

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur Et de La Recherche
Scientifique



Université de Ghardaïa

N°d'ordre :
N° de série:

Faculté des Sciences et Technologie
Département des Sciences et Technologie

Projet de fin d'étude présenté en vue de l'obtention du diplôme de

LICENCE

Domaine : Science et Technologie

Filière : Génie électrique

Spécialité : Maintenance en instrumentation industrielle

THEME:

*Étude comparative des régulateurs
classiques PID appliqué à la commande
d'un MCC*

PAR :

Mamine Mohammed abdelouafi.
Midane Belkacem.

Jury:

M^r: DJELLOULI Taha

Maitre Assistant A Univ. Ghardaia

Encadreur

M^r:

Maitre Assistant A Univ. Ghardaia

Examineur

ANNEE UNIVERSITAIRE: 2013/2014

Remerciements:

Nous tenons à remercier tout d'abord Dieu le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur **M^r DJELLOULL Taha** pour avoir d'abord proposé ce thème, pour son suivi continu tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessé de nous donner ses conseils.

Nous tenons à remercier vivement toutes les personnes qui nous ont aidés à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi qu'à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à accomplir ce travail.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants et le chef de département des Sciences et Technologies.

Enfin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien moral et matériel...

Résumé

L'application de la commande PID (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée) est très répandue dans les systèmes industriels et automatiques, l'un des critères d'efficacité d'un PID est sa robustesse face aux changements. Elle permet d'effectuer une régulation des paramètres physiques (vitesse, position, température... etc.) des systèmes en boucle fermée, c'est à dire un système capable d'atteindre et de maintenir une certaine consigne en utilisant une mesure, dont il reste à déterminer la fonction permettant de corriger la commande en fonction de la consigne initiale et de l'erreur mesurée. Dans notre cas, le système étudié est un moteur à courant continu dont le but est d'annuler l'erreur statique, diminuer le dépassement, le temps de montée et le temps de réponse afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation. L'objectif est d'obtenir un système précis, rapide, stable et robuste. Avec la comparaison entre les régulateurs P,I,D.

خلاصة

استعمالات المعدل PID (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée) واسعة في مجال الصناعة والآلية وأحد أهم فعالية المعدل PID هي صلابته اتجاه المتغيرات، ويمكن استعماله في تعديل معايير فيزيائية (السرعة، الموضع، درجة الحرارة...) لأنظمة بالتغذية الراجعة، بمعنى نظام قادر على بلوغ المطلوب والمحافظة على التعليمات اثناء الأداء وبدون أخطاء القياس، وفي حالة بحثنا، النظام المدروس هو محرك كهربائي بالتيار المستمر وهدفنا قياس: الأخطاء، الاستجابة المفرطة ومدتها، أي الوصول الى نظام دقيق، سريع، مستقر ومتوازن, مع المقارنة بين المنظمين P,I,D

Sommaire :

Introduction général.....	11
Chapitre I : Asservissement et Régulation.....	12
I.1- Introduction	12
I.2 – Généralité	12
I.2.1- Les systèmes de commande.....	12
I.2.2- Systèmes linéaires continus.....	12
I.2.3- Fonction de transfert d'un système.....	13
I.3- Système de commande asservi.....	14
I.3.1- Système en boucle ouverte.....	14
I.3.2- Système en boucle fermée	14
I.4- Organisation fonctionnelle d'un system asservi quelconque.....	14
I.5- Régulation	15
I.5.1- Définition.....	15
I.5.2- Fonction d'un régulateur.....	16
I.5.3- Les régulateurs (correcteurs)	16
I.5.4- Les Différents régulateurs	17
I.5.4.1- Régulateur Proportionnel [P]	17
I.5.4.2- Régulateur intégrale [I]	22
I.5.4.3- Régulateur différentiateur (dérivateur) [D]	24
I.5.4.4- Régulateur proportionnel-intégral-dérivateur [PID]	26
I.5.4.5- Régulateur proportionnel-dérivateur [PD]	28
I.5.4.6- Régulateur proportionnel-intégral [PI]	32
I.5.5- La régulation en cascade	35
I.6- Les capteurs.....	36
I.6.1- Principales caractéristiques des capteurs.....	37
I.7- Performances d'un system asservi.....	37
I.7.1- Rapidité.....	38
I.7.2- Précision.....	38
I.7.3- Stabilité.....	39
I.8- Etude de stabilité des systèmes.....	39
I.8.1- Méthodes graphiques.....	39
I.8.2- Méthodes analytiques	41
I.9- Conclusion	42

Chapitre II : Moteur à courant continu.....	43
II.1- Introduction.....	43
II.2- Organisation de la machine à courant continu	43
II.2.1- Description générale.....	43
II.3- Génératrice à courant continu-dynamos.....	46
II.3.1- Caractéristiques internes et externes.....	46
II.3.2- Caractéristique interne.....	49
II.3.2.1- Réduction d'un double entrefer courbe à un entrefer droit équivalent.....	49
II.3.2.2- Caractéristique interne.....	50
II.3.3- Caractéristiques externes.....	53
II.3.3.1- Dynamo à excitation séparée.....	53
II.3.3.2- Dynamo à excitation shunt.....	56
II.3.3.3- Dynamo à excitation série.....	60
II.3.3.4- Dynamo à excitation « compound » ou compensée.....	61
II.3.3.5- Comparaisons	64
II.4- Moteurs à courant continu.....	64
II.4.1- Caractéristiques interne et externe.....	64
II.4.2- Moteurs à excitation séparée ou à excitation shunt.....	66
II.4.2.1- Régime établi.....	66
II.4.2.2- Démarrage.....	67
II.4.3- Moteur à excitation série.....	68
II.4.4- Moteur à excitation « compound ».....	72
II.4.4.1- Flux additionnels.....	72
II.4.4.2- Flux différentiels.....	73
II.4.5- Caractéristiques d'utilisation des moteurs à courant continu.....	73
II.5- Modélisation d'un moteur à courant continu.....	74
II.6- Conclusion.....	78
Chapitre III : réglage la vitesse par les régulateurs P,I ,D.....	79
III.1- Introduction.....	79
III.2- Cas d'une commande Proportionnelle ($K_i=K_d=0$)	79
III.3- Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale ($K_d=0$)	81
III.4- Cas d'une commande Proportionnelle-dérivée.....	82
III.5- Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale-Dérivée.....	83
III.6- Comparaison.....	85

III.7- Conclusion.....	85
Conclusion général.....	87
Références bibliographiques.....	88

Liste des figures

Figure (I-1) : Structure équivalente d'un système en boucle fermée

Figure (I-2) : Chaînes et éléments fondamentaux d'un asservissement

Figure (I-3) : Commande d'un système avec correcteur

Figure (I-4): Correction proportionnelle

Figure (I-5): Système de classe zéro et correcteur P

Figure (I-6): Système de classe un et correcteur P

Figure (I-7) : Schéma électrique p

Figure (I-8): réponse indicielle p

Figure (I-9): Schéma électrique I

Figure (I-10): réponse indicielle pour I

Figure (I-11) : Schéma électrique D

Figure (I-12) : réponse indicielle pour D

Figure (I-13): Correction proportionnelle-intégrale-dérivée

Figure (I-14) : Schéma électrique PID

Figure (I-15) : La réponse indicielle d'un régulateur PID

Figure (I-16) : Schéma fonctionnel d'un correcteur P D

Figure (I-17) : Correcteur P D et système de classe un

Figure (I-18) : Schéma électrique PD

Figure (I-19) : réponse indicielle pour PD

Figure (I-20): Schéma fonctionnel d'un correcteur P I

Figure (I-21) :Correction proportionnelle-intégrale

Figure (I-22) : Schéma électrique PI

Figure (I-23) : réponse indicielle pour PI

Figure (I-24) : Régulation en cascade

Figure (I-25): Schéma de principe d'un entraînement réglé avec un moteur à courant continu

Figure (I-26) : Rapidité d'un système asservi

Figure (I-27) : Précision d'un système asservis

Figure (I-28) : Stabilité et instabilité d'un système asservi pour un gain unitaire

Figure (I-29) : Lieu de NYQUIST

Figure (I-30) : Courbes de gain et de phase d'un système

Figure (I-31): Lieu de BLACK

Figure (II -1) : constituants de machine à courant continu

Figure (II -2) : *Ligne de champ d'un moteur bipolaire*

Figure (II -3) : Modélisation d'une génératrice à courant continu.

Figure (II -4) : Dynamo à excitation shunt.

Figure (II -5) : Caractéristique externe d'une dynamo.

Figure (II -6) : Equivalence des entrefers - dynamo.

Figure (II -7) : Représentation d'un circuit magnétique à entrefer droit.

Figure (II -8) : Courbe de 1^{ère} aimantation dans l'acier.

Figure (II -9) : Caractéristique interne d'une dynamo.

Figure (II -10) : Dynamo à excitation séparée.

Figure (II -11) : Caractéristique externe d'une dynamo.

Figure (II -12) : Dynamo à excitation série.

Figure (II -13) : Caractéristique à vide d'une dynamo à excitation shunt.

Figure (II -14) : Caractéristique externe d'une dynamo à excitation shunt.

Figure (II -15) : Caractéristique externe d'une dynamo à excitation shunt.

Figure (II -16) : Dynamo à excitation série.

Figure (II -17) : Caractéristique externe de la dynamo à excitation série.

Figure (II -18) : Dynamo à excitation « compound ».

Figure (II -19) : Comparaisons des caractéristiques en charge suivant le mode d'excitation.

Figure (II -20) : Caractéristique interne d'un moteur à courant continu.

Figure (II -21) : Caractéristique externe d'un moteur à courant continu.

Figure (II -22) : Schéma équivalent d'un moteur à courant continu.

Figure (II -23) : Moteur à courant continu - excitation shunt.

Figure (II -24) : Caractéristique externe d'un moteur à courant continu - excitation shunt.

Figure (II -25) : Câblage d'un moteur à courant continu avec rhéostat de démarrage - excitation shunt.

Figure (II -26) : Moteur à courant continu - excitation série.

Figure (II -27) : Variation du flux en fonction du courant - moteur à courant continu, excitation série.

Figure (II -28) : Caractéristiques externes - moteur à courant continu, excitation série.

Figure (II -29) : Moteur à courant continu - excitation « compound ».

Figure (II -30) : Caractéristique externe - moteur à courant continu à excitation compound additionnel.

Figure (II -31) : Schéma équivalent d'un moteur à courant continu

Figure (II -32) : Schéma bloc du Modèle de moteur électrique en vitesse

Figure (II -33) : Modélisation sous Matlab de la réponse de vitesse

Figure (III.1) : Schéma bloc d'un système avec correcteur (Boucle fermée)

Figure (III.2) Simulation de régulateur P sur matlab

Figure (III.3) Modélisation sous Matlab du correcteur P

Figure (III.4) Simulation de régulateur PI sur matlab

Figure (III.5) Modélisation sous Matlab du correcteur PI

Figure (III.6) Simulation de régulateur PD sur matlab

Figure (III.7) Modélisation sous Matlab du correcteur PD

Figure (III.8) Schéma-bloc de l'implantation du PID en régulation de vitesse

Figure (III.9) Simulation de régulateur PID sur matlab

Figure (III.10) Modélisation sous Matlab du correcteur PID

Liste des Tableaux :

Tableau (I-1): Résumé des effets respectifs des actions P, I, et D.

Tableau (II -1): Grandeurs nominales

Tableau (II -2): Valeurs numériques d'un moteur à courant continu

Tableau (III.1) : Tableau Comparaison les régulateurs applique d'un m.c.c.

Introduction générale

Dans la plupart des processus industriels, il est indispensable de maîtriser certains paramètres physiques. En automatique lorsque l'on souhaite atteindre une certaine grandeur physique (vitesse, température, position, angle...), il est donc très souvent nécessaire d'avoir recours à un asservissement, c'est à dire un système capable d'atteindre et de maintenir une consigne en utilisant une mesure. Il s'agit donc d'un système bouclé, dont il reste à déterminer la fonction permettant de corriger la commande en fonction de la consigne initiale et de l'erreur mesurée.

les régulateurs P.I.D (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée) sont des organes de contrôle permettant d'effectuer une régulation en boucle fermée d'une grandeur physique d'un système industriel ou "procédé". ils sont probablement les plus largement utilisés dans le contrôle industriel. Même les plus complexes systèmes de contrôle industriel peut comporter un réseau de contrôle dont le principal élément de contrôle est un module de contrôle PID, et ils permettent de régler un grand nombre de grandeurs physiques.

