvrage de la structure

Vérification au glissement

La stabilité au glissement du radier dû aux efforts horizontaux doit être vérifiée :

$$F_h \leq \frac{F_v \cdot \tan \varphi}{1.5}$$

Vérification des tassements [20]

Il faut vérifier que le tassement global du radier est inférieur à la valeur admissible du tassement total et que le tassement différentiel maximal est aussi inférieur à celui du tassement différentiel admissible.

Calcul de Ferrailage (Méthode de plancher nervuré [9,20,21])

La méthode du plancher renversé est couramment employée pour le dimensionnement des radiers-dalles ainsi que des radiers nervurés. Cette méthode de calcul s'applique lorsque le radier est considéré comme rigide et en considérant que les contraintes du sol varient linéairement sous le radier (Fig.22).

Dans ce cas, le radier se comporte comme un plancher renversé supporté par les poteaux et alors le calcul de radier est celui au calcul d'un plancher dalle ou plancher-champignon dans le cas de radier sans nervures ou plancher nervuré. Les nervures peuvent être calculées par les méthodes de poutre continues (méthode de Caquot par exemple).

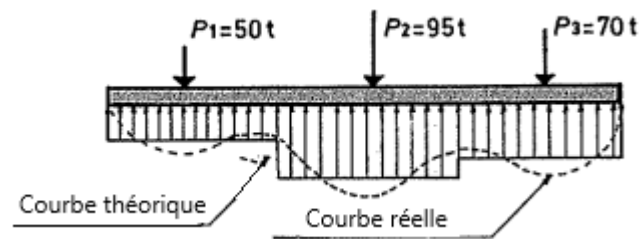


Fig.23 : Répartition des contraintes sous un radier [6]

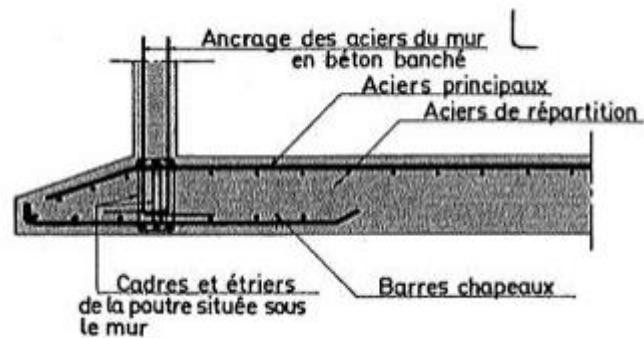


Fig.22 : Ferrailage d'un radier plan [6]

3. Conclusion:

Ce chapitre a présenté les méthodes de dimensionnement et de ferrailage des différents types de fondations superficielles, permettant de concevoir des fondations efficaces et durables. Des exercices pratiques en fin de polycopié permettant d'illustrer l'application des méthodes présentées et de renforcer la maîtrise de calcul des fondations.

Références Bibliographiques

- 1- Thonier, H. "Conception et calcul des structures de bâtiment", Tome1., Presses de l'école national des ponts et chaussées, 1993. ISBN 2-85978-200-1.
- 2- Belazougui, M. "Calcul des ouvrages en béton armé", Office de publication universitaire, 2013. ISBN 987.9961.0.0736.5.
- 3- Guillemont, P. "Aide-mémoire des ouvrages en béton armé", 4^{ème} ed., Dunod, 2013. ISBN 978-2-10- 059126-8.
- 4- Guillemard, F., Pais, J. "Béton armé_chapitre 14 : dimensionnement des planchers dalles", Conservatoire national des arts et métiers, 2007-2008.
- 5- D.T.R. B.C.2.48 —Règles Parasismiques Algériennes RPA2024, 2024.
- 6- Renaud, H. "Ouvrages en béton armé : technologie du bâtiment-gros œuvre", Foucher, 2003. ISBN 9- 782216-092826.
- 7- Davidovici, V. "Formulaire du béton armé", Le Moniteur, 1996. ISBN 978-2-281-11162-0.
- 8- Renaud, H. "Choisir et réaliser les fondations", Eyrolles, 2007. ISBN 978-2-212-12077-6
- 9- DTU BAEL 91 révisées 99—Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, 1999.
- 10- Perchat, J.P., Roux, J. "Pratique du BAEL 91 cours avec exercices corrigés", 4 ème ed., Eyrolles, 2002. ISBN 2-85978-184-8 8
- 11- Cours "Diverses méthodes de calcul des dalles V2.0" cours en ligne, tiré de : <https://fr.scribd.com/document/385854676/cours-dalle-V2-0-pdf>
- 12- Burdet, O. "Dalles_Méthode des lignes de ruptures", École Polytechnique Fédérale de Laussane.
- 13- Djireb, S. "Cours Béton armé ", Université Kasdi Merbah Ouargla, 2008-2009.
- 14- Mougin, J.P. "Béton armé : BAEL91 modifié 99 et DTU associés", 4^{ème} ed., Eyrolles, 2006.
- 15- Thonier, H. "Conception et calcul des structures de bâtiment", Tome3., Presses de l'école national des ponts et chaussées, 1993. ISBN 2-85978-200-1 7
- 16- Daoudi, M., Rili, M., Salhi, A., Szutty, A.C. "Conception et calcul des structures soumises aux séismes", Office de publication universitaire.
- 17- Perchat, J.P. "Béton armé", Tome1., Centre des Hautes Études de la Construction.

18- D.T.R. B.C.2.2 —Charges Permanentes et Charges d'Exploitation.

19- Thonier, H. "Conception et calcul des structures de bâtiment", Tome1., Presses de l'école national des ponts et chaussées, 1993. ISBN 2-85978-200-1 6

20- Fuentes, A. "Calcul pratique des ossatures de bâtiment en béton armé", Eyrolles.

21- Djireb, S. "Cours Béton armé ", Université Kasdi Merbah Ouargla, 2008-2009.

22- Khoury, A. "Étude des différentes méthodes de calcul d'un radier ", Conservatoire national des arts et métiers-Centre régional associé du Liban, 2017-2018.

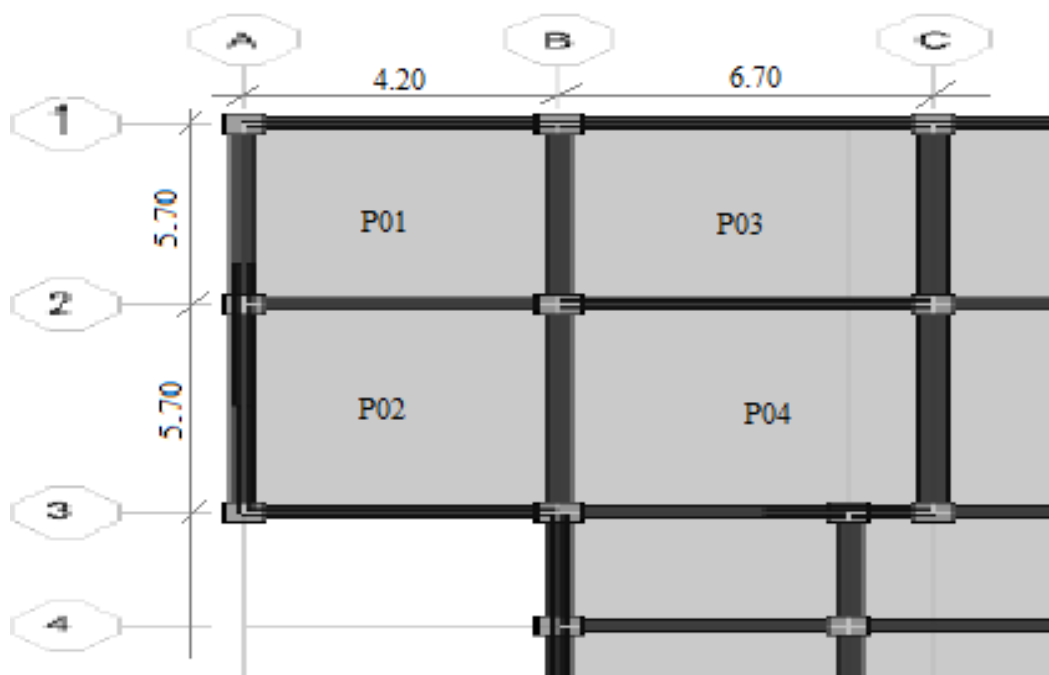
D.T.R. B.C.2.41 —Règles de Conception et de Calcul des Structures en Béton Armé CBA93, 1993.

Perchat, J.P., Roux, J. "Maîtrise du BAEL 91 et des DTU associés", Eyrolles, 1998.

Exercices

Chapitre 1 : Calcul des planchers dalles et planchers champignons

Exercice 01 : Dalle portant sur 02 directions



À partir de plan de coffrage ci-dessus, on vous demande de :

- 1- Calculer les sollicitations de flexion dans le panneau 04 de la dalle.
- 2- Déterminer le ferrailage nécessaire dans les deux directions.

Solution:

1) Calcul des sollicitations de flexion:

$\frac{L_x}{L_y} < \frac{5.7}{6.7} = 0.85 > 0.4 \rightarrow$ la dalle porte dans les deux directions.

a. Prédimensionnement de la dalle : l'épaisseur de la dalle doit vérifier :

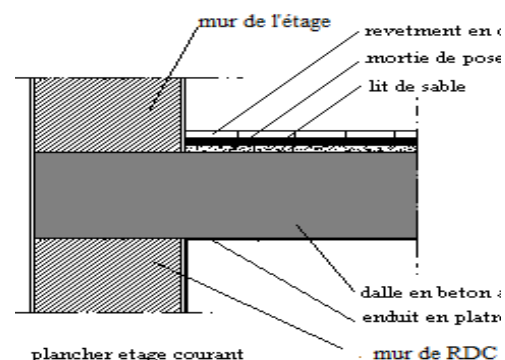
$\frac{L}{35} \leq h \leq \frac{L}{25} \rightarrow 0.1489 \leq h \leq 0.223 \rightarrow$ on prend $e = 15\text{cm}$.

b. Évaluation des charges et surcharges (Dalle étage courant) :

Utilisez le document technique règlementaire **DTR B.C.2.2** pour l'évaluation des charges permanente et d'exploitation à introduire dans les calculs.

- Charges permanentes :

- 1- Carrelage ($e=2\text{cm}$) : $20 \times 0.02 = 0.4\text{kN/m}^2$
- 2- Mortier de pose ($e=2\text{cm}$) : $20 \times 0.02 = 0.40\text{kN/m}^2$
- 3- Lit de sable ($e=3\text{cm}$) : $18 \times 0.03 = 0.54\text{kN/m}^2$
- 4- Dalle pleine ($h=20\text{cm}$) : $25 \times 0.15 = 3.75\text{kN/m}^2$
- 5- Enduit en plâtre ($e=2\text{cm}$) : 0.90kN/m^2



6- Cloison en brique (e=10cm) : 0.20 kN/m^2
 $G=6.19\text{kN/m}^2$

Surcharge d'exploitation (bâtiment à usage commercial) = **$Q=2,50\text{kN/m}^2$**

E.L.U : $P_u = 1.35.G + 1.5.Q = 13.794 \text{ kN/m}^2$

E.L.S : $P_s = G + Q = 9.94 \text{ kN/m}^2$

c. Calcul des moments

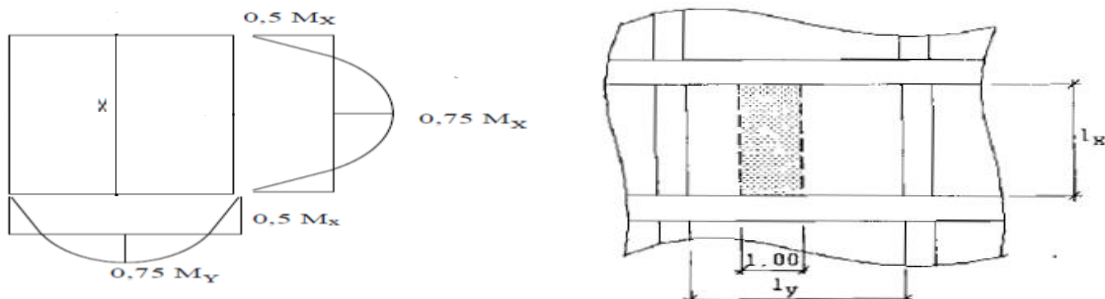
* Moments dans la dalle articulée sur son contour :

$\alpha = \frac{L_x}{L_y} = 0.85 \rightarrow \mu_x = 0.051 \text{ et } \mu_y = 0.685$ (l'annexe E3 du BAEL page 138)