L'action proportionnelle améliore la rapidité du système, l'intégrale pour la précision, et la dérivée pour la stabilité.

Dans la pratique généralement, Il existe plusieurs architectures possibles pour combiner les 3 effets ou on trouve les correcteurs P, PI, PD et PID.

L'objectif de notre travail est de voir l'influence et le rôle de ces régulateurs sous forme d'une étude comparative pour un réglage de vitesse d'un moteur à courant continu qui est le processus le plus connu, souvent utilisé et bien identifié de point de vue paramètres.

Notre projet comporte trois chapitres, dont le premier parle sur les régulateurs classiques et l'asservissement des systèmes, le second sur le moteur à courant continu, et le dernier sur réglage de vitesse d'un moteur par les régulateurs P, PI, PD et PID, La modélisation du système(moteur MCC) et sa commande sont simulés sous l'environnement MATLAB/SIMILINK.

Ce modeste travail effectué se termine par un tableau de comparaison, et en fin par une conclusion générale.

Chapitre I : Asservissement et Régulation

I.1 - Introduction

Les asservissements linéaires ou systèmes bouclés occupent une place importante dans le monde moderne, en raison des performances de plus en plus élevées que l'on réclame des commandes automatiques. [1]

Le projet d'un asservissement et la régulation est une opération très compliquée en raison des nombreux paramètres qui entrent en jeu. Nous allons introduire brièvement dans ce chapitre les généralités qui traitent l'étude d'un système asservi linéaire continu.

I.2 - Généralité

I.2.1- Les systèmes de commande

Dans le langage moderne, le sens du mot système est devenu ambigu. Par conséquent, commençons par le définir : d'abord abstraitement, ensuite d'une manière un peu plus spécifique par rapport à la littérature scientifique.

* Un système est un assemblage : un ensemble ou une collection d'objets reliés ou branchés les uns aux autres de façon à former une entité ou un tout.

* Un système est un assemblage de constituants branchés ou reliés de telle façon qu'ils forment une entité individualisée et/ou agissent comme telle.

Le mot asservir est en général pris dans le sens de régler, diriger ou commander. En combinant les définitions précédentes, nous obtenons :

Un système de commande est un assemblage des constituants physiques branchés ou reliés les uns aux autres de telle sorte qu'il puisse se commander, se diriger ou se régler lui-même, ou bien commander, diriger ou régler un autre système [2].

I.2.2- Systèmes linéaires continus.

Un système physique est linéaire si la relation entre les grandeurs d'entrée et la ou les grandeurs de sortie est un système d'équations différentielles à coefficients constants.

Ce système est dit continu si toutes les grandeurs qui le caractérisent sont de nature continue, l'information qui représente ces grandeurs est disponible à chaque instant et peut prendre toutes les valeurs possibles entre deux limites.

Tout système physique obéit à son entrée à la commande x pour modifier sa sortie y . Cette dernière dépend par ailleurs de l'environnement du processus et des possibles variations de ses paramètres internes, ce qui rend l'étude difficile du lien de cause-effet entre l'entrée x et la sortie y .

Le processus physique sera donc toujours représenté par son modèle, qui est la loi choisie pour prédire au mieux son comportement, leur étude est effectuée selon deux aspects utiles, à savoir l'aspect statique qui concerne l'étude des systèmes asservis en mode régulation (entrée fixe), et l'aspect dynamique qui s'étudie par les notions de précision dynamique, de rapidité et de stabilité.

[3]

I.2.3- Fonction de transfert d'un système.

En pratique, la majorité des systèmes peuvent se ramener à une structure équivalente à celle représentée à la figure (I-1).

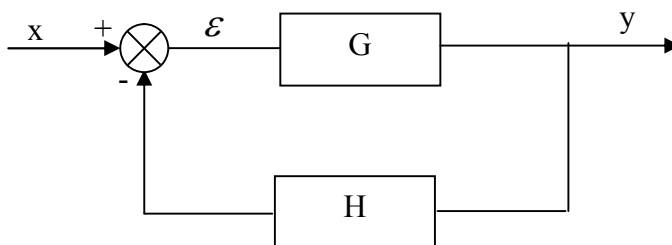


Figure (I-1) : Structure équivalente d'un système en boucle fermée

$$y = G \varepsilon \tag{I-1}$$

$$\varepsilon = x - Hy \tag{I-2} \quad \text{ce qui}$$

se réduit à :

$$\frac{y}{x} = \frac{G}{1+GH} \tag{I-3}$$

L'équation (I-3)

représente la transmittance entre les grandeurs x et y .

Il est intéressant de représenter un système linéaire par un schéma qui soit équivalent aux équations qui le régissent. Pour cela, il suffit, de représenter les variables sur des branches de schéma et les fonctions de transfert par des blocs comme il a été montré dans la figure (I-1).

I.3- Système de commande asservi

D'une façon générale, un système de commande a pour but de transmettre aux grandeurs caractéristiques de l'état du système (sortie) la loi de variation en fonction du temps imposé par une autre grandeur appelée grandeur de commande ou de l'entrée. On distingue alors deux sortes de système de commande :

I.3.1- Système en boucle ouverte

C'est un système de commande où le signal d'entrée est indépendant du signal de sortie. La grandeur d'entrée contrôle directement la grandeur de sortie. Ce système a l'avantage d'être simple, il est très stable. En revanche, ses performances sont médiocres, car il n'existe pas de circuit de retour permettant de comparer la grandeur de sortie à la grandeur de référence.

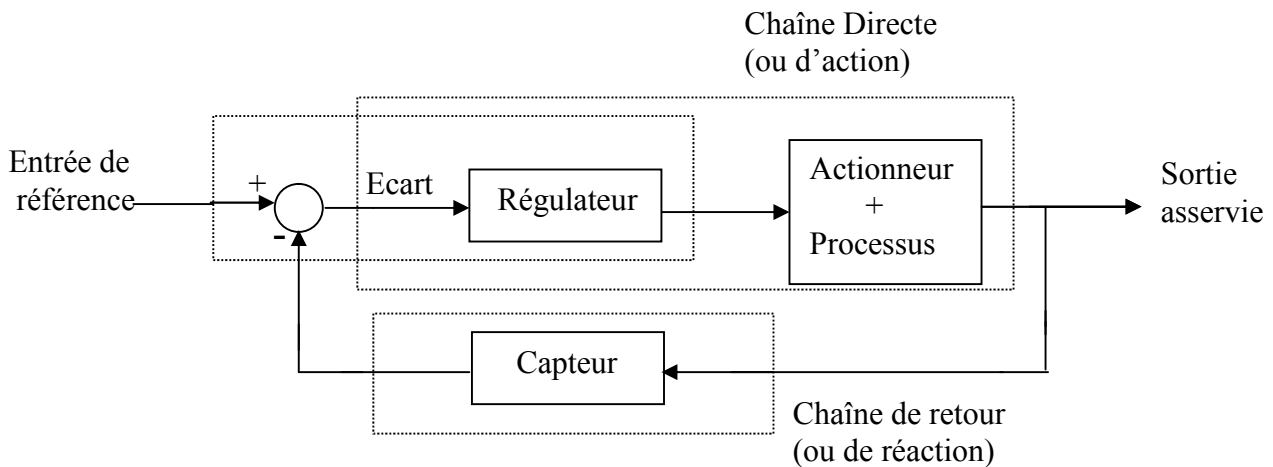
I.3.2- Système en boucle fermée

Une correction continue est déterminée par une mesure continue ; ceci est le résultat d'une structure en boucle fermée. Par conséquent, la grandeur de sortie est comparée à chaque instant à la grandeur d'entrée la différence joue le rôle d'un signal de correction ces systèmes possèdent l'avantage d'être plus précis et limitent l'influence des perturbations. En général, on considère qu'un système de commande en boucle fermée est un système où le signal de commande dépend d'une façon ou d'une autre du signal de sortie. [4].

I.4- Organisation fonctionnelle d'un système asservi quelconque

A la lumière de la définition précédente, du système de commande, il est possible de mettre en évidence des éléments que l'on retrouve dans le schéma fonctionnel des systèmes asservis où, une grandeur de sortie est commandée par l'intermédiaire d'une chaîne directe ou chaîne d'action ; l'entrée de celle-ci est la différence entre un signal élaboré à partir du signal d'entrée, et un signal

de retour élaboré à partir du signal de sortie, par le canal d'une chaîne de retour ou chaîne de réaction. On symbolise ce comportement par le schéma de la figure (I-2) suivante :



Figure(I-2) : Chaînes et éléments fondamentaux d'un asservissement

Les systèmes asservis de commande possèdent un certain nombre d'éléments que l'on retrouve dans tous les systèmes bouclés, parmi les quels :

- 1- Capteur** : contrôle la grandeur asservie et en rend compte au régulateur. Il doit en donner une image fidèle. Sa sensibilité impose les limites de la précision de l'asservissement.
- 2- Actionneur** : il maîtrise la puissance à fournir au processus à partir du signal issu du régulateur.
- 3- Régulateur** : il élabore un signal de commande à partir de l'écart entre l'entrée et la mesure et permet d'améliorer les performances du système. [3].

I.5- Régulation

I.5.1- Définition : Pour effectuer un certain travail avec des performances données, le système doit être asservi. Le premier rôle de régulateur d'un système de régulation est d'obliger la ou les grandeurs asservies (sortie de système) à conserver des valeurs aussi proches que possible de celles que l'on considère comme idéales. Ces valeurs idéales ou, théoriques, sont à leur tour des fonctions des grandeurs d'entrées du système (référence) et de perturbations. [5]

Généralement les systèmes de commande sont à boucle fermée qui consiste en une commande à rétro-action puisque c'est le moyen le plus commode de réaliser les relations désirées entre l'entrée

et la sortie des systèmes, ce qui permet une compensation interne des imprécisions et les dérivées des caractéristiques du système.

I.5.2- Fonction d'un régulateur

On ne demande pas seulement à un régulateur de faire concorder la valeur de la variable primaire, par exemple la vitesse, avec une grandeur de référence, mais encore de remplir un certain nombre de fonctions, nécessaires au bon comportement des machines :

1/ Limitation de grandeurs critiques : comme le courant ou la tension d'induit ; si la valeur limite de la variable secondaire est atteinte, le système de régulation abandonne le contrôle de la variable primaire et se consacre à la surveillance de la variable secondaire, en la maintenant à sa valeur de limitation.

2/ Commande précise des variables : de façon à éviter une rapidité excessive dans leurs évolutions; par exemple, le contrôle du gradient de courant dans un induit est une nécessité pour obtenir une bonne commutation, et par suite pour maintenir les collecteurs en bon état.

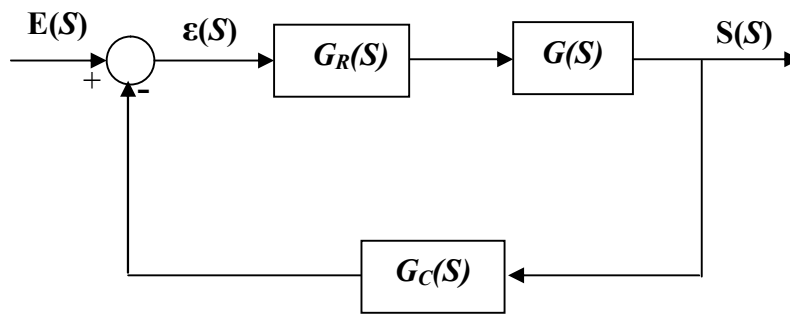
3/Transfert sans à-coup d'un mode de commande à un autre : ainsi la commutation de la régulation de vitesse avec limitation de courant à la régulation du courant doit se faire sans brutalité

4/ Ajustement et optimisation aisées d'une boucle de commande : indépendamment des autres ; cela est indispensable pour la période de mise en service, et aussi dans le cas où l'on serait amené à changer un régulateur , ou même à modifier ses fonctions .

I.5.3- Les régulateurs (correcteurs)

Nous avons vu que les systèmes asservis peuvent présenter des défauts , tel que : une précision insuffisante, une mauvaise stabilité, un temps de réponse trop lent, un dépassement trop important. Il est donc souvent nécessaire d'intégrer dans le système asservi un réseau correcteur, dont l'objectif est d'améliorer un ou plusieurs de ces différents paramètres .

Le correcteur permet alors d'améliorer les caractéristiques de précision, de stabilité et de rapidité du système et il est nécessaire de l'introduire dans la boucle de commande. [3]



Figure(I-3) : Commande d'un système avec correcteur

I.5.4- Les Différents régulateurs

I.5.4.1- Régulateur Proportionnel. [P]

Définition : (Correcteur Proportionnel). Le correcteur à action proportionnelle, est le correcteur le plus simple, puisque défini par un simple gain K. La sortie du correcteur est donnée par :

$$u(t) = K \cdot \varepsilon(t) \dots\dots\dots I-1$$

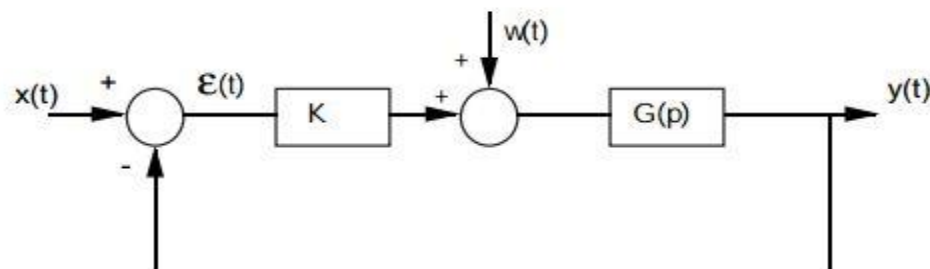
Sa fonction de transfert est donc : $C(p) = U(p) / \varepsilon(p) = K \dots\dots\dots I-2$

Remarque I.2.L'action proportionnelle k est souvent exprimée par la bande proportionnelle P B% où :

$$P B\% = 100/k$$

La bande proportionnelle représente le pourcentage de l'entrée du correcteur nécessaire à un changement de 100% de sa sortie. Par exemple, $K = 2$ ou bien $BP \% = 50$ signifie qu'une variation de 50% de $\varepsilon(t)$ entraîne une variation de 100% de $u(t)$.

Boucle fermée : Le schéma général de la boucle fermée est donné par :



Figure(I-4): Correction proportionnelle

L'expression de la boucle fermée est :

$$Y(p) = KG(p).X(p)/(1 + KG(p)) + G(p).W(p)/(1 + KG(p)) \dots\dots\dots I-3$$

Ou encore

$$Y(p) = K \text{ den}G(p).X(p)/(\text{num}(p)+ K\text{den}G(p)) + \text{num}G(p).W(p)/(\text{num}G(p) + K \text{ den}G(p))$$

Performances : Pour étudier les performances (stabilité, précision statique et dynamique), il nous faut étudier la boucle fermée. Le faire dans le cas général représenterai une trop grande di-culté. Nous allons plutôt détailler ces études sur des systèmes du premier ordre de classe 0 et 1.

Correcteur P et système de classe zéro : Considérons tout d'abord un système du premier ordre de fonction de transfert

$G(p) = A/(1 + \tau p)$ en présence d'une perturbation $W(p)$. Le schéma-blocs de ce système en boucle fermée est donné par la figure I-5.

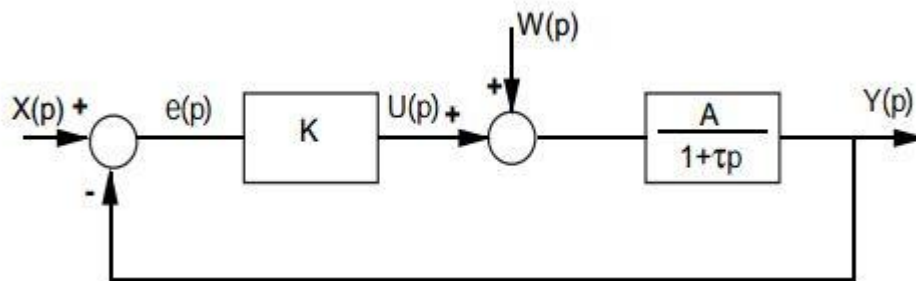


Figure (I-5): Système de classe zéro et correcteur P

La sortie $Y(p)$ est donnée par l'équation I-4:

$$Y(p) = \frac{\frac{AK}{1+AK}}{1 + \frac{\tau}{1+AK}p} X(p) + \frac{\frac{1}{1+AK}}{1 + \frac{\tau}{1+AK}p} W(p) \dots\dots\dots I-4$$

On constate que le système en boucle fermée a une constante de temps $\tau/(1+AK)$, qui est plus petite que τ . Le système est donc plus rapide en boucle fermée. De plus, si l'entrée $x(t)$ est un échelon unité, le régime permanent, en l'absence de perturbation $w(t)$ est donné par :

$$y(\infty) = AK/(1+AK)$$

et l'erreur de position par :

$$\varepsilon_1(\infty) = 1 - y(\infty) = 1/(1+AK) \dots\dots\dots I-5$$

Ce résultat a été obtenu dans le cas général pour un système de classe zéro. On peut remarquer que l'introduction du correcteur proportionnel a permis de placer le pôle du système initial $P_1 = -1/\tau$ en $P_K = -(1 + AK)/\tau$, et par conséquent de modifier la dynamique du système (déplacement du pôle vers la gauche donc amélioration de la rapidité).

Si $x(t) = 0$ et si $w(t)$ est un échelon unité, alors l'écart entre l'entrée et la sortie du système $\mathcal{E}_2(\infty) = 0 - y(\infty)$ est donné par :

$$\mathcal{E}_2(\infty) = -1/(1+AK)$$

et l'écart entre la perturbation et la sortie $\mathcal{E}_3(\infty) = 1-y(\infty)$ devient :

$$\mathcal{E}_3(\infty) = -1/(1+AK) = AK/(1+AK)$$

Lorsque K est grand ($K \rightarrow \infty$), cette erreur tend vers 1, alors que $\mathcal{E}_1(t)$ et $\mathcal{E}_2(t)$ tendent vers zéro. Le système devient donc précis et insensible à la perturbation. Bien sûr, ce cas ($K \rightarrow \infty$) n'est pas physiquement réaliste, puisque plus K augmente, plus l'influence des dynamiques (ici négligées) se fait sentir, et plus les phénomènes de saturation (limitation des actionneurs) interviennent.

On peut donc en conclure que l'insensibilité aux perturbations et la précision du système ne sont pas réalisables à l'aide d'un correcteur proportionnel, sur un système de classe zéro.

Correcteur P et système de classe 1 : Considérons maintenant un système de classe un, représenté par une fonction de transfert du type $G(p) = A / p(1 + \tau p)$.

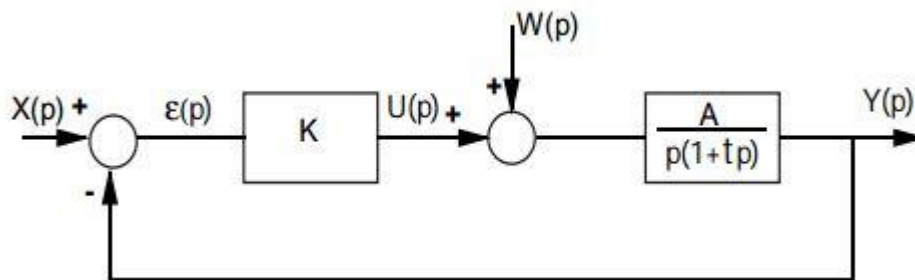


Figure (I-6): Système de classe un et correcteur P

La sortie $Y(p)$ est donnée par :

$$Y(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{A}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p) \dots\dots\dots I-6$$

Où

$$\omega_0^2 = \frac{AK}{\tau} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{1}{2\sqrt{AK\tau}} \dots\dots\dots I-7$$

cas $1 \rightarrow K > 1/4A\tau$: on a affaire à un système du deuxième ordre pseudo-périodique, car $\zeta < 1$. Dans ce cas les pôles sont complexes conjugués. Les pôles se déplacent à la verticale, donc on n'améliore

plus la rapidité. Par contre, on détériore la précision dynamique (dépassement de plus en plus important)

L'erreur $\varepsilon(p)$ est donnée par :

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2 + 2\zeta\omega_0 p}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) - \frac{\frac{A}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p) \dots\dots\dots I-8$$

Lorsque $x(t)$ est un échelon unité, et en l'absence de perturbation $p(t)$, le régime permanent est donné par :

$$y(\infty) = A$$

l'erreur de position par : $\varepsilon_1(1) = 0$

et l'erreur de traînage par : $\varepsilon_2(1) = 1/AK$.

Comme dans le cas précédent, ce résultat était attendu car le modèle du système en boucle ouverte est de classe 1.

On constate que la présence d'un intégrateur dans la chaîne directe, a permis d'avoir un système précis par rapport à l'échelon, et que l'erreur de traînage est constante.

cas 2 → $K > 1/4A\tau$: le système est pseudo-périodique, avec un premier dépassement :

$$D_1\% = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{4AK\tau - 1}}} \dots\dots\dots I-9$$

et un temps d'atteinte du premier dépassement :

$$t_1 = \frac{\tau}{\sqrt{4AK\tau - 1}} \dots\dots\dots I-10$$

Maintenant, lorsque l'entrée $x(t) = 0$ et que la perturbation $p(t)$ est un échelon unité, on peut écrire :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - y(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{-\frac{A}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} = -\frac{A}{K} \dots\dots\dots I-11$$

et en régime permanent on a : $y(\infty) = A/K$. On peut donc rendre le système moins sensible aux perturbations, et $\varepsilon_3(\infty) \rightarrow 0$, en augmentant (de manière infinie) le gain K .

Une augmentation de ce dernier, entraîne une diminution du facteur d'amortissement ζ , ce qui augmente le caractère oscillatoire de la réponse jusqu'à l'instabilité. [6]

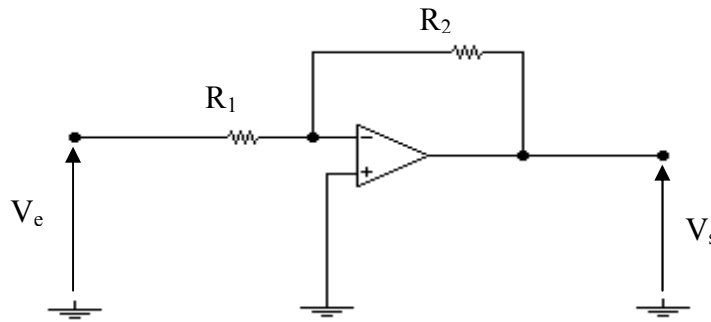


Figure (I-7) : Schéma électrique p

La fonction de transfert de ce régulateur s'écrit :

$$\left. \begin{matrix} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = R_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow G_R(S) = -\frac{V_s(S)}{V_e(S)} = \frac{R_2}{R_1} = K_p \quad \dots\dots\dots \text{I-12}$$

Un tel régulateur effectue l'opération de multiplication du signal de sortie par coefficient K_p , de plus il inverse le signal à la sortie. Sa réponse indicielle est représentée sur la figure suivante: [4]

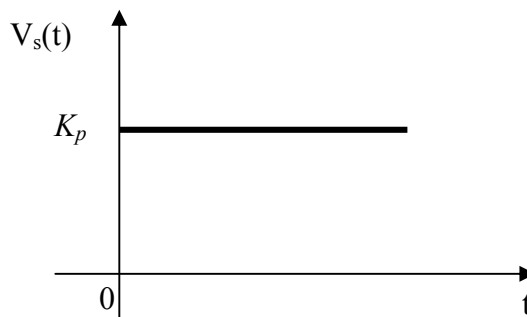


Figure (I-8)

En régime Statique diminue l'écart si K_p est élevé et en régime dynamique, il augmente la rapidité tant que le système n'est pas trop oscillatoire.

Conclusion

Le correcteur à action proportionnelle ne permet pas de réaliser de bonnes performances en termes de précision statique et dynamique et en rejet de perturbation. Un faible gain K donne généralement un système stable, mais une erreur de position importante. Par contre, une grande valeur de K, donne une meilleure erreur de position mais des mauvaises

performances en transitoire : plus K augmente, plus on tend vers l'instabilité.

Le régulateur à action proportionnelle, ou régulateur P, a une action simple et naturelle

I.5.4.2- Régulateur intégrale. [I]

Définition : L'action intégrale I complète l'action P en annulant l'erreur résiduelle sans modifier la réaction du régulateur PID.