$M_x = \mu_x p l_x^2 = 0.051 \times 13.794 \times (5.7)^2 = 22.856 \text{ kN.m}$

$M_y = \mu_y M_x = 0.685 \times 22.85 = 15.656 \text{ kN.m}$

* Moments dans la dalle partiellement encastrée :



A-Bande de largeur 1.00 m parallèle au sens x :

Moment sur appuis gauche et droite : $M_{ax} = 0.5 M_x = 11.428 \text{ kN.m}$

Moment sur travée : $M_{tx} = 0.75 M_x = 17.142 \text{ kN.m}$

On doit vérifier : $M_{tx} + \frac{M_{wx} + M_{ex}}{2} \geq 1.25 M_x \rightarrow M_{tx} \geq 1.25 M_x - \frac{M_{wx} + M_{ex}}{2}$

$M_{tx} = 17.142 \geq 17.142 \rightarrow \text{OK}$

B-Bande de largeur 1.00 m parallèle au sens y :

Moment sur travée : $M_{ty} = 0.75 M_y = 11.742 \text{ kN.m}$

On doit vérifier : $M_{ty} \geq \frac{M_{tx}}{4}$; $M_{ty} = 11.742 \geq 4.285 \rightarrow \text{OK}$

Moment sur appuis: $M_{ay} = M_{ax} = 11.428 \text{ kN.m}$ (condition minimale à respecter)

2) Calcul de ferrailage:

Donnée :

Section: $b = 100\text{cm}$, $h = 15\text{cm}$, $d = 0.9h = 13.5\text{cm}$,

Acier : f_{e400} , $\gamma_s = 1.15$

Béton: $F_{c28} = 25 \text{ MPa}$, $\gamma_b = 1.5$, $F_{tj} = 2.1 \text{ MPa}$

*Acier en travée direction x : **$M=17.142\text{kN.m}$**

$$\mu = \frac{M}{b d^2 \sigma_{bc}}$$

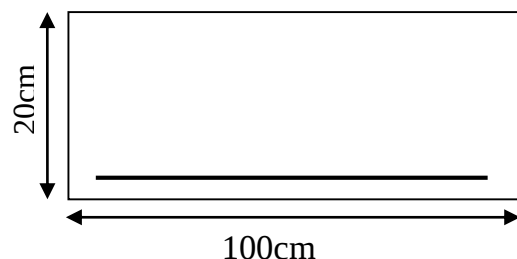


Schéma de la section à étudier.

$$\mu = \frac{M_{\max}}{b d^2 \sigma_{bc}} = \frac{17.142 \times 10^3}{100 \times 18^2 \times 14.17} = 0.037$$

$$\alpha = 1.25 \times (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0.047$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1.15} = 347.826 \text{MPa.}$$

$$\beta = 1 - 0.4\alpha = 0.98.$$

$$A_{tx} = \frac{M_t}{\beta d \sigma_s} = \frac{17.142 \times 10^3}{0.98 \times 18 \times 347.826} = 2.79 \text{cm}^2/\text{ml}$$

***Acier en appuis direction x : $M=11.428\text{KN.m} \rightarrow A_a = 1.84\text{cm}^2/\text{ml}$**

***Acier en travée direction y : $M=11.742\text{KN.m} \rightarrow A_{ty} = 1.90\text{cm}^2/\text{ml}$**

-Section minimal d'armature

Suivant y : $A_{y\min} = \begin{cases} 12 h_0 : \text{ronds lisse} \\ 8 h_0 : \text{FeE400} \\ 6 h_0 : \text{FeE500} \end{cases} ; \text{FeE400} \rightarrow A_{y\min} = 1.60 \text{cm}^2/\text{ml}.$

$$A_{ty} = 1.90 \text{cm}^2/\text{ml} > 1.60 \text{cm}^2/\text{ml} \rightarrow \text{OK}$$

$$A_{ay} = 1.84 \text{cm}^2/\text{ml} > 1.60 \text{cm}^2/\text{ml} \rightarrow \text{OK}$$

$$\text{Suivant x : } A_{x\min} = \frac{3-\alpha}{2} \cdot A_{y\min} = \frac{3-0.85}{2} \cdot 1.6 = 1.72 \text{cm}^2/\text{ml}$$

$$A_{tx} = 2.79 \text{cm}^2/\text{ml} > 1.72 \text{cm}^2/\text{ml} \rightarrow \text{OK}$$

$$A_{ax} = 1.84 \text{cm}^2/\text{ml} > 1.72 \text{cm}^2/\text{ml} \rightarrow \text{OK}$$

-Choix des aciers :

$$\emptyset \leq \frac{h}{10} \rightarrow \emptyset \leq \frac{200}{10} = 20 \text{mm} : \text{diamètre maximal des barres}$$

Travée direction x : $A_{tx} = 2.79 \text{cm}^2/\text{ml}$ } $\rightarrow \text{on adopte : } 6\text{Ha}8 ; S_t = \frac{100}{6} = 17 \text{cm}$
 $S_t \leq \min \{3 \cdot h_0 ; 33 \text{cm} \} = 33 \text{cm}.$

Travée direction y : $A_{ty} = 1.90 \text{cm}^2/\text{ml}$ } $\rightarrow 4\text{Ha}8 ; S_t = \frac{100}{4} = 25 \text{cm}$
 $S_t \leq \min \{4 \cdot h_0 ; 45 \text{cm} \} = 45 \text{cm}.$

Appuis : $A_a = 1.84 \text{cm}^2/\text{ml}$ } $\rightarrow 4\text{Ha}8 ; S_t = \frac{100}{4} = 25 \text{cm}$
 $S_t = 33 \text{cm}.$

-Effort tranchant

Au milieu de grand côté

$$T_{ux} = \frac{P_u \cdot l_x}{2} \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{2}} = \frac{13.794 \times 5.70}{2} \frac{1}{1 + \frac{0.85}{2}} = 27,52 \text{ kN/m}$$

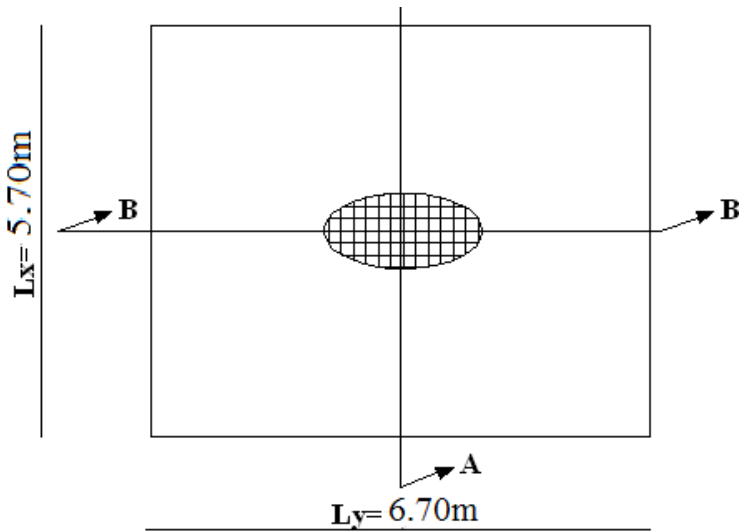
Au milieu de petit côté

$$T_{uy} = \frac{P_u \cdot l_x}{3} = \frac{13.794 \times 5.70}{3} = 26.20 \text{ kN/m} < T_{ux}$$

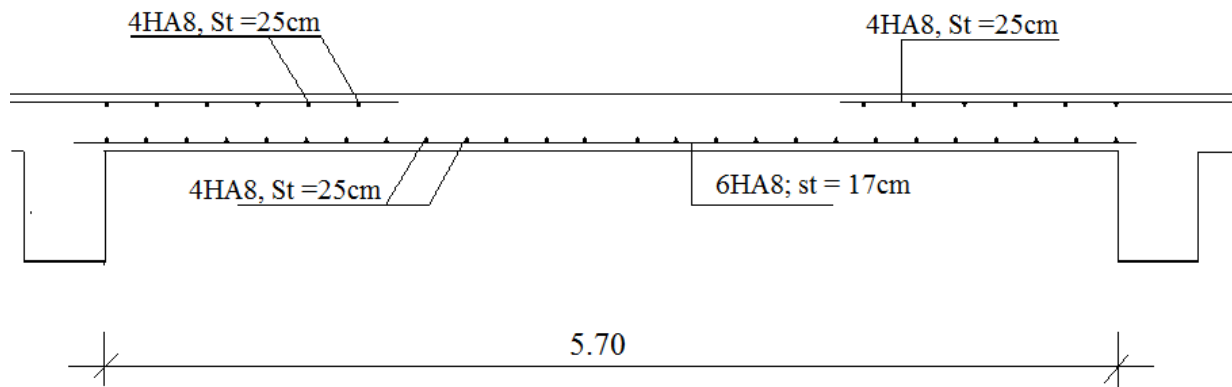
$$\tau_u = \frac{T_u}{d} = \frac{27.52 \times 10^{-3}}{0.18} = 0.152 \text{MPa}$$

-Fissuration peu préjudiciable : $\tau_{ul} = \min \left\{ 0.20 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b} \cdot 5 \text{MPa} \right\} = 3.33 \text{MPa}$

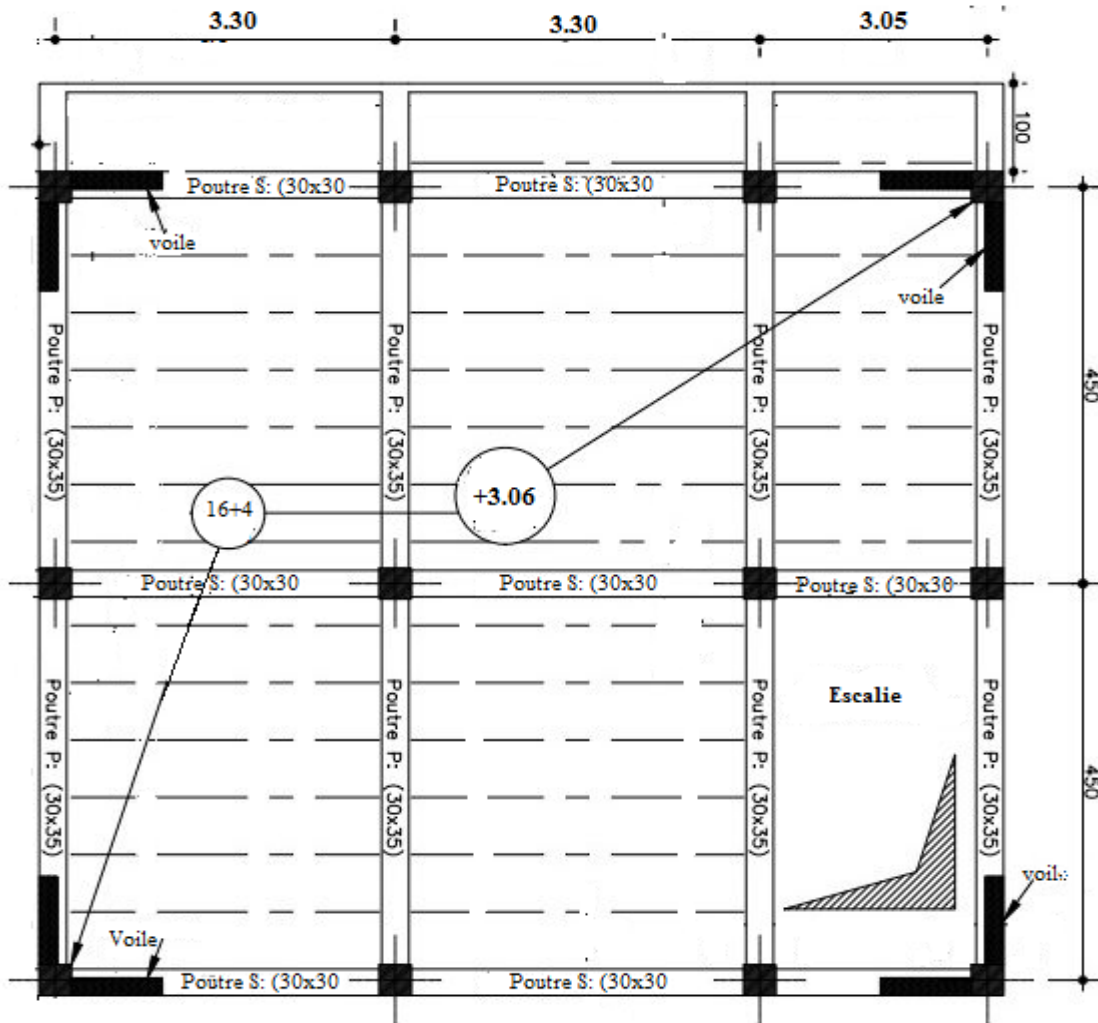
$$\bar{\tau}_u = 0.2 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b} = 3.33 \text{MPa} > \tau_u = 0.152 \rightarrow \text{OK}$$



Coupe A-A



Exercice 02 : Méthode forfaitaire



À partir de plan de coffrage ci-dessus, on vous demande de :

- 3- Calculer les sollicitations de flexion dans le panneau 04 de la dalle.
- 4- Déterminer le ferrailage nécessaire dans les deux directions.

Solution:

1) Prédimensionnement des poutrelles:

L'épaisseur des poutrelles est déterminée à partir de la condition suivante :

$$\frac{h_t}{L_{max}} \geq \frac{1}{22.5} \quad \text{Avec : } h_t: \text{Epaisseur de la dalle de compression + corps creux.}$$

L_{max} : la distance maximale entre nus des appuis de la poutre :

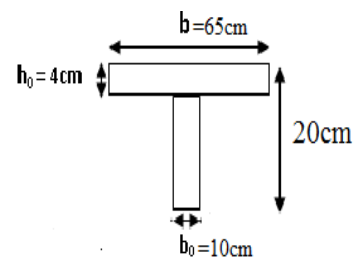
$$L_{max} = 3.30 - 0.3 = 3.00 \quad h_t \geq \frac{3.00}{22.5} \rightarrow h_t \geq 0.133\text{m}$$

On prend un plancher à corps creux de : $(16+4) \text{ cm} = 20\text{cm}$.

La hauteur de la poutrelle est égale à $h_0=4\text{cm}$.

La largeur b_0 compris entre : $0.3 \times h_t \leq b_0 \leq 0.5 \times h_t \rightarrow 0.3 \times 20 \leq b_0 \leq 0.5 \times 20$

$6\text{cm} \leq b_0 \leq 10\text{cm}$. $\rightarrow$ On prend $b_0=10\text{cm}$.



2) Evaluation des charges et surcharges :

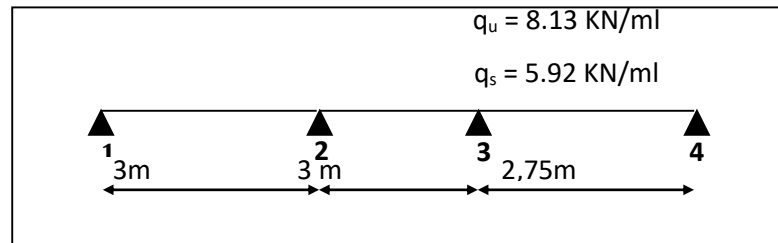
- Charges permanentes : $G = 7.61 \text{ kN/m}^2$

- Surcharge d'exploitation (bâtiment à usage d'habitation): $Q = 1.50 \text{ kN/m}^2$

E.L.U : $P_u = 1.35.G + 1.5.Q = 12.52 \text{ kN/m}^2$ et **E.L.S** : $P_s = G + Q = 9.11 \text{ kN/m}^2$

- la charge supportée par les poutrelles : $P_u = 12.52 \times 0.65 = 8.138 \text{ kN/m}$;

$P_s = 9.11 \times 0.65 = 5.92 \text{ kN/m}$



3) Méthode de calcul : la méthode forfaitaire (BAEL 91 Art-B.6.2.21)

$Q_{\text{étage}} = 1.00 \text{ kN/m}^2 \leq (2.G = 2 \times 7.61 = 15.22 \text{ kN/m}^2, 5 \text{ kN/m}^2) \rightarrow \text{OK}$

Le moment d'inertie est constant dans toutes les travées $\rightarrow \text{OK}$

Les portées successives sont dans un rapport compris entre 0.8 et 1.25 :

$$0.8 \leq \frac{l_i}{l_{i+1}} = \frac{2.75}{3} = 0.91 \leq 1.25 \rightarrow \text{OK} \quad \text{et} \quad 0.8 \leq \frac{l_i}{l_{i+1}} = \frac{3}{2.75} = 1.09 \leq 1.25 \rightarrow \text{OK}$$

La fissuration est peu préjudiciable $\rightarrow \text{OK}$

➤ Donc on peut appliquer la méthode forfaitaire.

4) Calcul des moments

$$\alpha = \frac{Q}{G+Q} = \frac{1.5}{7.61+1.5} = 0.164$$

➤ Travée 1-2 et travée 3-4 (travée de rive)

$$1- M_t \geq \left[\frac{1.2+0.3\alpha}{2} \right] \cdot M_0 \rightarrow M_t \geq \left[\frac{1.2+(0.3 \times 0.164)}{2} \right] M_0 \rightarrow M_t \geq 0.624 M_0$$

$$2- M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq \text{Max} [1.05 M_0 ; (1+0.3 \alpha) M_0] \rightarrow$$

$$M_t + \frac{(0.15+0.5) \cdot M_0}{2} \geq \text{Max} [1.05 M_0 ; (1+ (0.3 \times 0.164)) M_0]$$

$$M_t \geq (\text{Max} [1.05 M_0 ; 1.049 M_0]) - 0.325 M_0$$

$$M_t \geq 0.725 M_0$$

$$M_t \geq 0.725 M_0$$

➤ Travée 2-3 (travée intermédiaire)

$$3- M_t \geq \left[\frac{1+0.3\alpha}{2} \right] M_0 \rightarrow M_t \geq \left[\frac{1+(0.3 \times 0.164)}{2} \right] M_0 \rightarrow M_t \geq 0.524 M_0$$

$$4- M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq \text{Max} [1.05 M_0 ; (1+0.3 \alpha) M_0] \rightarrow$$

$$M_t \geq (\text{Max} [1.05 M_0 ; 1.049 M_0]) - 0.5 M_0 =$$

$$M_t \geq 0.55 M_0$$

$$M_t \geq 0.55M_0$$

• **Moments et efforts tranchants isostatiques :**

➤ **Travée 1-2 et travée 2-3**

$$L = 3\text{m} \quad , \quad M_{01} = M_{02} = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{8.13 \times (3)^2}{8} = 9.146 \text{ KN.m}$$

$$T_{01} = T_{02} = \frac{q_u l}{2} = \frac{8.13 \times (3)}{2} = 12.195 \text{ KN}$$

➤ **Travée 3-4**

$$L = 2,75 \Rightarrow M_{03} = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{8.13 \times (2,75)^2}{8} = 7.685 \text{ KN.m}$$

$$T_{02} = \frac{q_u l}{2} = \frac{8.13 \times (2,75)}{2} = 11.178 \text{ KN}$$

• **Moments en travées (ELU) :**

- **Travée 1-2:** $M_t = 0,725M_{01} = 0,725 \times 9.146 = 6.63 \text{ KN.m}$

- **Travée 2-3:** $M_t = 0,55M_{02} = 0,55 \times 9.16 = 5.038 \text{ KN.m}$

- **Travée 3-4:** $M_t = 0,725M_{03} = 0,725 \times 7.685 = 5.57 \text{ KN.m}$

• **Moments sur appuis (ELU) :**

- **Appui 1 :** $M_1 = 0,15M_{01} = 0,15 \times 9.146 = 1.37 \text{ KN.m}$

- **Appui 2 :** $M_2 = 0,5 \cdot \max \{M_{01}, M_{02}\} = 0,5 \times 9.146 = 4.537 \text{ KN.m}$

- **Appui 3 :** $M_3 = 0,5 \cdot \max \{M_{02}, M_{03}\} = 0,5 \times 9.146 = 4.537 \text{ KN.m}$

- **Appui 4 :** $M_4 = 0,15M_{03} = 0,15 \times 7.685 = 1.152 \text{ KN.m}$

• **Efforts tranchants (ELU) :** $T(x) = T_0 + \frac{M_e - M_w}{L}$

➤ **Travée 1-2**

$$T_w = 12.195 + \frac{1.37 - 4.53}{3} = 13.24 \text{ KN}$$

$$T_e = -12.195 + \frac{1.37 - 4.53}{3} = -13.24 \text{ daN}$$

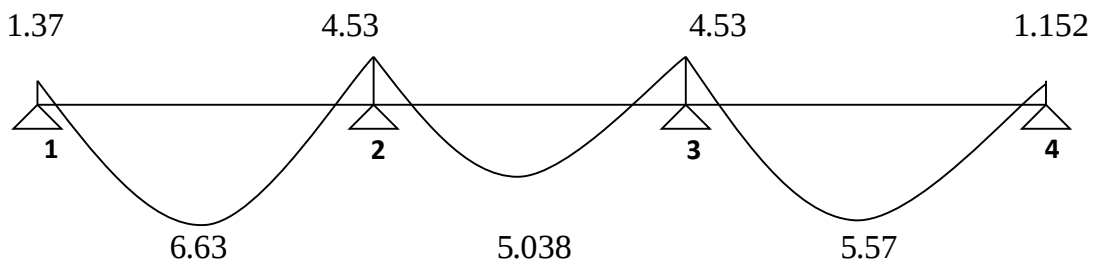
➤ **Travée 2-3**

$$T_w = 12.195 + 0 = 11.47 \text{ KN}$$

$$T_e = -12.195 \text{ KN} + 0 = 11.47 \text{ KN}$$

➤ **Travée 3-4**

Diagramme des moments



5) Calcul de ferrailage

La poutrelle est calculée comme une section en « Té » soumise à la flexion simple sollicité :