Le rôle de l'action intégrale est de se rapprocher au plus vite de la consigne sans modifier la réaction en annulant l'écart résiduel Mesure-Consigne.

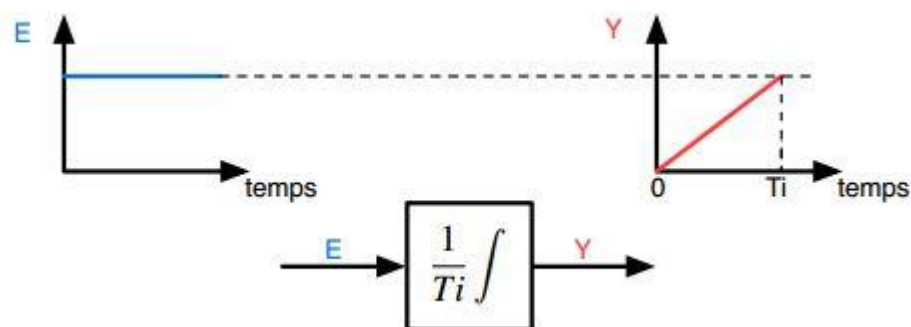
Cette fonction est remplie par l'opérateur mathématique : 'intégral par rapport au temps'.

Ainsi, dans un régulateur, on définit l'action intégrale à partir d'un des deux paramètres T_i ou K_i avec :

$$Y(t) = K_i \int_{t_0}^t (W(t) - X(t)) dt = \frac{1}{T_i} \int_{t_0}^t (W(t) - X(t)) dt \quad \dots\dots\dots I-13$$

T_i est le temps intégral, définie en unité de temps. K_i le gain intégral, définie en coup par unité de temps.

Fonctionnement : Pour étudier l'influence de l'action intégrale, on s'intéressera à la réponse du module intégral à un échelon. Plus K_i est grand (T_i petit), plus la valeur de la sortie Y augmente rapidement. Le temps T_i est le temps pour que la commande Y augmente de la valeur de l'entrée $E=W-X$.



Pour annuler l'action intégrale, il existe plusieurs solutions, fonction du régulateur.

Si on règle l'action intégrale à l'aide du gain K_i , il suffit de mettre K_i à zéro.

Dans le cas où le réglage du gain intégral se fait à l'aide du temps T_i , il y a deux solutions :

- Mettre T_i à zéro, si c'est possible
- Sinon mettre T_i à sa valeur maximale. Si le correcteur est coopératif, il indiquera Supp.

Dans les régulateurs de la salle de TP, il faut mettre T_i à 0, pour qu'il affiche $T_i = \text{Supp}$.

Le signal de sortie est proportionnel à l'intégral du signal d'entrée (erreur) .

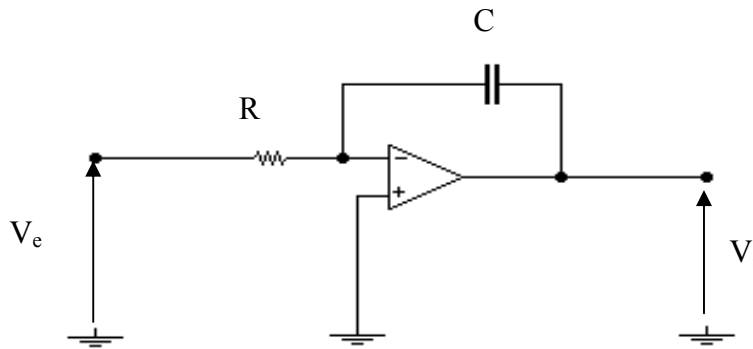


Figure (I-9) : Schéma électrique I

On obtient la fonction de transfert du régulateur.

Avec :

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = 1/CS \end{array} \right\} \Rightarrow G_R(S) = -\frac{V_s(S)}{V_e(S)} = \frac{1}{RCS}$$

Où :

$$T_i = RC$$

Donc :

$$G_R(S) = \frac{1}{T_i S}$$

Où :

T_i : est appelée la constante du temps d'intégration.

La réponse indicielle pour intégrateur idéal sera [4]: **(Figure (I-10))**

$$V_s(t) = \frac{1}{T_i} \int V_e(t) dt$$

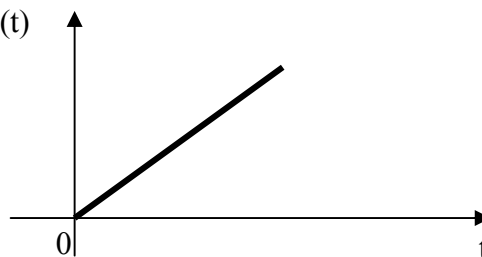


Figure (I-10) : réponse indicielle pour I

En régime Statique, il élimine l'écart entre consigne et mesure, et en dynamique il diminue la rapidité et augmente l'instabilité du système.

L'action intégrale est généralement associée à l'action proportionnelle.

I.5.4.3- Régulateur différentiateur (dérivateur). [D]

Définition : C'est une action qui amplifie les variations brusques de la consigne. Elle a une action opposée à l'action intégrale. Cette fonction est remplie par l'opérateur mathématique : 'dériver par rapport au temps'.

L'action dérivée D permet de compenser les effets du temps mort du procédé et améliore la stabilité de la boucle en amortissant rapidement les oscillations provoquées par une perturbation ou un changement brusque de la consigne.

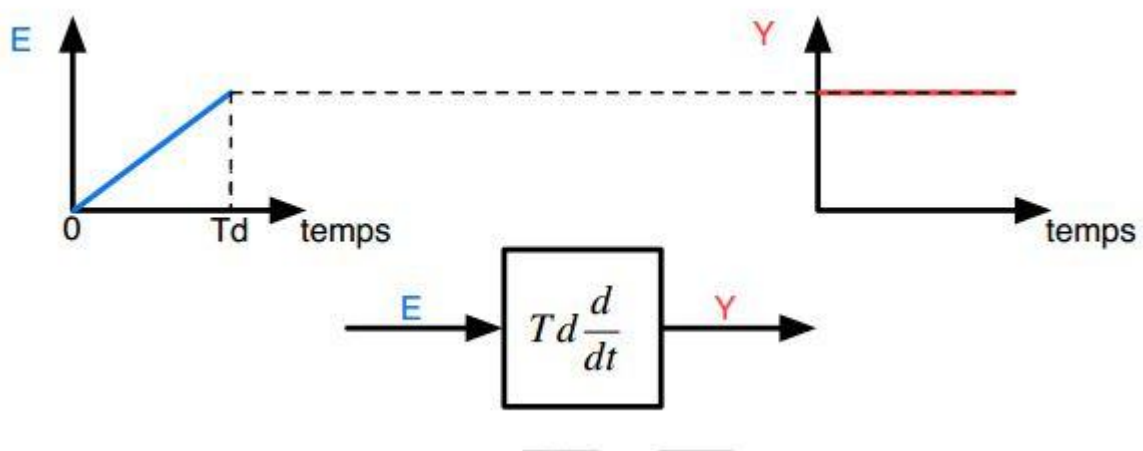
Le rôle de l'action dérivée est d'annuler le retardé procédé.

L'action dérivée permet de « booster » la sortie de manière à compenser le temps de retard.

Ainsi, dans un régulateur, on définit l'action dérivée à partir du temps dérivé T_d avec :

Le temps dérivé T_d s'exprime en unité de temps.

Fonctionnement : Pour étudier l'influence de l'action dérivée, on s'intéressera à la réponse du module dérivé à une rampe.



- Le temps T_d est le temps pour que l'entrée E augmente de la valeur de la sortie Y .
- Plus T_d est grand, plus la valeur de la sortie Y sera importante.
- Pour supprimer l'action dérivée, il suffit de mettre T_d à 0.

Le signal de sortie est proportionnel à la dérivée du signal d'entrée (erreur) .

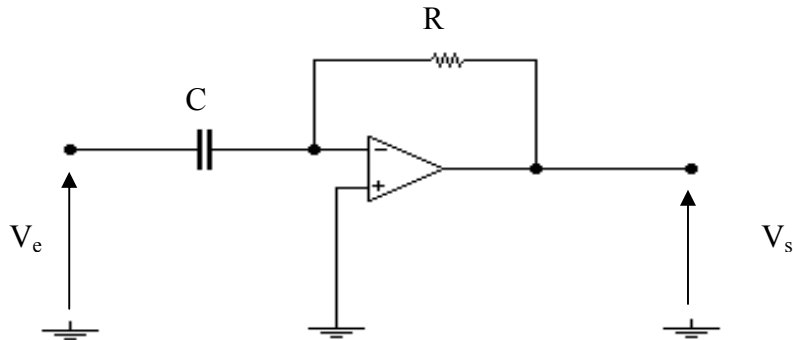


Figure (I-11) : Schéma électrique D

On obtient la fonction de transfert du régulateur.

Avec :

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = 1/CS \\ Z_2 = R \end{array} \right\} \Rightarrow G_R(S) = -\frac{V_s(S)}{V_e(S)} = RCS$$

avec :

$$T_d = RC$$

Donc :

$$G_R(S) = T_d S$$

Où :

T_d : constante du temps

La réponse indicielle pour un dérivateur idéal sera : **(Figure (I-12))**

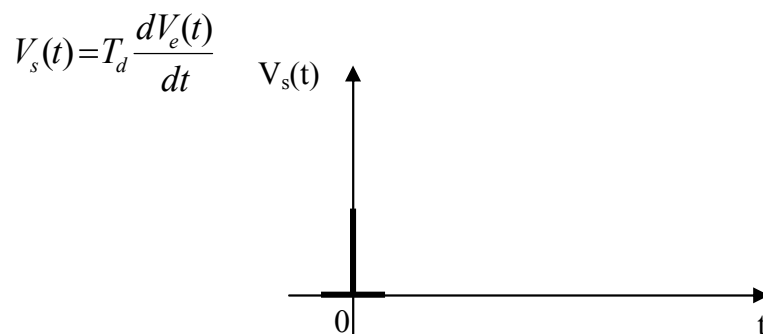


Figure (I-12) : réponse indicielle pour D

Généralement, les actions intégrale et dérivée ne s'emploient jamais seules mais combinaison avec l'action proportionnelle.

en régime dynamique il améliore la rapidité du système. [4]

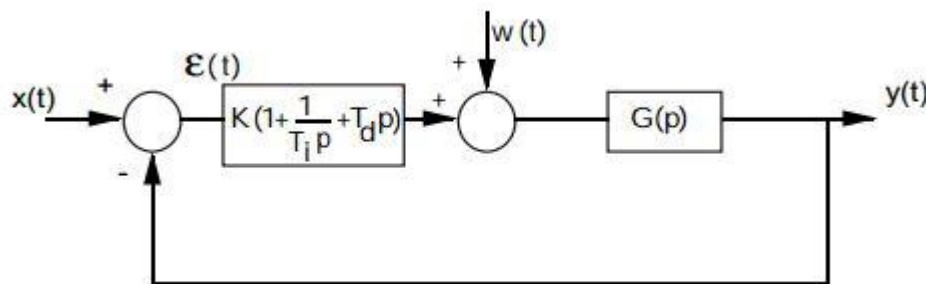
I.5.4.4- Régulateur proportionnel-intégral-dérivateur . [PID]

Définition : Le régulateur Proportionnel-Intégral-Dérivée est la combinaison des trois actions de base P, I et D. Grâce au terme I, il permet l'annulation d'une erreur statique tout en autorisant des performances de rapidité supérieures à un régulateur PI.

Ce type de correcteur est défini par l'équation différentielle suivante :

$$u(t) = K_P \varepsilon(t) + K_I \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Boucle fermée : Le schéma général de la boucle fermée est donné par :



Figure(I-13): Correction proportionnelle-intégrale-dérivée

L'expression de la boucle fermée est :

$$Y(p) = \frac{\text{numPID}(p) \text{ numG}(p)}{\text{numPID}(p) \text{ numG}(p) + \text{denPID}(p) \text{ denG}(p)} X(p) + \frac{\text{numG}(p) \text{ denPID}(p)}{\text{numG}(p) \text{ numPID}(p) + \text{denPID}(p) \text{ denG}(p)} W(p)$$

..... I-14

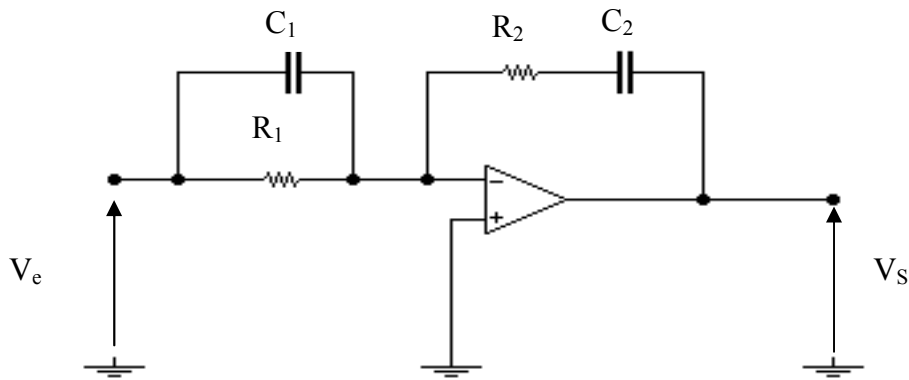


Figure (I-14) : Schéma électrique PID

La fonction de transfert de ce régulateur s'écrit :

Avec :

$$s=j\omega$$

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{1 + R_1 C_1 S} \\ Z_2 &= \frac{1 + R_2 C_2 S}{C_2 S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_R(S) = - \frac{V_s(S)}{V_e(S)} = \frac{(1 + R_2 C_2)(1 + R_1 C_1 S)}{R_1 C_2 S}$$

$$G_R(S) = \frac{R_1 C_2 + R_1 C_1}{R_1 C_2} + R_2 C_1 S + \frac{1}{R_1 C_2 S}$$

$$G_R(j\omega) = \frac{R_1 C_2 + R_1 C_1}{R_1 C_2} + R_2 C_1 j\omega + \frac{1}{R_1 C_2 j\omega}$$

où :

$$K_p = \frac{R_2 C_2 + R_1 C_1}{R_1 C_2} : \text{gain}$$

$$\left. \begin{aligned} R_2 C_1 &= T_d \\ R_1 C_2 &= T_i \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Représentent les constantes du temps}$$

Finalement la fonction de transfert s'écrit :

$$G_R(S) = K_p + \frac{1}{T_i S} + T_d S \quad \dots\dots \text{I-15}$$

La réponse indicielle d'un régulateur PID est représentée sur la figure suivante [4] . (Figure (I-15))

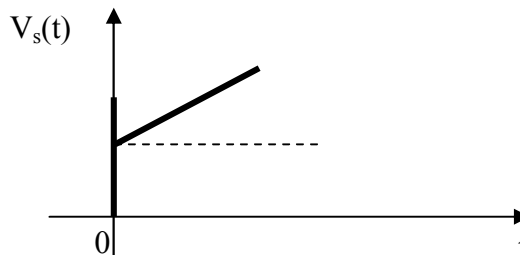


Figure (I-15) : La réponse indicielle d'un régulateur PID

Ce type de correcteur permet de réaliser des performances telles que la stabilité, la rapidité et la précision grâce à la combinaison des trois actions P , I et D (la structure peut être série, parallèle ou mixte et étudier leurs différences déborde du cadre de ce cours). Ceci peut se faire en ajustant les paramètres associés à ces actions.

Conclusion

L'introduction d'un correcteur P , I, D permet de réunir les différents avantages de chaque action, toutefois, son réglage, donc le poids à donner à chaque action, est plutôt délicat.

I.5.4.5- Régulateur proportionnel-dérivateur. [PD]

Définition : Un correcteur P D peut être décrit par une équation différentielle de type:

$$\begin{aligned} u(t) &= K_p \varepsilon(t) + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \\ &= K \left(\varepsilon(t) + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots \text{I-16}$$

avec $K = K_p$ et $K T_d = K_d$.

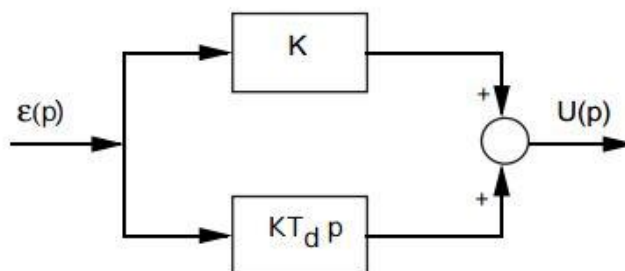
et où $\varepsilon(t)$ est l'entrée du correcteur et $u(t)$ est sa sortie (la commande).

La fonction de transfert de ce type de correcteur est donnée par :

$p=j\omega$

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \boxed{K(1 + T_d p)}. \quad \dots\dots \text{I-17}$$

Ce type de correcteur possède la structure suivante :

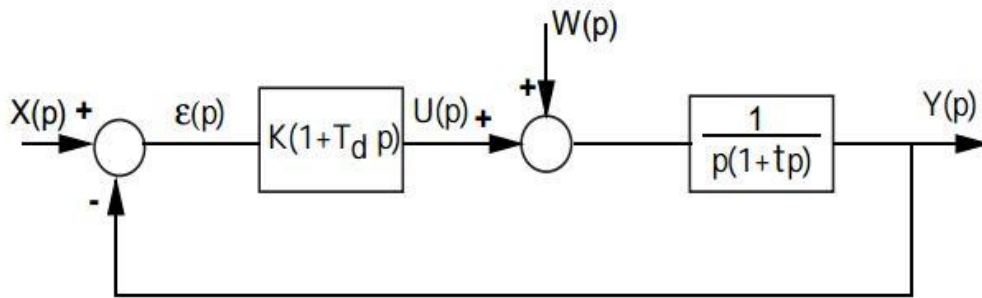


Figure(I-16) :Schéma fonctionnel d'un correcteur PD

T_d représente le temps d'avance de la sortie du correcteur PD sur celle du correcteur P, dans le cas d'une entrée en rampe.

Considérons à titre d'exemple, le système de classe un précédent, de fonction de transfert :

$G(p) = 1/(1 + \tau p)$, associé, dans une boucle de régulation, à un correcteur PD. Ce système est représenté par la figure



Figure(I-17) :Correcteur PD et système de classe un

La sortie $Y(p)$ est donnée par :

$$Y(p) = \frac{\frac{K}{\tau}(1 + T_d(p))}{p^2 + \left(\frac{1+KT_d}{\tau}\right)p + \frac{K}{\tau}} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau}}{p^2 + \left(\frac{1+KT_d}{\tau}\right)p + \frac{K}{\tau}} W(p) \quad \dots\dots I-17$$

ce que l'on peut mettre sous la forme suivante :

$$Y(p) = \frac{\omega_0^2(1 + T_d p)}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{\tau}} \text{ et } \zeta = \frac{1+KT_d}{2\sqrt{K\tau}}. \quad \dots\dots I-18$$

L'erreur $\varepsilon(p)$ est donnée par :

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2 + \omega_0(2\zeta - T_d)p}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} X(p) + \frac{\frac{1}{\tau}}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} W(p) \quad \dots\dots I-19$$

Le comportement dynamique du système dépend de ζ et on peut remarquer que :

$$\zeta^2 - 1 = \frac{(1 + KT_d)^2 - 4K\tau}{4K\tau} \quad \dots\dots \text{I-20}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} & 1. \text{ Si } \tau < T_d \text{ alors } \zeta > 1. \\ & 2. \text{ Si } \tau \geq T_d \text{ alors } \begin{cases} \zeta \geq 1, & \text{si } K \geq \frac{2\tau - T_d + 2\sqrt{\tau(\tau - T_d)}}{T_d^2} \\ \zeta < 1, & \text{si } K < \frac{2\tau - T_d + 2\sqrt{\tau(\tau - T_d)}}{T_d^2} \end{cases} \end{aligned} \quad \dots\dots \text{I-21}$$

Si $\tau = T_d$ le système possède deux pôles : $p_1 = -K$ et $p_2 = -1/\tau$

L'équation I-21 montre que l'erreur statique, pour une entrée $x(t)$ en échelon, est nulle. Par contre, cette erreur statique, pour une perturbation $w(t)$ en échelon, vaut : $-1/\tau w_0^2 = -1/k$

Ce dernier résultat peut être comparé à celui de l'action proportionnelle.

Le correcteur P D permet donc d'agir sur le transitoire du système de classe un. Le rejet de perturbation impose d'augmenter K , ce qui rend le système apériodique.

Lorsque $\tau = T_d$, le système devient (en l'absence de perturbation), un système du premier ordre de fonction de transfert $F(p) = k/k+p$, de constante de temps $1/k$, et précis vis à vis d'une sollicitation $x(t)$ en échelon.

Quelques commentaires sur l'action dérivée :

L'action dérivée est décrite par :

$$u(t) = K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

$$\frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_d p$$

ou bien encore : $\dots\dots \text{I-22}$

Cette action n'a d'effet que lorsqu'il y a variation de l'erreur ; elle n'a aucun effet sur le fonctionnement en régime permanent. Les correcteurs PD permettent donc de modifier le régime transitoire et sont utilisés pour réduire les oscillations et ainsi garantir la stabilité des systèmes.

L'action dérivée décrite par les équations I-23 et I-24 est idéale, et ne peut pas être réalisée dans la pratique. Elle est généralement approchée par une fonction de transfert de la forme (PD filtré) :

$$\frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K(1 + T_d p)}{1 + \frac{T_d}{N} p}$$

..... I-23

ou bien encore par une correction à avance de phase de la forme :

$$\frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_d p + 1}{\alpha K_d p + 1}$$

..... I-24

De plus, si un changement brutal de point de fonctionnement se produit (variation en échelon), elle génère une réponse impulsive, qui entraîne une saturation du correcteur. Ces inconvénients peuvent être évités en utilisant la dérivée de la sortie $y(t)$ au lieu de celle de $\varepsilon(t)$. Ce qui conduit à modifier le schéma-blocs de synthèse en imbriquant plusieurs boucles (correction tachymétrique).

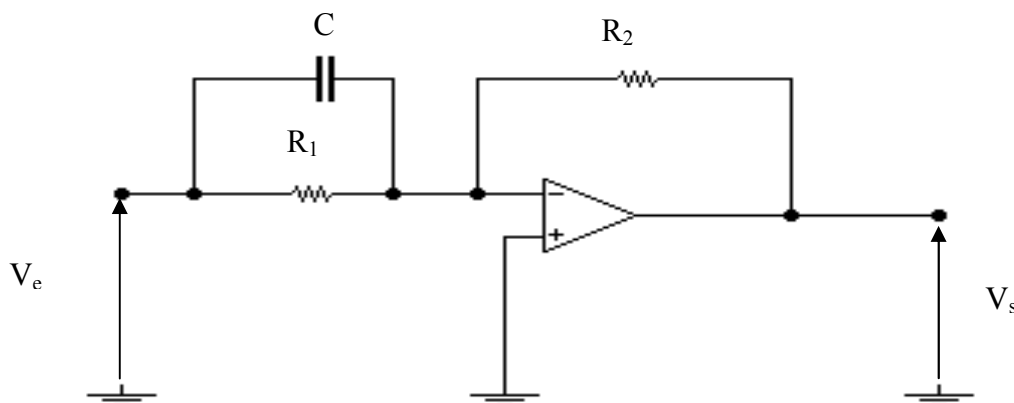


Figure (I-18) : Schéma électrique PD

La fonction de transfert de ce régulateur est déterminée par la relation suivante :

Avec :

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C S} \\ Z_2 = R_2 \end{array} \right\} \Rightarrow G_R(S) = - \frac{V_s(S)}{V_e(S)} = \frac{R_2}{R_1} (1 + R_1 C S)$$

où :

$$\frac{R_2}{R_1} = K_P : \text{gain}$$

$$R_1 C = T_d : \text{constante du temps.}$$

on obtient :

$$G_R(S) = K_P + T_d S$$

la réponse indicielle pour un tel régulateur est représentée sur la figure suivante[4]:

(Figure (I-19))

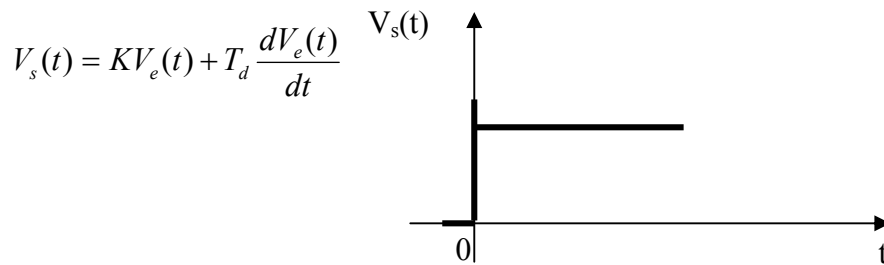


Figure (I-19) : réponse indicielle pour PD

I.5.4.6- Régulateur proportionnel-intégral . [PI]

Définition : Le correcteur à actions proportionnelle et intégrale (PI) est défini par l'équation différentielle suivante :

$$K_P \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + K_i \varepsilon(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

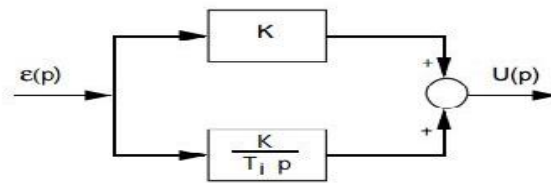
où $\varepsilon(t)$ est le signal d'entrée du correcteur (ou signal d'erreur) et $u(t)$ est le signal de sortie du correcteur (ou signal de commande).