En travée 1-2 sur travée $M_{\max} = 6.63 \text{ K.N.m}$

sur appuis $M_a = 4.53 \text{ K.N.m}$

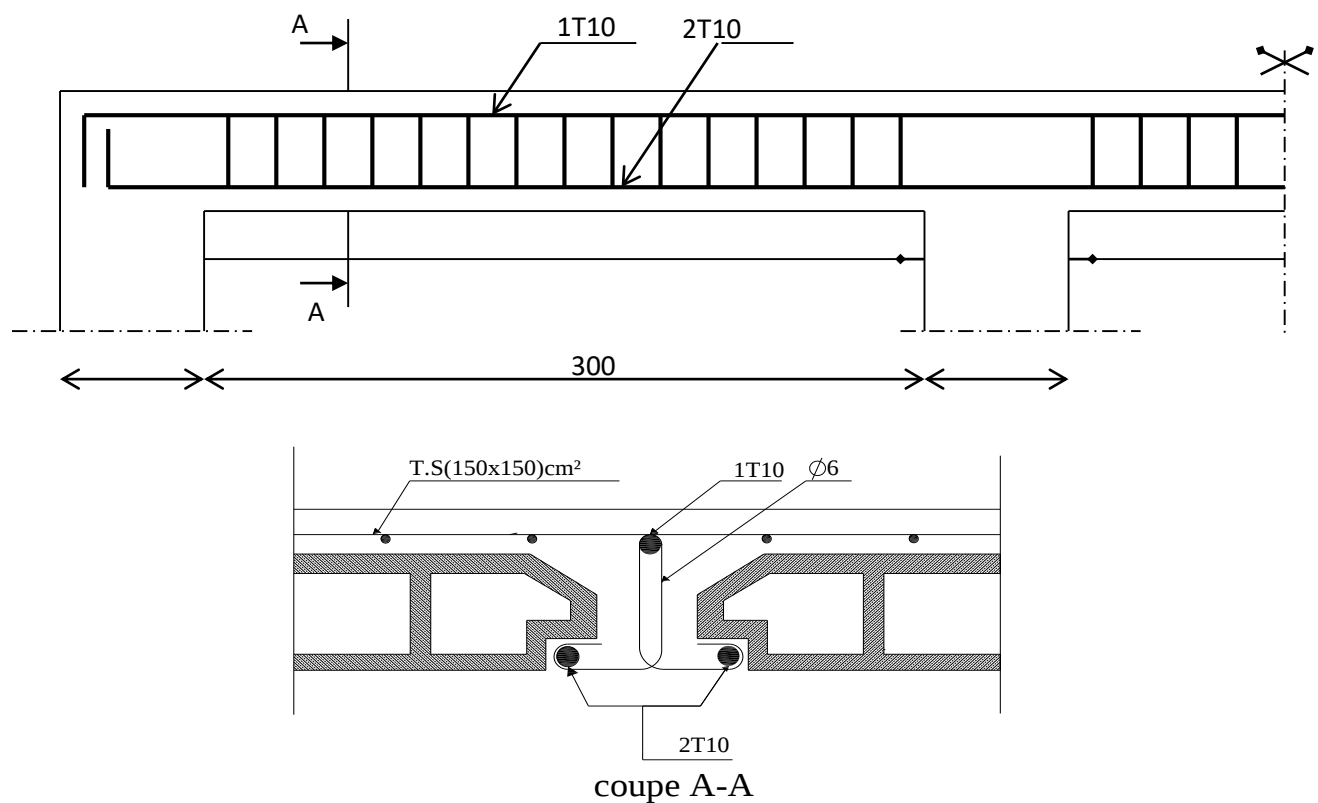
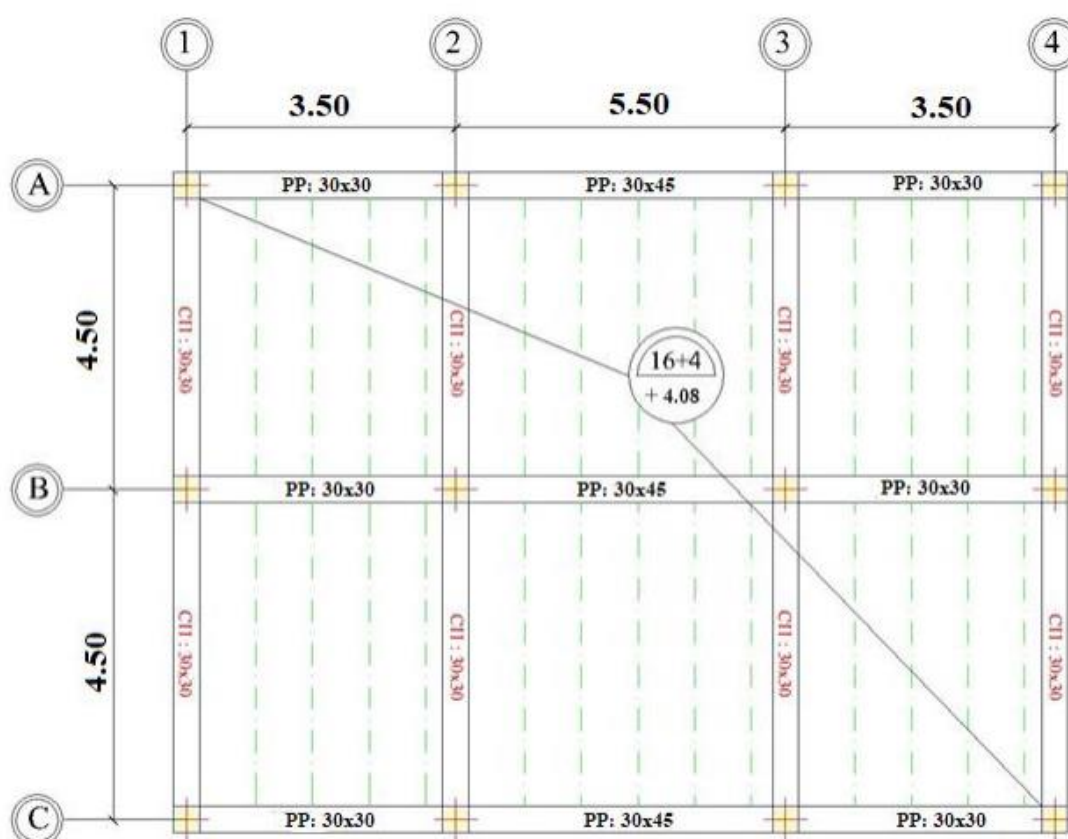


Fig. . Schéma de ferrailage de plancher.

Chapitre 2 : Calcul des portiques en béton armé sous les charges verticales

Exercice (Méthode de Caquot)

Soit un bâtiment composé d'un RDC et 01 étage contreventé par des portiques en béton armé. On veut étudier le portique B sous charges verticale par la méthode de Caquot sachant que: -Section des poteaux : (30×30) cm² ; - Section des poutres : (30×30) et (30×45) cm² . -La hauteur de RDC = 4.08m ; -La hauteur d'étage = 3.06m. -Charge permanente : $G_{\text{terrasse}} = 7.60$ KN/m² ; $G_{\text{étage}} = 5.89$ KN/m² . - Charge d'exploitation : $Q_{\text{terrasse}} = 1.50$ KN/m² ; $Q_{\text{étage}} = 2.50$ KN/m² .



Ipoteau : inertie poteau = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

Ipoutre1 : inertie poutre (30x45) = $22.78 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; Ipoutre2 : inertie poutre (30x30) = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

Niveau RDC

➤ Axe 1

$\ell'_{e1} = 1 \times 3.5 = 3.5 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Ke1** = $1.928 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$\ell'_{n1} = 0.9 \times 3.06 = 2.754 \text{ m}$ et **Ipoteau** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Kn1** = $2.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$\ell'_{s1} = 0.8 \times 4.08 = 3.264 \text{ m}$ et **Ipoteau** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Ks1** = $2.068 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

D1 = $6.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

➤ Axe 2

$\ell'_{e2} = 0.8 \times 5.5 = 4.4 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $22.78 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Ke2** = $5.177 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$\ell'_{w2} = 0.8 \times 3.5 = 2.8 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Kw2** = $2.41 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Kn2 = $2.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Ks2 = $2.068 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

D2 = $12.11 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

➤ Axe 3

$\ell'_{w3} = 0.8 \times 5.5 = 4.4 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $22.78 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Kw3** = $5.177 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$\ell'_{e3} = 0.8 \times 3.5 = 2.8 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Ke3** = $2.41 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Kn3 = $2.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Ks3 = $2.068 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

D3 = $12.11 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

➤ Axe 4

$\ell'_{w4} = 1 \times 3.5 = 3.5 \text{ m}$ et **Ipoutre** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Kw4** = $1.928 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Kn4 = $2.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Ks4 = $2.068 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

D4 = $6.45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Niveau Etage

➤ Axe 1

Ke1 = $1.928 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

$\ell'_{s1} = 0.8 \times 3.06 = 2.448 \text{ m}$ et **Ipoteau** = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; **Ks1** = $2.757 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

D1 = $4.69 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Niveau Etage 1

➤ Axe 2 et

$$K_{e2} = 5.177 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{w2} = 2.41 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{s2} = 2.757 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$D_1 = 10.34 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

➤ Axe 4

$$K_{w4} = 1.98 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{s4} = 2.757 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$D_1 = 4.69 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Niveau Etage 1

➤ Axe 3

$$K_{e3} = 2.41 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{w3} = 5.177 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{s3} = 2.757 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$D_1 = 10.34 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

2.Calcul des Moments aux nus des poutres et dans les poteaux :

Les moments fictifs liés aux charges appliquées sur les travées :

$$M'_{e1} = M'_{w4} = \frac{q_{e1} l'_{e1}{}^2}{8.5} = 1.44 q_{e1}$$

$$M'_{w2} = M'_{e3} = \frac{q_{w2} l'_{w2}{}^2}{8.5} = 0.922 q_{e2}$$

$$M'_{e2} = M'_{w3} = \frac{q_{e2} l'_{e2}{}^2}{8.5} = 2.77 q_{w2}$$

Moments aux nus des poutres			
Axe	Niveau	M _w	M _e
1	RDC	/	-1.009 q _{e1}
	Etage	/	-0.847 q _{e1}
2	RDC	-(0.453 q _{e2} + 0.738 q _{w2})	-(0.393 q _{w2} + 1.304 q _{e2})
	Etage	-(0.53 q _{e2} + 0.707 q _{w2})	-(0.461 q _{w2} + 1.138 q _{e2})
3	RDC	-(0.393 q _{w3} + 1.304 q _{e3})	-(0.453 q _{e3} + 0.738 q _{w3})
	Etage	-(0.461 q _{w3} + 1.138 q _{e3})	-(0.53 q _{e3} + 0.707 q _{w3})
4	RDC	-1.009 q _{w4}	/
	Etage	-0.847 q _{w4}	/

Moments aux poteaux			
Axe	Niveau	Mn	M _s
1	RDC	0,546 q _{e1}	0,461 q _{e1}
	Etage	/	0,847 q _{e1}
2	RDC	0.459 q _{e2} - 0.186q _{w2}	0.387 q _{e2} - 0.156q _{w2}
	Etage	/	0.605 q _{e2} - 0.245q _{w2}
3	RDC	0.186q _{e3} - 0.459 q _{w3}	0.156 q _{e3} - 0.387 q _{w3}
	Etage	/	0.245q _{e3} - 0.605 q _{w3}
4	RDC	-0,546 q _{w4}	- 0,461 q _{w4}
	Etage	/	-0,847 q _{w4}

2. Etude de portique B :

2.1. Moments aux nus des appuis des poutres et dans les poteaux

Pour le Terrasse : P_u = (1.35G + 1.5Q)= **12.51 kN/m²**

Pour l'étage courant: P_u = (1.35G + 1.5Q)= **11.70 kN/m²**

Portée supportée par les poutres : $L = \left(\frac{4.5-0.3}{2} \right) \times 2 = \mathbf{4.20m}$

P_p(30x30) = 25x0.3x0.3 = **2.25 KN/ml**; P_p(30x45) = 25x0.3x0.45 = **3.375 KN/ml**

Charges dans l'appui 01 et 04

Pour l'étage: q_{e1} = q_{w4} = (12.51 x 4.20)+ (1.35x2.25) = **55.58 KN/ml**

Pour le RDC : q_{e1} = q_{w4} = (11.70 x 4.20) + (1.35x2.25) = **52.18 KN/ml**

Charges dans l'appui 02 et 03

Pour l'étage: q_{e2} = q_{w3} = (12.51 x 4.20) + (1.35x3.375) = **57.10 KN/ml**

q_{w2} = q_{e3} = (12.51 x 4.20) + (1.35x2.25) = **55.58 KN/ml**

Pour le RDC : q_{e2} = q_{w3} = (11.70 x 4.20) + (1.35x3.375) = **53.70 KN/ml**

q_{w2} = q_{e3} = (11.70 x 4.20) + (1.35x2.25) = **52.18 KN/ml**

Axe	Niveau	M _w (KN.ml)	M _e (KN.ml)
1	RDC	/	-52.65
	Etage	/	-47.08
2	RDC	-62.83	-90.53
	Etage	-69.56	-90.60

3	RDC	-89.15	-63,27
	Etage	-89.57	-69.83
4	RDC	-52.65	/
	Etage	-47.08	/

Moments aux poteaux			
Axe	Niveau	Mn	M_s
1	RDC	28.49	24.05
	Etage	/	47.08
2	RDC	14.94	12.64
	Etage	/	20.93
3	RDC	-14.94	-12.64
	Etage	/	-20.93
4	RDC	28.49	24.05
	Etage	/	47.08

Ferraillage aux appuis des poutres

*Moment max aux appuis se trouve dans l'appui 2 à l'étage $M_{e2} = 90.60 \text{ KN.ml}$

→vers l'organigramme de flexion simple

Donnée : Section: $b = 30\text{cm}$, $h = 45\text{cm}$, $d = 0.9h = 40.5\text{cm}$,

Résultat : $A_s = 6.91 \text{ cm}^2$; Choix : 3HA16+3HA14

Moments dans les travées des poutres

Travée 1-2 et Travée 3-4 :

Pour l'étage: $q_{e1} = q_{w4} = q_{w2} = 55.58 \text{ KN/ml}$

: $q_{e2} = 57.10 - (1.5 \times Q) = 57.10 - (1.5 \times 1.5) = 54,85 \text{ KN/ml}$

Pour le RDC : $q_{e1} = q_{w4} = q_{w2} = 52.18 \text{ KN/ml}$

: $q_{e2} = 53.70 - (1.5 \times Q) = 53.70 - (1.5 \times 2.50) = 49,95 \text{ KN/ml}$

Travée	Niveau	Me(KN.ml)	Mw (KN.ml)
1-2 et	RDC	$= M_{w2} = 0.453 q_{e2} + 0.738 q_{w2} = 61.14$	$= M_{e1} = 1.009 \times 52.18 = 52.65$
3-4	Etage	$= M_{w2} = 0.53 q_{e2} + 0.707 q_{w2} = 68,37$	$= M_{e1} = 0.847 \times 55.58 = 47.08$

Travée 2-3 :

Pour l'étage: $q_{w2} = q_{e3} = 55.58 - (1.5 \times Q) = 55.58 - (1.5 \times 1.5) = 53.33 \text{ KN/ml}$

: $q_{e2} = q_{w3} = 57.10 \text{ KN/ml}$

Pour le RDC : $q_{w2} = q_{e3} = 52.18 - (1.5 \times Q) = 52.18 - (1.5 \times 2.50) = 48.43 \text{ KN/ml}$

: $q_{e2} = q_{w3} = 53.70 \text{ KN/ml}$

Travée	Niveau	Me(KN.ml)	Mw (KN.ml)
2-3	RDC	$= M_{w3} = 0.393 q_{w3} + 1.304 q_{e3} = 84.26$	$= M_{e2} = 0.393 q_{w2} + 1.304 q_{e2} = 89.06$
	Etage	$= M_{w3} = 0.461 q_{w3} + 1.138 q_{e3} = 87.01$	$= M_{e2} = 0.461 q_{w2} + 1.138 q_{e2} = 89.60$

2.3. Ferraillage aux travées des poutres

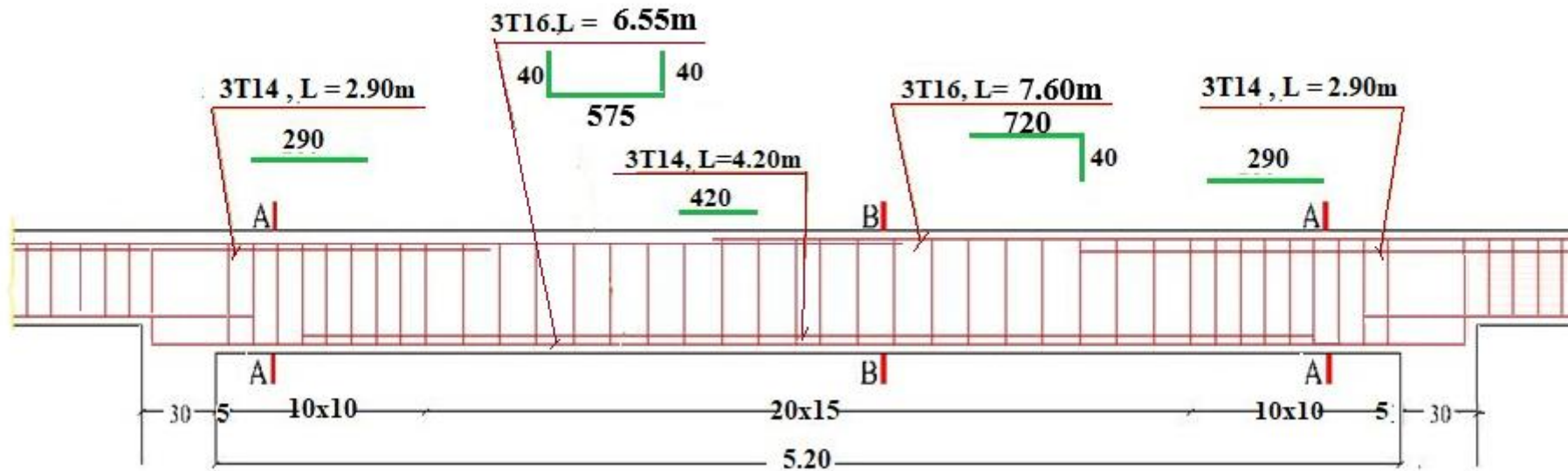
*Moment max aux travées se trouve dans la travée 2-3 à l'étage $M_{2-3} = 127.61 \text{ KN.ml}$

→vers l'organigramme de flexion simple

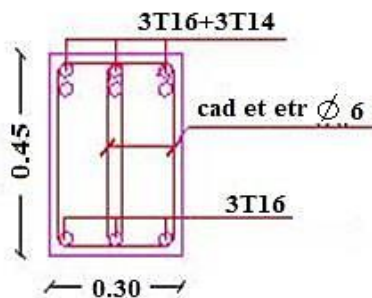
Donnée : Section: $b = 30\text{cm}$, $h = 45\text{cm}$, $d = 0.9h = 40.5\text{cm}$,

Résultat : $A_s = 10.08 \text{ cm}^2$; Choix : 3HA16+3HA14

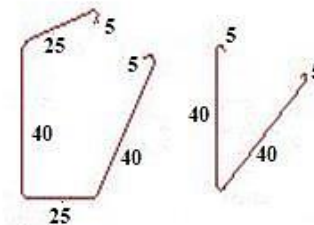
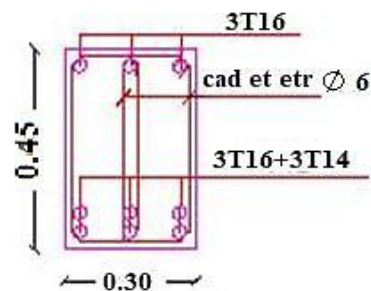
2.3. Schéma de ferraillage



Coupe A-A

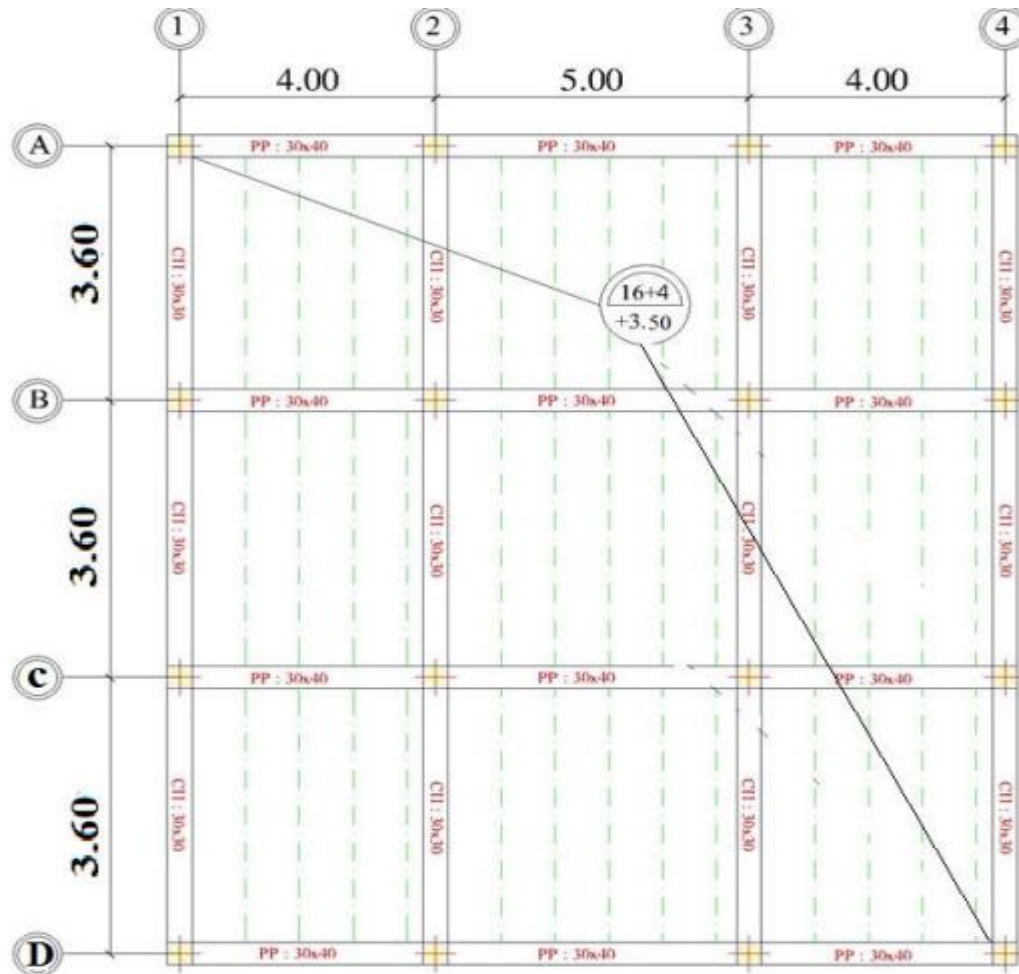


Coupe B-B



Chapitre 3 : Calcul des portiques sous les charges horizontales

Exercice (Méthode de Muto)



1. Dans le sens X :

I_{poteau} : inertie poteau = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

I_{poutre} : inertie poutre = $16 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

1.1. Calcul des raideurs :

$$K_p = \frac{I_{\text{poteau}}}{h_e} \quad K_i = \frac{I_{\text{poutre}}}{L}$$

I : inertie de l'élément considéré

h_e : hauteur du poteau considérée.

L : Portée de la poutre considérée.

Raideurs des poteaux $K_p = \frac{I_{\text{poteau}}}{h_e} \rightarrow$ Pour RDC : $K_p = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{3.5} = 1.928 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Pour Etage : $K_p = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{3} = 2.25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Raideurs des poutres : $K_i = \frac{I_{\text{poutre}}}{L} \rightarrow$ Pour la travée 1 et 3: $K_1 = \frac{16 \times 10^{-4}}{4} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Pour la travée 2: $K_2 = \frac{16 \times 10^{-4}}{5} = 3.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

1.2. Calcul des coefficients $\bar{K}$:

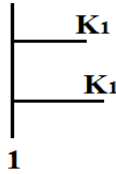
Niveau Etage

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i (\text{poutre sup+inf})}{2K_p}$$

➤ Axe 1 et Axe 4

$$\bar{K}_1 = \frac{K_1 + K_1}{2K_p}$$

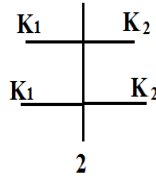
$$\bar{K}_1 = \bar{K}_4 = \frac{K_1}{K_p} = \frac{4}{2.25} = 1.77$$



➤ Axe 2 et Axe 3

$$\bar{K}_2 = \frac{2.K_1 + 2.K_2}{2K_p}$$

$$\bar{K}_2 = \bar{K}_3 = \frac{K_1 + K_2}{K_p} = \frac{4 + 3.2}{2.25} = 3.2$$



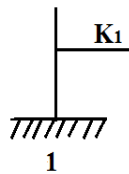
RDC

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i (\text{poutre sup+inf})}{K_p}$$

➤ Axe 1 et Axe 4

$$\bar{K}_1 = \frac{K_1}{K_p}$$

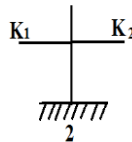
$$\bar{K}_1 = \bar{K}_4 = \frac{4}{1.93} = 2.07$$



➤ Axe 2 et Axe 3

$$\bar{K}_2 = \frac{K_1 + K_2}{K_p}$$

$$\bar{K}_2 = \bar{K}_3 = \frac{4 + 3.2}{1.93} = 3.73$$



1.3. Calcul des coefficients correcteurs a_p :

Etage : $a_p = \frac{\bar{K}}{2+\bar{K}}$	RDC : $a_p = \frac{0.5+\bar{K}}{2+\bar{K}}$
Axe 1 et Axe 4 : $a_p = \frac{1.77}{2+1.77} = 0.47$	Axe 1 et Axe 4 : $a_p = \frac{0.5+2.07}{2+2.07} = 0.63$
Axe 2 et Axe 3 : $a_p = \frac{3.2}{2+3.2} = 0.61$	Axe 2 et Axe 3 : $a_p = \frac{0.5+3.73}{2+3.73} = 0.74$

2. Dans le sens Y :

I_{poteau} : inertie poteau = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

I_{poutre} : inertie poutre = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

2.1. Calcul des raideurs :

$$\text{Raideurs des poteaux } K_p = \frac{I_{\text{poteau}}}{h_e} \rightarrow \text{Pour RDC : } K_p = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{3.5} = 1.928 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{Pour Etage : } K_p = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{3} = 2.25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{Raideurs des poutres : } K_i = \frac{I_{\text{poutre}}}{L} \rightarrow \text{Pour la travée 1, 2 et 3: } K = \frac{6.75 \times 10^{-4}}{3.6} = 1.87 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

2.2. Calcul des coefficients $\bar{K}$:

Niveau Etage

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i (\text{poutre sup+inf})}{2K_p}$$

➤ Axe A et Axe D

$$\bar{K}_A = \bar{K}_D = \frac{K}{K_p} = \frac{1.87}{2.25} = 0.83$$

➤ Axe B et Axe C

$$\bar{K}_B = \frac{4k}{2K_p}$$

$$\bar{K}_B = \bar{K}_C = \frac{2k}{K_p} = \frac{2(1.87)}{2.25} = 1.66$$

RDC

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i (\text{poutre sup+inf})}{K_p}$$