On peut naturellement écrire la fonction de transfert de ce correcteur P I :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K_P + \frac{K_I}{p} = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \boxed{\frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)}$$

avec $K = K_P$ et $T_i = K_P / K_i$.

Ce correcteur (de classe 1) représente l'association de deux actions (P et I) et est représenté par le schéma fonctionnel de la figure



Figure(I-20): Schéma fonctionnel d'un correcteur PI

Boucle fermée Le schéma général de la boucle fermée est donné par :

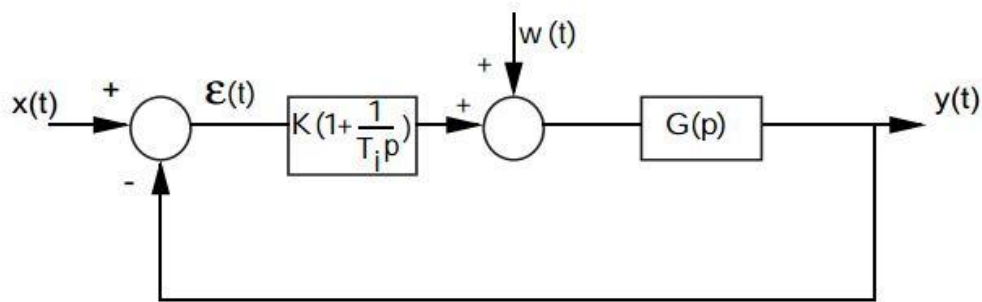


Figure (I-21) :Correction proportionnelle-intégrale

L'expression de la boucle fermée est :

$$Y(p) = \frac{K(1 + T_i p)G(p)}{T_i p + K(1 + T_i p)G(p)} X(p) + \frac{G(p)T_i p}{T_i p + K(1 + T_i p)G(p)} W(p)$$

$$Y(p) = \frac{\text{numPI}(p) \text{ denG}(p)}{\text{numPI}(p) \text{ numG}(p) + \text{denPI}(p) \text{ denG}(p)} X(p) + \frac{\text{numG}(p) \text{ denPI}(p)}{\text{numG}(p) \text{ numPI}(p) + \text{denPI}(p) \text{ denG}(p)} W(p)$$

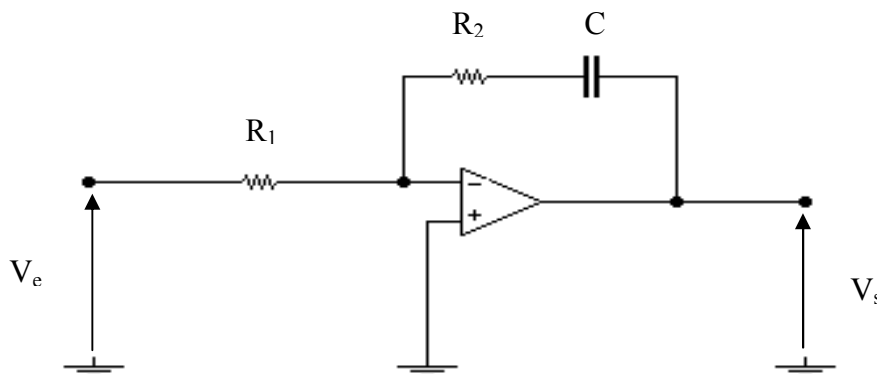


Figure (I-22) : Schéma électrique PI

La fonction de transfert d'un tel régulateur s'écrit :

Avec :

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = R_2 + (1/CS) \end{array} \right] \Rightarrow G_R(S) = -\frac{V_s(S)}{V_e(S)} = \frac{R_2CS + 1}{R_1CS}$$

$$= \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1CS}$$

Où : $\frac{R_2}{R_1} = K_P$

$R_1C = T_i$: La constante d'intégration

On obtient : $G_R(S) = K_P + \frac{1}{T_i S}$

Ce régulateur résulte d'une combinaison en un régulateur proportionnel et un régulateur intégrateur.

Sa réponse indicielle est représentée sur la figure suivante : (Figure (I-23))

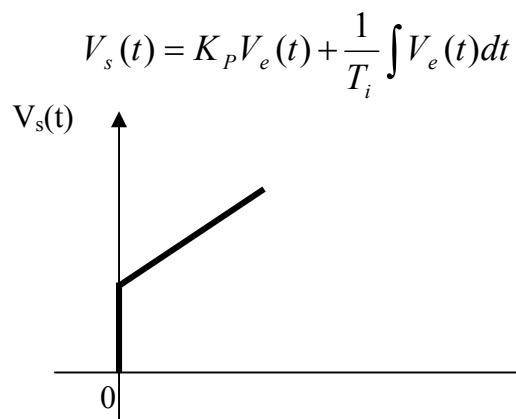


Figure (I-23) : réponse indicielle pour PI

Conclusion

L'introduction d'un correcteur P I permet d'améliorer la précision et de rejeter les perturbations de type échelon. Par contre, ce type de correcteur possède certaines limitations sur l'amélioration de la rapidité et peut même introduire une instabilité du système en boucle fermée.

Le régulateur PI est le régulateur le plus utilisé en pratique où ses contributions à la précision mais aussi à la robustesse du système asservi sont particulièrement appréciées.

Tableau (I-1): Résumé des effets respectifs des actions P, I, et D.

Action	Avantage	Désavantage
P	Dynamique	ne permet pas d'annuler une erreur statique
I	annulation d'erreur statique, amélioration de la robustesse	action lente, ralentit le système (effet déstabilisant)
D	action très dynamique, améliore la rapidité (effet stabilisant)	sensibilité aux bruits forte sollicitation de l'organe de commande

I.5.5- La régulation en cascade

Un système de régulation en cascade comporte un régulateur individuel pour chacune des variables contrôlées. Figure (I-24)

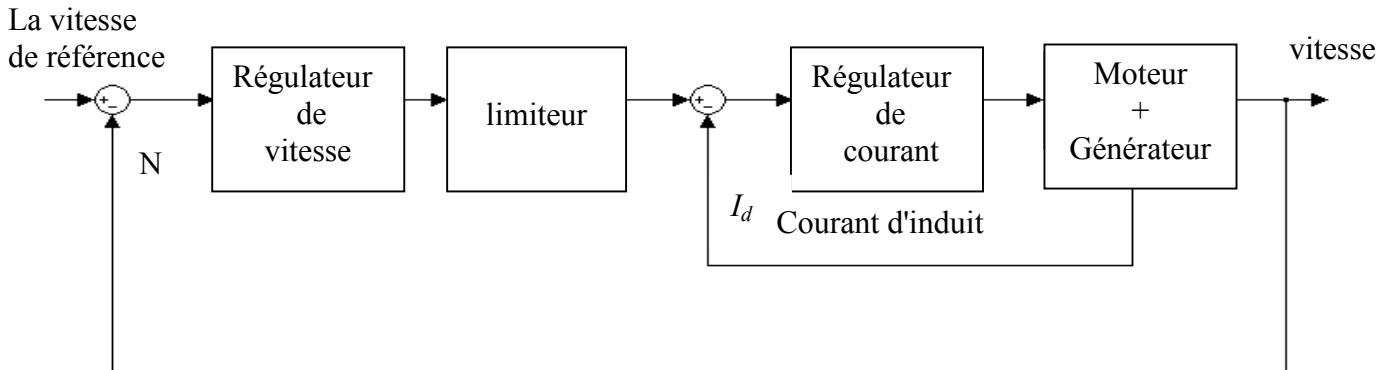


Figure (I-24) : Régulation en cascade

La variable asservie principale (vitesse) est réglée par une boucle extérieure. La sortie du régulateur de vitesse sert d'entrée, c'est-à-dire de référence au régulateur de la boucle intérieure (courant). En limitant la sortie de régulateur externe de vitesse on limite donc la référence du régulateur de courant, et on obtient très simplement la caractéristique de limitation désirée [5].

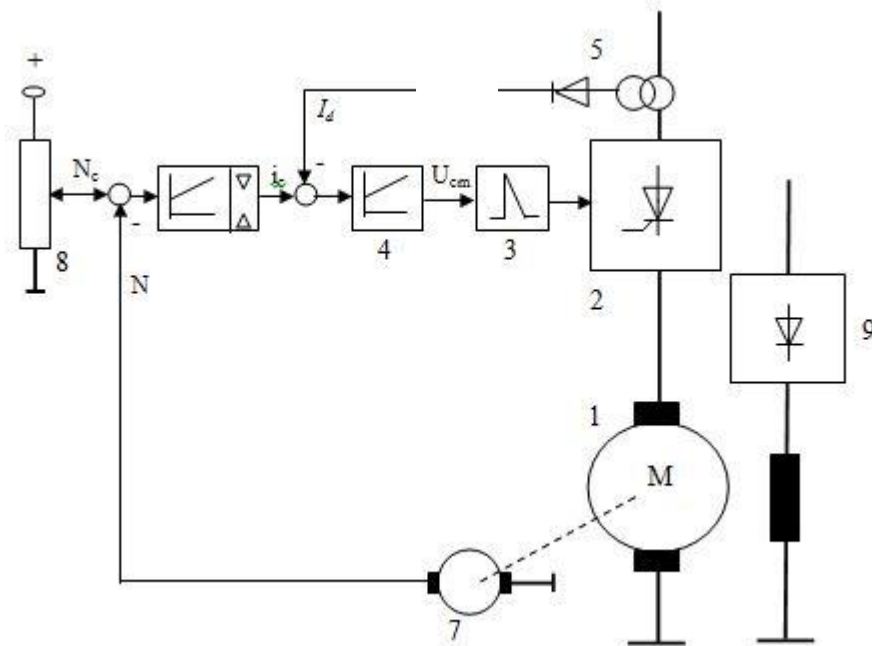


Figure (I-25): Schéma de principe d'un entraînement réglé avec un moteur à courant continu

Le circuit de réglage du courant d'induit est composé du dispositif de commande de gâchettes 3, du régulateur 4 et de la mesure du courant d'induit 5. Le circuit de réglage de vitesse contient le régulateur 6, la mesure de vitesse à l'aide d'une dynamo tachymétrique 7, ainsi que l'organe de consigne 8 (potentiomètre, par exemple). Pour assurer l'excitation on utilise un pont à diodes 9, ce dernier maintient le courant d'excitation constant.

I.6- Les capteurs

Les capteurs sont des composants de la chaîne d'acquisition dans une chaîne fonctionnelle. Les capteurs prélèvent une information sur le comportement de la partie opérative et la transforment en une information exploitable par la partie commande. Une information est une grandeur abstraite qui précise un événement particulier parmi un ensemble d'événements possibles. Pour pouvoir être traitée, cette énergie sera portée par un support physique, on parlera alors de signal. Les signaux sont généralement de nature électrique ou pneumatique.

Dans les systèmes automatisés séquentiels la partie commande traite des variables logiques ou numériques. L'information délivrée par un capteur pourra être logique (2 états), numérique (valeur discrète), analogique (dans ce cas il faudra adjoindre à la partie commande un module de conversion analogique numérique).

On peut caractériser les capteurs selon deux critères:

- en fonction de la grandeur mesurée; on parle alors de capteur de position, de température, de vitesse, de force, de pression,etc.
- en fonction du caractère de l'information délivrée; on parle alors de capteurs logiques appelés aussi capteurs tout ou rien (TOR), de capteurs analogiques ou numériques.