➤ Axe A et Axe D

$$\bar{K}_A = \frac{K}{K_p}$$

$$\bar{K}_A = \bar{K}_D = \frac{1.87}{1.93} = 0.97$$

➤ Axe B et Axe C

$$\bar{K}_B = \frac{2K}{K_p}$$

$$\bar{K}_B = \bar{K}_C = \frac{2k}{K_p} = \frac{2(1.87)}{1.93} = 1.94$$

2.3. Calcul des coefficients correcteurs a_p :

Etage : $a_p = \frac{\bar{K}}{2+\bar{K}}$	RDC : $a_p = \frac{0.5+\bar{K}}{2+\bar{K}}$
Axe A et Axe D : $a_p = \frac{0.83}{2+0.83} = 0.29$	Axe A et Axe D : $a_p = \frac{0.5+0.97}{2+0.97} = 0.49$
Axe B et Axe C : $a_p = \frac{1.66}{2+1.66} = 0.45$	Axe B et Axe C : $a_p = \frac{0.5+1.94}{2+1.94} = 0.62$

3. Calcul des rigidités des poteaux suivants les deux sens X et Y

$$r = a_p \frac{12 E I}{h_e^3}$$

Avec : E : module de déformation instantané du béton 32 165MPa

I : inertie poteau = $6.75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

h_e : hauteur du poteau considérée.

$$\rightarrow \text{Pour RDC : } r = a_p \frac{12 \times 32165 \times 10^2 \times 6.75 \times 10^{-4}}{(3.5)^3} = 607.66(a_p) \text{ t/m}$$

$$\rightarrow \text{Pour Etage : } r = a_p \frac{12 \times 32165 \times 10^2 \times 6.75 \times 10^{-4}}{(3)^3} = 964.95(a_p) \text{ t/m}$$

	Sens X	
Axe	Etage	RDC : $a_p = \frac{0.5+\bar{K}}{2+\bar{K}}$
A	$r = 964.95 \times (0.47) = 435.53$	$r = 607.66 \times (0.63) = 382,82$
B	$r = 964.95 \times (0.61) = 588,62$	$r = 607.66 \times (0.74) = 449,67$
C	$r = 964.95 \times (0.61) = 588,62$	$r = 607.66 \times (0.74) = 449,67$
D	$r = 964.95 \times (0.47) = 435.53$	$r = 607.66 \times (0.63) = 382,82$
$R_{ji}^X =$ $\sum_{i=1}^{i=m} a_p \frac{12 E I_i^Y}{h_j^3}$	2048,3	1664,98

	Sens Y	
Axe	Etage	RDC : $a_p = \frac{0.5+\bar{K}}{2+\bar{K}}$
A	$r = 964.95 \times (0.29) = 279,83$	$r = 607.66 \times (0.49) = 297,75$
B	$r = 964.95 \times (0.45) = 434,23$	$r = 607.66 \times (0.62) = 376,75$
C	$r = 964.95 \times (0.45) = 434,23$	$r = 607.66 \times (0.62) = 376,75$
D	$r = 964.95 \times (0.29) = 279,83$	$r = 607.66 \times (0.49) = 297,75$
$R_{ji}^Y =$ $\sum_{i=1}^{i=k} a_p \frac{12 E I_i^X}{h_j^3}$	1428.12	1549

4. Détermination du centre de masse et de torsion

- Centre de masse :

$$X_G = \frac{4 + 5 + 4}{2} = 6.5 \text{ m et } Y_G = \frac{3.6 + 3.6 + 3.6}{2} = 5.4 \text{ m}$$

- Centre de torsion (de rigidité)

→ Pour le RDC et l'étage:

$$C_{jx} = \frac{\sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^Y X_i}{\sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^Y} = \frac{1549 (0 + 4 + 9 + 13)}{4(1549)} = 6.5 \text{ m}$$

$$C_{jy} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^X Y_i}{\sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^X} = \frac{1664,98 (0 + 3.6 + 7.2 + 10.8)}{4(1664,98)} = 5.4 \text{ m}$$

5. Détermination de la rigidité a la torsion à l'étage (j)

$$R_{j\theta} = \sum_{i=1}^{i=m} R_{ji}^X (\overline{Y_i'})^2 + \sum_{i=1}^{i=k} R_{ji}^Y (\overline{X_i'})^2$$

(X_i') : distance d'un portique (i) transversale à l'axe C_{jy} .

(Y_i') : distance d'un portique (i) longitudinale à l'axe C_{jx} .

Pour le RDC :

$$R_{j0} = 1664,98 [(-5.4)^2 + (-1.8)^2 + (1.8)^2 + (5.4)^2] + 1549 [(-6.5)^2 + (-2.5)^2 + (2.5)^2 + (6.5)^2] = 23975,71 + 150253 = 174228,71$$

Pour l'Etage :

$$R_{j0} = 2048,3 [(-5.4)^2 + (-1.8)^2 + (1.8)^2 + (5.4)^2] + 1428.12 [(-6.5)^2 + (-2.5)^2 + (2.5)^2 + (6.5)^2] = 29495,52 + 138527,64 = 168023,16$$

6. Détermination de la Force sismique

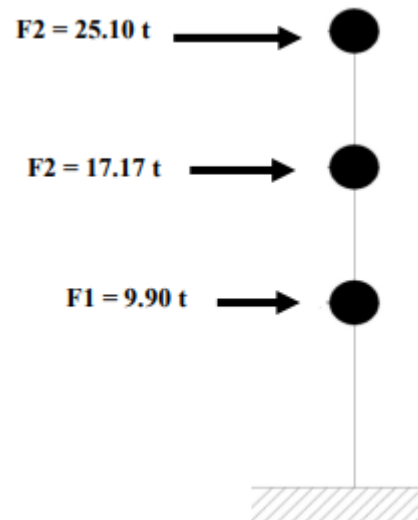
Les forces sismiques sont calculées d'après le règlement parasismique Algérienne (RPA 2024)

En suppose par exemple que la force sismique globale $F = 35$ t.

La force sera distribuée ensuite sur les étages du

bâtiment en appliquant la formule donnée par l'RPA

Les valeurs trouvées sont indiquées dans la figure ci-contre.

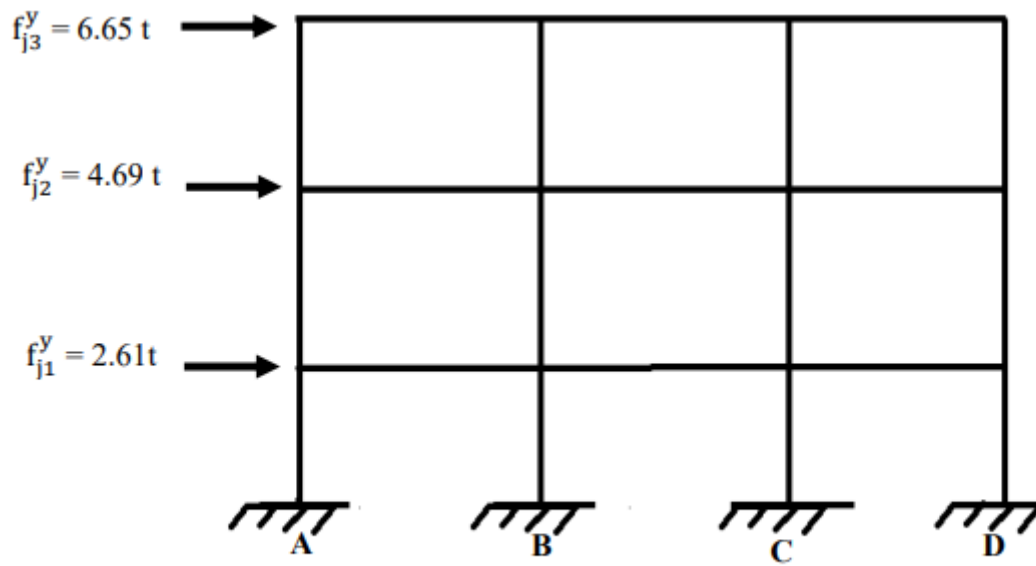


7. Répartition des efforts tranchants par l'étage aux différents portiques

Pour répartir les efforts horizontaux engendrés par le séisme ou le vent F_{jx} , F_{jy} par étage (j) aux différents portiques, on peut utiliser les formules suivantes :

$$f_{ji}^y = F_{jy} \frac{R_{ji}^y}{\sum_{i=1}^m R_{ji}^y} + F_{jy} e_x \frac{R_{ji}^y X_i'}{R_{j0}} \quad \text{et} \quad f_{ji}^x = F_{jx} \frac{R_{ji}^x}{\sum_{i=1}^k R_{ji}^x} + F_{jx} e_y \frac{R_{ji}^x Y_i'}{R_{j0}}$$

$$e_x, e_y = \max \left\{ \begin{array}{l} \text{Excentricité théorique} \rightarrow e_{xt} = X_G - C_{jx} = 0 \text{ et } e_{yt} = Y_G - C_{jy} = 0 \\ 5\% \text{ de la dimension du bâtiment à ce niveau} = 0.05 \times 13.30 = \pm 0.655 \text{ m} \end{array} \right.$$



Portique 02

Chapitre 3 : Fondations superficielles

Exercice 01 : Semelle filante sous mur soumise à un effort centré

Soit une semelle filante supporte un mur de largeur 20cm.

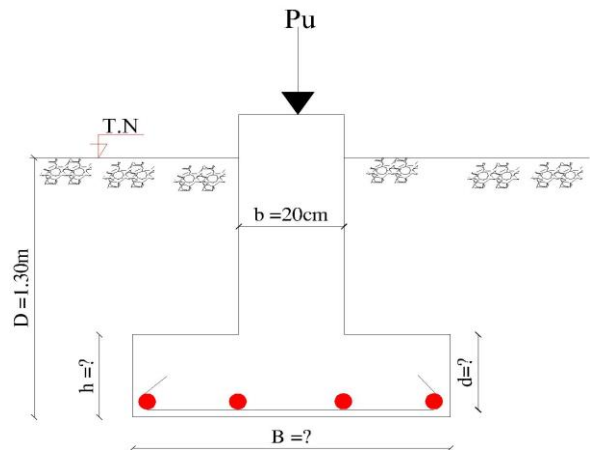
Elle repose sur un sol de contrainte admissible : $\overline{\sigma}_{sol} = 1.3\text{bars}$ (contrainte limite de service qui est fourni par le laboratoire par les différentes méthodes de MDS)

Elle reçoit une charge verticale uniforme centré (décente des charges) :

Etat limite ultime : $P_u = 0.20\text{MN/ml}$

Etat limite de service : $P_{ser} = 0.15\text{MN/ml}$

- Béton: $F_{c28} = 25\text{MPa}$, $\gamma_b = 1.5$.
- Acier: $FeE400$, $\gamma_s = 1.15$.
- Sol: $\gamma_{sol} = 1.8\text{t/m}^3$.
- Profondeur d'ancrage : $D = 1.30\text{m}$
- Enrobage : $c = 5\text{cm}$.



Question:

- 1)- Dimensionner la semelle filante.
- 2)- Vérifier le poinçonnement de la semelle.
- 3)- Calculer les armatures principales et de répartitions.
- 4)- Schématiser le ferrailage.

Solution:

3) Dimensionnement de la semelle :

-Largeur B de la semelle (le calcul se fait par 1m de largeur de mur) :

$$\overline{\sigma}_{sol} \geq \frac{N_s}{S} = \frac{N_s}{B \cdot 1\text{m}}, \quad B \geq \frac{N_s}{1\text{m} \cdot \overline{\sigma}_{sol}} = \frac{0.15 \times 10}{1.3} = 1.15\text{m}; \text{ on prend } B = 1.20\text{m}$$

-Hauteur utile approchée (d) : $d \geq \frac{B-b}{4} = \frac{120-20}{4} = 25\text{ cm}; \text{ on prend } d = 25\text{cm}$

-Hauteur totale : $h = d + c = 25 + 5 = 30\text{cm}$

-Poids propre de la semelle : $N_{semelle} = \gamma_{béton} \cdot S = 25 \times 0.30 \times 1.20 = 9.00\text{KN/ml}$

-Poids de la terre supportée par la semelle :

$$N_{sol} = \gamma_{sol} \cdot S = 1.8 \times 10 \times (1.20 - 0.20) \times (1.30 - 0.30) = 18.00\text{KN/ml}$$

-Poids de mur (partie enterrée) : $N_{mur} = \gamma_{béton} \cdot S = 25 \times 0.20 \times (1.30 - 0.30) = 5.00\text{KN/ml}$

-Poids totale : $N_T = N_{semelle} + N_{sol} + N_{mur} = 9.00 + 18.00 + 5.00 = 0.032\text{MN/ml}$

-Vérification de la contrainte de sol : $\sigma_{sol} \leq \overline{\sigma_{sol}}$

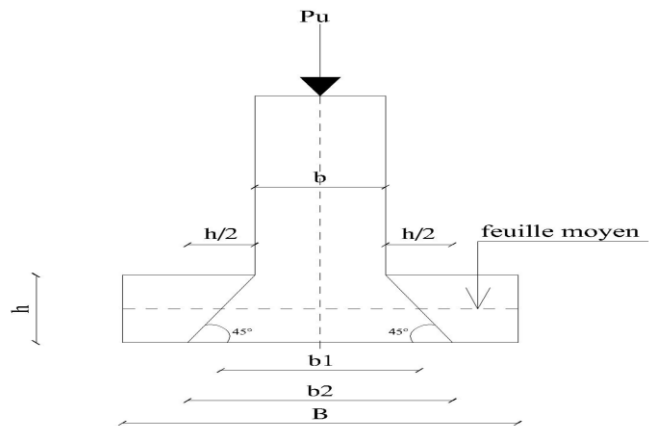
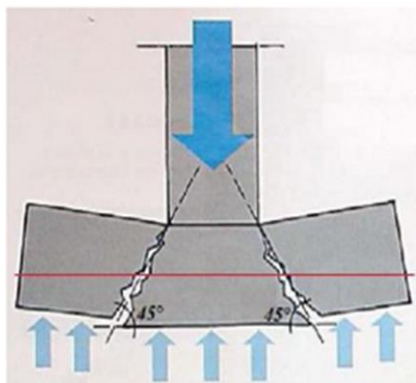
$$B \geq \frac{N_s + N_t}{1m \cdot \overline{\sigma_{sol}}} = \frac{0.15 + 0.032}{0.13} = 1.40m; \text{ on prend } B = 1.40m$$

-Hauteur utile (d) : $d \geq \frac{B-b}{4} = \frac{140-20}{4} = 30cm;$

-Hauteur totale : $h = d + c = 30 + 5 = 35cm$

4) Vérification de non-poinçonnement (B.A.E.L 91 article A.5.2.4):

Le phénomène de poinçonnement apparaît si la charge verticale transmise par la colonne sur la semelle est trop importante et qui peut briser la semelle suivant une inclinaison de 45° . La vérification de celui-ci consiste à calculer l'armature qu'il faut mettre dans le fond pour que la semelle ne brise pas. Le B.A.E.L admet qu'aucune armature d'effort tranchant n'est requise, si la condition suivante est satisfaite : $Q_u \leq 0.045 \times U_c \times h \times \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$



Q_u : la charge poinçonnante (vis-à-vis de l'état limite ultime) :

$$\text{On a : } \sigma_{sol} \geq \frac{N_u + 1.35 N_t}{1m \cdot B}$$

$$N_u + 1.35 N_t = \sigma_{sol} (b_2 \times 1m) + Q_u$$

$$N_u + 1.35 N_t = (N_u + 1.35 N_t) \frac{b_2}{B} + Q_u$$

$$Q_u = (N_u + 1.35 N_t) \left(1 - \frac{b_2}{B}\right) \text{ avec : } b_2 = b + 2h$$

$$\text{Application : } b_2 = b + 2h = 0.2 + (2 \times 0.35) = 0.90m$$

$$Q_u = (0.2 + (1.35 \times 0.032)) \left(1 - \frac{0.90}{1.40}\right) = 0.086MN/ml$$

U_c : le périmètre du contour au niveau du feuillet moyen; $U_c = 2 \times (b_1 + 1m)$, avec $b_1 = b + h$

$$b_1 = 0.2 + 0.35 = 0.55 \rightarrow U_c = 2 \times (0.55 + 1m) = 3.1m$$

h : l'épaisseur de la semelle (S) à $(h/2)$ du nu du mur :

-si la semelle à une section rectangulaire $h = h'$

$$h = 0.4m, \gamma_b = 1.5,$$

$$Q_u = 0.086 \leq 0.045 \times 3.1 \times 0.35 \times \frac{25}{1.5} = 0.81 \text{ MN/ml}$$

La condition vérifier → les dimensions des semelles sont retenues

5) Calcul de ferrailage

*Etat limite ultime :

$$A_s = \frac{N_u}{8} \frac{(B-b)}{d \bar{\sigma}_s} = \frac{(0.2 + (1.35 \times 0.032)) \times (1.40 - 0.20)}{8 \times 0.30 \times 347.826} = 3.49 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

*Etat limite de service: la fissuration étant préjudiciable, la contrainte des armatures de la

semelle doit être : $\bar{\sigma}_s \leq \min \left(\frac{2}{3} f_e; 110 \sqrt{\eta \times f_{tj}} \right) = \min (266.667; 201.633) = 201.633 \text{ MPa}$

$$N_{\text{ser}} + N_t = 0.15 + 0.032 = 0.182 \text{ MN/ml}$$

$$A_s = \frac{0.182 \times (1.40 - 0.20)}{8 \times 0.30 \times 201.633} = 4.51 \text{ cm}^2/\text{ml} > 3.23 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On prend alors $A_s = 4\text{HA}12 = 4.52 \text{ cm}^2/\text{ml}$

$$\text{Espacement } St = \frac{\text{distance ente axes des barres extremes}}{\text{nombre d'intervalles entre les barres}} = \frac{100 - (2 \times 5)}{(4-1)} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Arrêt des barres : } L_s = \frac{\emptyset}{4} \cdot \frac{f_e}{\tau_s} = \frac{\emptyset}{4} \cdot \frac{f_e}{0.6 \cdot \Psi_s^2 \cdot f_{tj}} = \frac{1.2}{4} \cdot \frac{400}{0.6 \cdot 1.6^2 \cdot 2.1} = 37.20 \text{ cm}$$

On a : $\frac{140}{8} < L_s \leq \frac{140}{4} \rightarrow$ toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle et peuvent ne pas comporter de crochets.

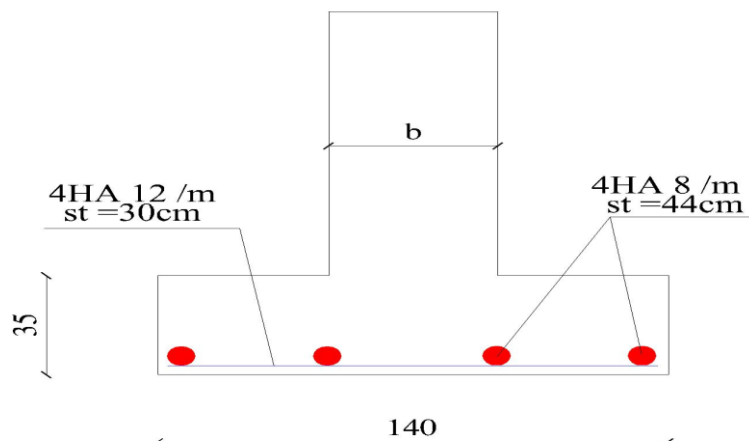
-vérification de l'effort tranchant : $d > \frac{d_0}{2} \rightarrow$ aucune vérification imposé

$$\text{On a : } d = 30 \text{ cm} > \frac{d_0}{2} = \frac{B-b}{4} = 30 \text{ cm ok}$$

Armature de répartition :

$$A_{\text{rép}} = \frac{A_s B}{4} = \frac{4.52 \times 1.40}{4} = 1.582 \text{ cm}^2/\text{ml}, \text{ on prend : } A_{\text{rép}} = 4\text{HA}8 = 2.01 \text{ cm}^2/\text{ml},$$

6) Schéma du ferrailage



Exercice 02 : Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire soumise à un effort centré

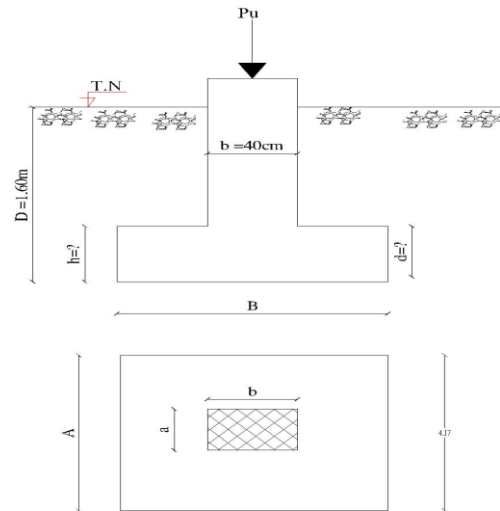
Soit une semelle isolée rectangulaire sous poteau (40 x 30 cm²) sollicitée par :

Charge à l'état limite ultime : $G = 1.91\text{MN}$

Charge à l'état limite de service : $Q = 0.21\text{MN}$

Contrainte admissible de sol: $\overline{\sigma}_{\text{sol}} = 5\text{bars}$.

- Béton: $F_{c28} = 25\text{MPa}$, $\gamma_b = 1.5$.
- Acier: $FeE400$, $\gamma_s = 1.15$.
- Sol: $\gamma_{\text{sol}} = 1.8\text{t/m}^3$.
- Profondeur d'ancrage : $D = 1.60\text{m}$
- Enrobage : $c = 5\text{cm}$.



-Question:

- Dimensionner la semelle filante.
- Vérifier la condition de non-poinçonnement de la semelle.
- Calculer les armatures principales et de répartitions.
- Schématiser le ferrailage.

Solution:

a) Dimensionnement de la semelle :

$$N_u = 1.35.G + 1.5.Q = (1.35 \times 1.91) + (1.5 \times 0.21) = 2.8935\text{MN}$$

$$N_{\text{ser}} = G + Q = 1.91 + 0.21 = 2.12\text{MN}$$

$\overline{\sigma}_{\text{sol}} \geq \frac{N_{\text{ser}}}{S} = \frac{N_{\text{ser}}}{B \times A}$ On prend les dimensions A , B de la semelle dans le même rapport que les dimensions a , b de la section droite du poteau

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b} \rightarrow A = \frac{a}{b} \cdot B$$

$$\overline{\sigma}_{\text{sol}} \geq \frac{N}{\frac{a}{b} B^2} \rightarrow B^2 \geq \frac{N}{\frac{a}{b} \times \overline{\sigma}_{\text{sol}}} \rightarrow B \geq \sqrt{\frac{2.12}{\frac{30}{40} \times 0.50}} = 2.37 \rightarrow B = 2.40\text{m}$$

$$A = \frac{a}{b} \cdot B = \frac{30}{40} \times 2.40 = 1.80 \rightarrow A = 1.80\text{m}$$

-Hauteur utile approchée (d) :

$$\left. \begin{aligned} d_a &\geq \frac{A-a}{4} = \frac{1.80 - 0.30}{4} = 0.375\text{m} \\ d_b &\geq \frac{B-b}{4} = \frac{2.40 - 0.40}{4} = 0.50\text{m} \end{aligned} \right\} d = \max(d_a, d_b) = 0.50\text{m}$$

-Hauteur totale : $h = d + c = 50 + 5 = 55\text{cm}$

-Poids propre de la semelle : $N_{\text{semelle}} = \gamma_{\text{béton}} \cdot V = 25 \times 0.55 \times 2.40 \times 1.80 = 59.40 \text{ KN}$

-Poids de la terre supportée par la semelle : $N_{\text{sol}} = \gamma_{\text{sol}} \cdot V = \gamma_{\text{sol}} \cdot (D - h) \cdot (B - b) \cdot (A - a)$

$$N_{\text{sol}} = 1.8 \times 10 \times (1.60 - 0.55) \times (2.40 - 0.40) \times (1.80 - 0.30) = 56.70 \text{ KN}$$

-Poids d'amorce poteau: $N_{\text{pot}} = \gamma_{\text{béton}} \cdot V = 25 \times 0.30 \times 0.40 \times (1.60 - 0.55) = 3.15 \text{ KN}$

-Poids totale : $N_T = N_{\text{semelle}} + N_{\text{sol}} + N_{\text{mur}} = 59.40 + 56.70 + 3.15 = 0.119 \text{ MN/ml}$

-Vérification de la contrainte de sol : $\sigma_{\text{sol}} \leq \overline{\sigma_{\text{sol}}}$

$$B \geq \sqrt{\frac{2.12+0.119}{\frac{30}{40} \times 0.50}} = 2.44\text{m}; \text{ on prend } B = 2.45\text{m}$$

$$A = \frac{a}{b} \cdot B = 0.75 \times 2.45 = 1.83 \rightarrow A = 1.85\text{m}$$

-Hauteur utile (d) : $d \geq \frac{B-b}{4} = \frac{2.45-0.40}{4} = 0.51\text{m}$ on prend $d = 0.55\text{m}$ et $h = 0.60\text{m}$

b) Vérification de non-poinçonnement (B.A.E.L 91 article A.5.2.4):

$$Q_u = (N_u + 1.35 N_t) \left(1 - \frac{b_2 \cdot a_2}{B \cdot A}\right) \text{ avec : } b_2 = b + 2h = 0.4 + (2 \times 0.60) = 1.60\text{m}$$

$$\text{et : } a_2 = a + 2h \rightarrow a_2 = 0.3 + (2 \times 0.65) = 1.50\text{m}$$

$$Q_u = (2.8935 + (1.35 \times 0.119)) \left(1 - \frac{1.50 \times 1.60}{2.45 \times 1.85}\right) = 1.40$$