On peut alors classer les capteurs en deux catégories, les capteurs à contact qui nécessitent un contact direct avec l'objet à détecter et les capteurs de proximité. Chaque catégorie peut être subdivisée en trois catégories de capteurs : les capteurs mécaniques, électriques, pneumatiques. [7]

I.6.1- Principales caractéristiques des capteurs

a) L'étendue de la mesure : c'est la différence entre le plus petit signal détecté et le plus grand perceptible sans risque de destruction pour le capteur.

b) La sensibilité : c'est la plus petite variation d'une grandeur physique que peut détecter un capteur.

c) La rapidité : c'est le temps de réaction d'un capteur entre la variation de la grandeur physique qu'il mesure et l'instant où l'information prise en compte par la partie commande.

d) La précision : c'est la capacité de répétabilité d'une information position, d'une vitesse,...

I.7- Performances d'un système asservi

Un système asservi doit posséder deux qualités fondamentales, la précision et la stabilité qui sont difficiles à réaliser simultanément. En effet, si l'organisation d'un système bouclé est compliquée que celle d'un système à boucle ouverte, il est bien évident qu'il faut, en contre-partie que sa précision soit plus grande. Mais pour obtenir ce résultat, on doit disposer d'une grande amplification afin que l'appareil de commande puisse entrer en action dès qu'il existe un très faible écart entre la grandeur commandée et la grandeur de référence. Or, un système bouclé à gain élevé est instable. Dès sa mise en service, il est soumis à des oscillations d'amplitudes croissantes susceptibles de provoquer de graves dommages au matériel si les dispositifs de sécurité ne fonctionnent pas à temps pour interrompre les commandes.

Dans d'autres cas, les systèmes tout en étant stables, peuvent posséder une stabilité insuffisante. Alors on dit qu'un système est stable lorsque celui-ci tend à revenir à son état d'équilibre permanent quand on lui applique une perturbation de courte durée. Il est important de noter que, si la précision d'un système dépend de la sollicitation d'entrée, la stabilité en revanche est totalement indépendante de cette sollicitation. En définitive, un asservissement doit posséder un certain degré de stabilité. [3]

I.7.1- Rapidité

En règle générale, un système a une rapidité satisfaisante s'il se stabilise à son niveau constant en un temps jugé satisfaisant.

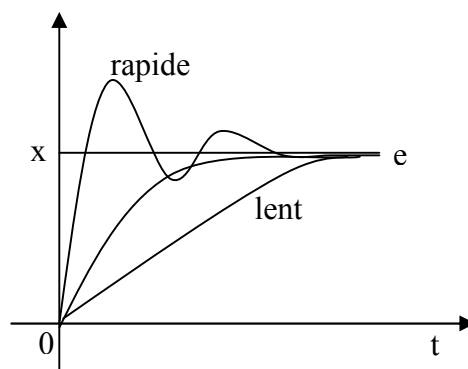


Figure (I-26) : Rapidité d'un système asservi

I.7.2- Précision

La précision d'un système est définie à partir de l'erreur, entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie, on distingue la précision statique qui caractérise la limite de l'erreur au bout d'un temps infini pour une entrée donnée, c'est à dire le régime permanent et la précision dynamique qui tient compte des caractéristiques d'évolution du système en régime transitoire.

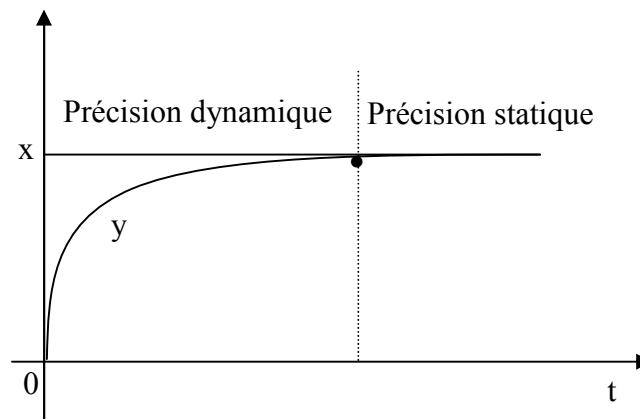


Figure (I-27) : Précision d'un système asservi

I.7.3- Stabilité

un système est stable si pour une entrée (x) de référence constante, la sortie (y) tend vers une constante :

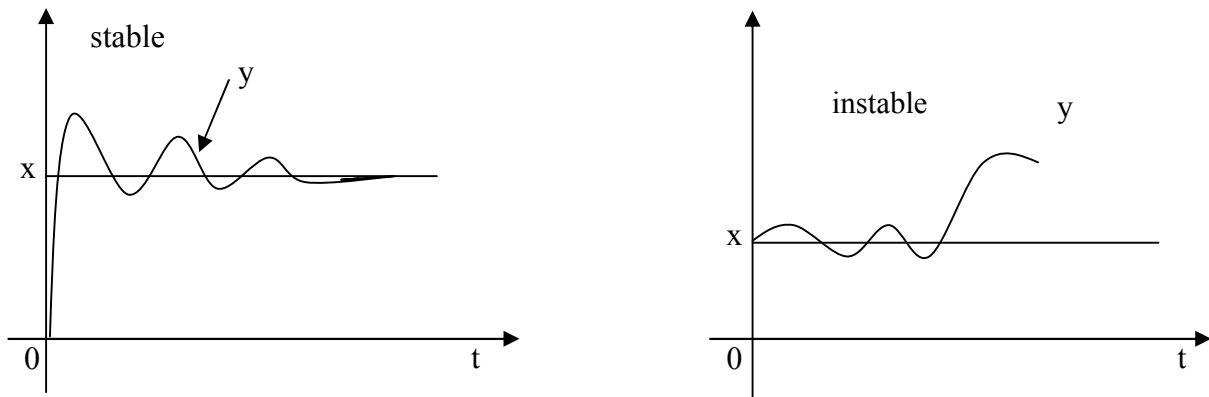


Figure (I-28) : Stabilité et instabilité d'un système asservi pour un gain unitaire

I.8- Etude de stabilité des systèmes

I.8.1- Méthodes graphiques

- **Lieu de NYQUIST** : Ce diagramme consiste à représenter en coordonnées polaires, à partir d'un axe réel, le module et la phase d'une transmittance, lorsque la pulsation ω varie de zéro à l'infini. Le lieu obtenu est appelé lieu de NYQUIST et il est gradué en ω .

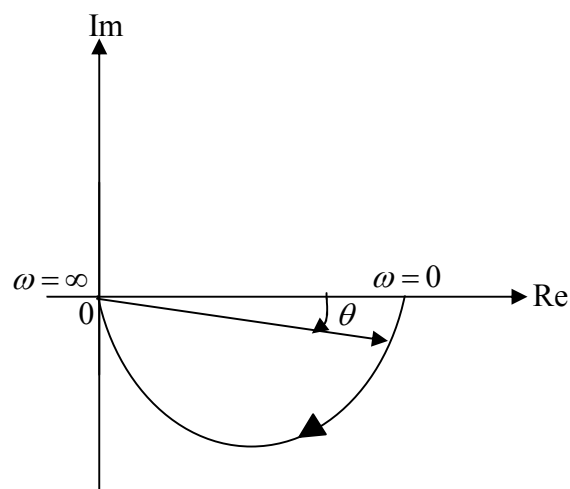
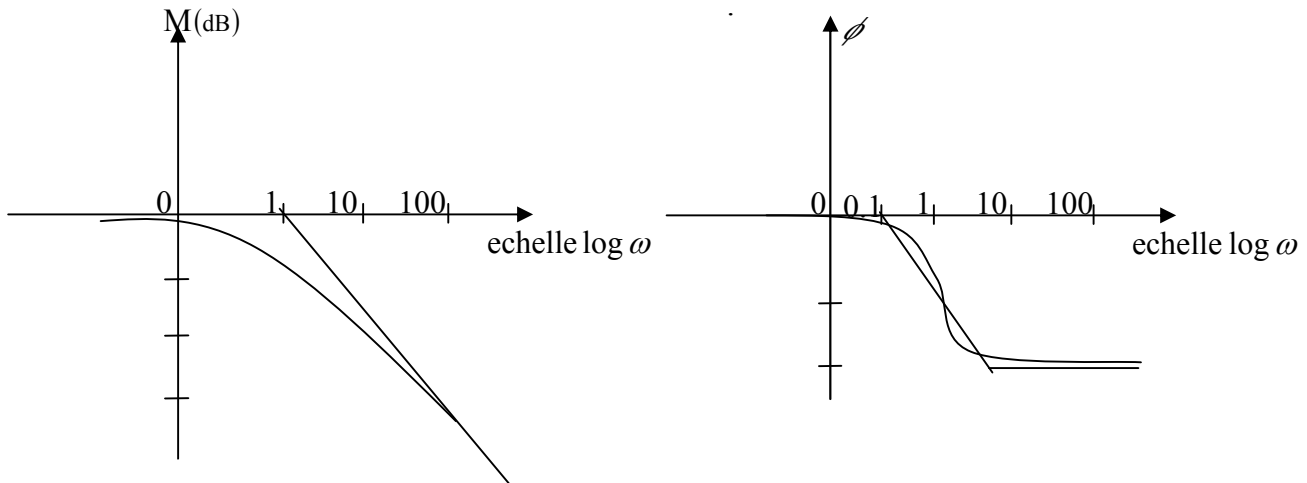


Figure (I-29) : Lieu de NYQUIST

- **La représentation de BODE** : C'est une représentation fréquentielle qui consiste à tracer les courbes de gain et de phase d'une transmittance en fonction de la fréquence du signal sinusoïdal d'entrée. Si on considère une transmittance $H(S)$, on doit tracer séparément les courbes :

$$M = 20 \log |H(j\omega)|_{dB}, \quad \phi = \text{Arg } H(j\omega)$$



Figure(I-30) : Courbes de gain et de phase d'un système

- **Lieu de BLACK** : Cette représentation consiste à porter en abscisse la phase et en ordonnée l'amplitude (exprimée en décibel). Cette représentation a l'avantage de ne comporter qu'une seule courbe, au lieu de deux pour le diagramme de BODE mais en revanche, il est nécessaire de représenter sur la courbe les pulsations correspondantes.

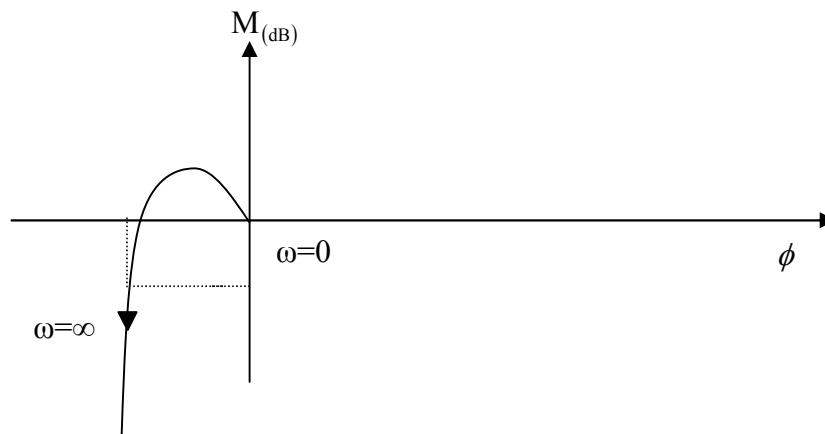


Figure (I-31): Lieu de BLACK.

I.8.2- Méthodes analytiques

- Critère de stabilité de ROUTH

On appelle critère de stabilité de route une méthode permettant de déterminer la stabilité d'un système , qu'on peut appliquer à une équation caractéristique d'ordre n de la forme :

$$a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0$$

On applique le critère en se servant d'une table de routh définie comme suit :

S^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
S^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
.	b_1	b_2	b_3
.	c_1	c_2	c_3
.