U_c : le périmètre du contour au niveau du feuillet moyen; $U_c = 2 \times (b_1 + b_1)$, avec $b_1 = b + h$

$$b_1 = b + h = 0.4 + 0.60 = 1.00, a_1 = a + h = 0.3 + 0.60 = 0.90 \rightarrow U_c = 2 \times (1.00 + 0.60) = 3.2\text{m}$$

h : l'épaisseur de la semelle (S) à $(h/2)$ du nu du mur ; $h = h'$ $h = 0.60\text{m}$, $\gamma_b = 1.5$,

$$Q_u = 1.40 \leq 0.045 \times 3.2 \times 0.60 \times \frac{25}{1.5} = 1.44 \text{ MN/ml}$$

La condition vérifier $\rightarrow$ les dimensions des semelles sont retenue

c) Calcul de ferrailage

Etat limite ultime :

$$\text{Suivant B: } A_b = \frac{N_u}{8} \frac{(B-b)}{d_b \overline{\sigma_s}} \rightarrow A_b = \frac{(2.8935 + (1.35 \times 0.119))}{8} \frac{(2.45 - 0.40)}{0.60 \cdot 347.826} = 35.50 \text{ cm}^2$$

$$\text{Suivant A: } A_a = \frac{N_u}{8} \frac{(A-a)}{d_a \overline{\sigma_s}} \rightarrow A_a = \frac{2.8935 + (1.35 \times 0.119)}{8} \frac{(1.85 - 0.30)}{0.60 \cdot 347.826} = 28.25 \text{ cm}^2$$

Etat limite de service: la fissuration étant préjudiciable, la contrainte des armatures de la semelle

$$\text{doit être : } \overline{\sigma_s} \leq \min \left(\frac{2}{3} f_e; 110 \sqrt{\eta \times f_{tj}} \right) = \min (266.667; 201.633) = 201.633 \text{ MPa}$$

$$\text{Suivant B: } A_b = \frac{N_s}{8} \frac{(B-b)}{d_b \overline{\sigma_s}} = A_b = \frac{(2.12 + 0.119)}{8} \frac{(2.45 - 0.40)}{0.60 \cdot 201.633} = 47.22 \text{ cm}^2$$

$$\text{Suivant A: } A_a = \frac{N_s}{8} \frac{(A-a)}{d_a \overline{\sigma_s}} = A_a = \frac{(2.12 + 0.119)}{8} \frac{(1.85 - 0.30)}{0.60 \cdot 201.633} = 35.85 \text{ cm}^2$$

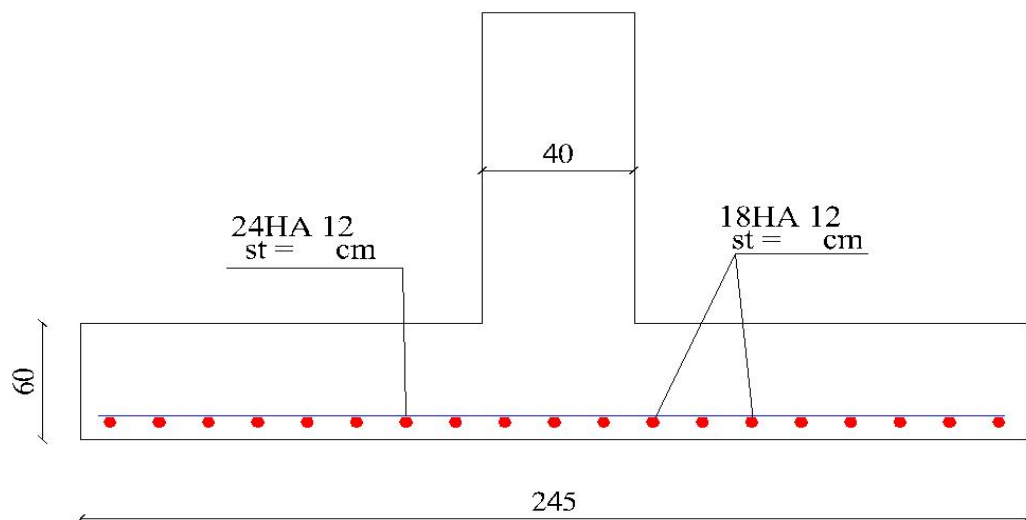
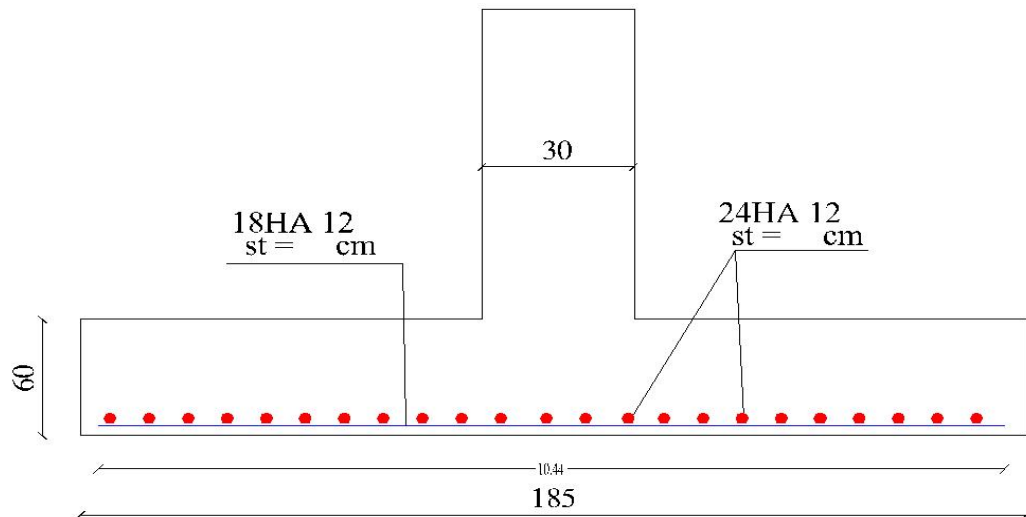
On prend les armatures de l'ELS, on adopte :

$$\text{Suivant B: } A_b = 24\text{HA}16 = 47.22 \text{ cm}^2 \text{ sur } 1.85\text{m en } 2^{\text{ème}} \text{ lit ; } St = 7\text{cm}$$

$$\text{Suivant A: } A_a = 18\text{HA } 16 = 36.19 \text{ cm}^2 \text{ sur } 2.45\text{m en } 1^{\text{er}} \text{ lit ; } St = 13\text{cm}$$

On a : $\frac{245}{8} < L_s \leq \frac{245}{4} \rightarrow$ toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle et peuvent ne pas comporter de crochets.

d) Schéma du ferrailage



Exercice: Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire soumise à un effort centré et un moment

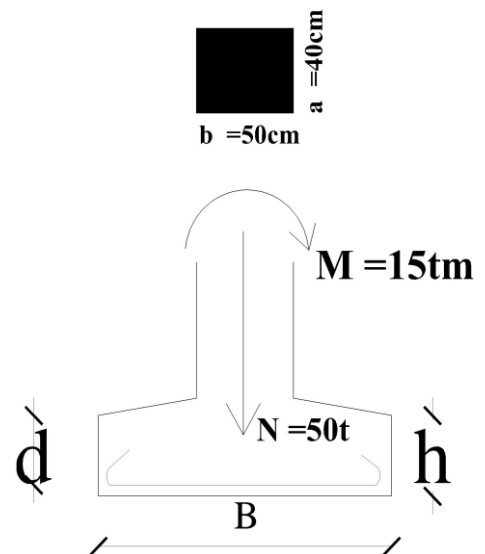
Soit une semelle isolée rectangulaire sous poteau ($40 \times 50 \text{ cm}^2$) sollicité par :

Charge: $N_u = 50 \text{ T}$

Moment: $M = 15 \text{ T.m}$

Contrainte admissible de sol: $\overline{\sigma_{\text{sol}}} = 3 \text{ bars}$.

- Béton: $F_{c28} = 25 \text{ MPa}$, $\gamma_b = 1.5$.
- Acier: FeE400, $\gamma_s = 1.15$.
- Sol: $\gamma_{\text{sol}} = 1.8 \text{ t/m}^3$.
- Profondeur d'ancrage : $D = 1.60 \text{ m}$
- Enrobage : $c = 5 \text{ cm}$.



Solution:

e) Dimensionnement :

On suppose une variation trapézoïdale des contraintes afin de réaliser l'équilibre statique de la semelle.

On doit vérifier que la contrainte moyenne σ_m reste toujours inférieure ou égale à la contrainte admissible $\overline{\sigma_{\text{sol}}}$.

$$e_{0b} = \frac{M_b}{N} = \frac{15}{50} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

On prendra A et B dans le même rapport que a et b.

$$\text{Soit: } \frac{a}{b} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} \rightarrow a = \frac{4}{5} b \text{ et } A = \frac{4}{5} B$$

$$S = A.B = \frac{4}{5} B^2$$

$$\overline{\sigma_{\text{sol}}} \geq \sigma_m = \frac{N}{A.B} \left(1 + \frac{3 \cdot e_{0b}}{B} \right) \rightarrow 3 \geq \frac{50 \times 10^3}{\frac{4}{5} B^2} \left(1 + \frac{3 \times 30}{B} \right)$$

On résout cette inéquation du 3^{ème} degré par approximations successives.

On trouve $B = 177 \text{ cm}$.

$$A = \frac{4}{5} B = 141.6 \text{ cm}$$

On prend $B = 180 \text{ cm}$ et $A = 140 \text{ cm}$.

Hauteur de la semelle :

Pour pouvoir utiliser la méthode des bielles qui s'applique pour des semelles assez rigides où

$$d \geq \frac{B-b}{4} = \frac{180-50}{4} = 32.5 \text{ cm}$$

On prend $d = 35\text{cm}$ et $h = d + c = 40\text{cm}$

f) Calcul de ferrailage :

Elle s'agit tout d'abord de déterminer le diagramme des contraintes sur le sol σ_1 et σ_2

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A.B} \mp \frac{M_b V}{I} \quad \text{Avec } M_b = N.e_{0b} \quad \text{et } V = B/2 \quad \text{Et } I = A.B^3/12$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A.B} \left(1 \mp \frac{6.e_{0b}}{B} \right) = \frac{50 \times 10^3}{140 \times 180} \left(1 \mp \frac{6 \times 30}{180} \right) = 1.98(1 \mp 1)$$

$$\sigma_1 = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_2 = 3.96$$

La méthode des bielles ne peut être appliquée que si :

$$e_{0b} \leq B/18$$

$(e_{0b} = 30\text{cm}) > (B/18 = 180/18 = 10)$ donc la méthode n'est pas applicable on utilise la méthode des moments.

Il s'agit de déterminer le moment de flexion M_{1b} auquel sera soumise la section (S_1) située à la distance $0.35b$ de l'axe du poteau.

$$M_b = R_1 \times S_{R1} + R_2 \times S_{R2}$$

$$M_b = \left((72.5 \times 2.37 \times 140) \times \frac{72.5}{2} \right) + \left(\left(\frac{1}{2} \times 1.59 \times 72.5 \times 140 \right) \times \left(\frac{2}{3} \times 72.5 \right) \right)$$

$$M_b = 12.62 \cdot 10^5 \text{ kg.cm} = 12.62 \text{ t.m}$$

$$A_{sb} = \frac{M_b}{Z \cdot \bar{\sigma}_s} \quad z = \frac{7}{8} d = 30.6 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_s = 3478.26 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{sb} = \frac{12.62 \times 10^5}{30.6 \times 3478.26} = 11.85 \text{ cm}^2$$

On choisit $A_{sb} = 11 \text{ HA } 12 = 12.44 \text{ cm}^2$.

Armature dans l'autre sens:

Si il on a pas de moment M_a dans l'autre direction:

$$A_{sa} = N \left(1 + \frac{3.e_{0b}}{B} \right) \frac{(A-a)}{8.d_a \bar{\sigma}_s} = 75 \times 10^3 \times \frac{(140-40)}{8 \times 35 \times 3478.26} = 7.70 \text{ cm}^2$$

On choisit $A_{sa} = 7 \text{ HA } 12 = 7.92 \text{ cm}^2$.