Où a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 sont les coefficients de l'équation de caractéristique

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, etc.$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}, c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}, etc$$

On poursuit la construction de la table , horizontalement et verticalement jusqu'à obtenir des zéros . On peut multiplier une ligne par une constante avant de calculer la ligne suivant sans changer les propriétés de la table . Toutes les racines de l'équation caractéristique ont leur partie réelle négative si et seulement si les éléments de la première colonne de la table de *routh* ont le même signe . Sinon le nombre de racines à partie réelle positive est égal au nombre de changements de signes . [2]

- Critère de stabilité de HURWITZ : Le critère de stabilité d'*hurwitz* est une autre méthode pour déterminer si toutes les racines de l'équation de caractéristique ont leur partie réelle négative ou non . On applique ce critère en se servant de déterminants formés à partir des coefficients de l'équation caractéristique. On suppose que le premier coefficient a_n est positif. Les déterminants Δ_i pour $i=1,2,3,\dots,n-1$ sont les mineurs principaux du déterminant

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & \begin{bmatrix} a_0 & \text{si } n \text{ impair} \\ a_1 & \text{si } n \text{ pair} \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \dots & \begin{bmatrix} a_1 & \text{si } n \text{ impair} \\ a_0 & \text{si } n \text{ pair} \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_0 \end{vmatrix}$$

Les déterminants ainsi formés s'écrivent :

$$\Delta_1 = a_{n-1}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2}a_{n-3} + a_n a_{n-1}a_{n-5} - a_n a_{n-3}^2 - a_{n-4}a_{n-1}^2$$

Et ainsi de suite jusqu'à Δ_{n-1} .

Tous les racines de l'équation caractéristique ont leur partie réelle négative si et seulement Si $\Delta_i > 0$ pour $i = 1, 2, \dots, n$. [2]

I.9- Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, une certaine définition pour les systèmes linéaires asservis et systèmes à régler et leurs performances, que doit un système satisfaire pour avoir un bon fonctionnement. Notons qu'un système doit avoir en degré de stabilité et de précision.

Et aussi dans ce chapitre, on fait l'étude des différentes méthodes d'analyse de la stabilité des systèmes.

L'identification des systèmes nous permet de simuler ou commander ou régler les processus, et elle nous donne par la suite les résultats concernant le bon fonctionnement du système.

Cette connaissance nous permet l'étude expérimentale des systèmes, elle présente en revanche l'inconvénient de ne pas donner une connaissance directe et précise du régime transitoire. Donc en particulier, il faut trouver des lois de commandes convenables, et même assez sophistiquées, permettant de créer automatiquement l'appropriée.

Chapitre II : Moteur à courant continu

II.1- Introduction

L'évolution des technologies conduit à utiliser des machines nécessitant des vitesses de rotation précises et variables pour l'entraînement d'engins industriels, systèmes robotique...etc. Dans notre étude, on s'intéresse aux moteurs à courant continu, car ils offrent une introduction facile au fonctionnement de ses homologues, en donnant des repères clairs. Les moteurs à courant continu ont pendant longtemps été les seuls aptes à la vitesse variable à large bande passante, comme dans le domaine robotique. Ils ont donc fait l'objet de nombreuses améliorations, et beaucoup de produits commercialisés aujourd'hui.

II.2- Organisation de la machine à courant continu :

II.2.1- Description générale :

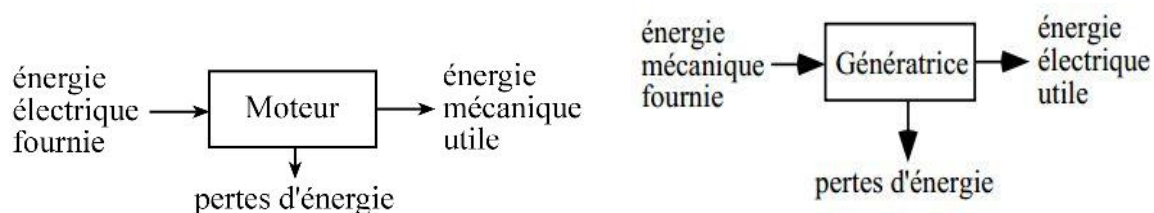
La machine à courant continu est une machine électromagnétique.

Le STATOR, fixe, porte le bobinage inducteur qui crée le flux dans le circuit magnétique de la machine. Le stator (fer + bobines) constitue l'inducteur.

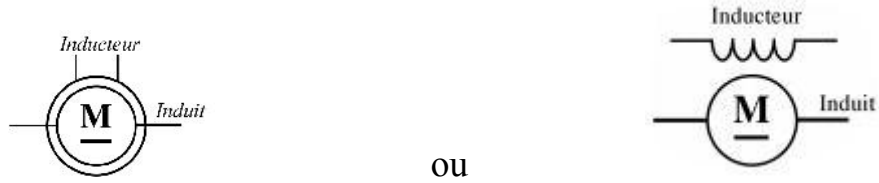
Le ROTOR porte le bobinage induit c'est-à-dire celui dans lequel sont engendrées les forces électromotrices. Le rotor (fer + bobinage) constitue l'induit.

Le bobinage de l'induit est alimenté par un commutateur mécanique qui est formé par des balais appuyant sur un collecteur, de telle façon que le courant passe dans un sens lorsqu'un conducteur est sous un pôle Nord et dans l'autre sens lorsqu'il est sous un pôle Sud. Le collecteur est fixé sur le rotor et relié au bobinage induit.

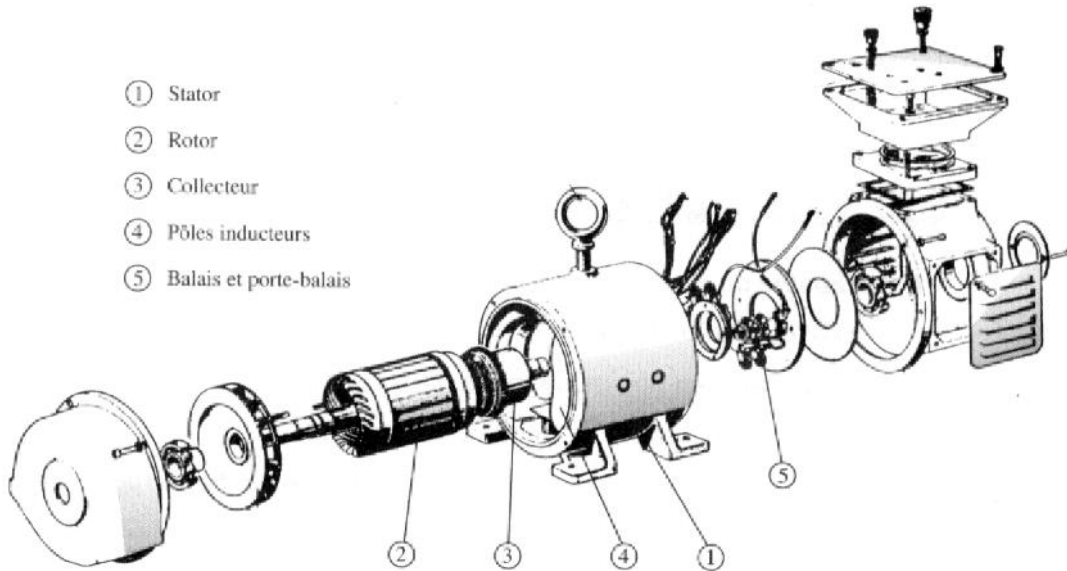
-Conversion d'énergie



Symbole



Constitution



Figure(II -1) : constituants de machine à courant continu

① Sur le stator est placé l'inducteur ④. L'inducteur crée un champ magnétique à travers le rotor. Pour créer ce champ l'inducteur peut-être constitué de bobinages ou d'aimants permanents.

② Sur le rotor se trouve le bobinage induit.

Le collecteur ③ et les balais ⑤ permettent l'alimentation électrique de l'induit.

L'ensemble stator plus rotor constitue un circuit magnétique canalisant le champ magnétique crée par l'inducteur.

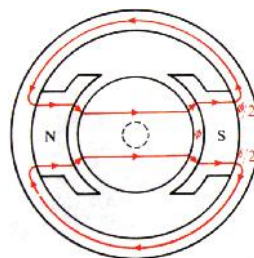


Figure (II -2) : Ligne de champ d'un moteur bipolaire

Force électromotrice : Une bobine (l'induit - ②) en mouvement dans un champs magnétique (l'inducteur - ①) voit apparaître à ses bornes une force électromotrice (f.é.m.) donnée par la :

$$\text{loi de Faraday } e = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Sur ce principe, l'induit de la machine à courant continu est le siège d'une f.é.m. E :

$$E = K\Phi\Omega$$

E f.e.m. (volts - V)

K constante qui dépend des caractéristiques de fabrication du moteur : nombres de spires, nombre de pôles, inclinaison des encoches, ...

Φ flux magnétique maximum traversant les enroulements de l'induit (Webers - Wb).

Ω vitesse de rotation du rotor (rad.s^{-1}).

Couple électromagnétique : Un conducteur parcouru par un courant électrique et placé dans un champ magnétique subit la :

$$\text{force de Laplace } \vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}.$$

Sur ce principe le rotor de la machine possède un couple que l'on nommera couple électromagnétique.

$$T_{em} = K\Phi I$$

T_{em} couple électromagnétique (N.m).

K voir paragraphe au-dessus.

Φ voir paragraphe au-dessus.

I courant dans l'induit (rotor) (A).

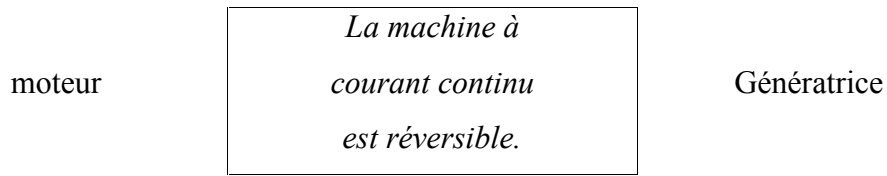
Conservation de l'énergie : La puissance électromagnétique est la partie de la puissance électrique de la machine, convertie en puissance mécanique.

$$P_{em} = EI = T_{em} \Omega$$

\uparrow \uparrow
forme *forme*
électrique *mécanique*

P_{em} puissance électromagnétique (W).

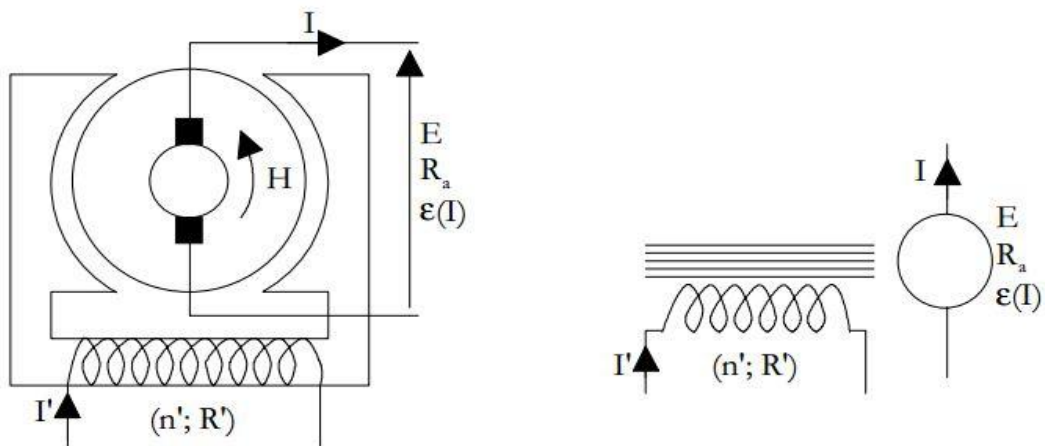
Réversibilité : Une même machine pourra fonctionner en moteur ou en génératrice. On dit qu'elle est réversible.



II.3-Generatrices à courant continu-dynamos :

II.3.1- Caractéristiques internes et externes :

Une génératrice peut être modélisée de la façon illustrée sur la figure suivante.



Figure(II -3) : Modélisation d'une génératrice à courant continu.

Les paramètres du schéma interviennent de la façon suivante :

Pour l'inducteur : le nombre de spires n' , la résistance R' du bobinage et le courant I' .

Pour l'induit : le nombre de brins actifs n , la résistance interne R_a (deux demi-bobinages de résistances r_a en parallèle $R_a=r_a/2$), la force contre-électromotrice de réaction d'induit (I) (nulle si $I=0$) et le courant d'induit I .

Le réseau de caractéristiques internes définit le fonctionnement à vide de la génératrice, c'est à-dire lorsqu'elle ne fournit pas d'énergie à l'extérieur, soit sous la forme d'un courant I_e , soit sous la forme d'une d.d.p. U_e .

A vide, on peut donc mesurer sur les deux balais, une f.e.m. E en fonction de 2 grandeurs d'entrée qui sont la vitesse de rotation imposée N en tours /seconde

($N = \Omega / 2\pi$), et le courant d'induction I' . La caractéristique interne est $E = f(I', N)$ et s'exprime sous la forme :

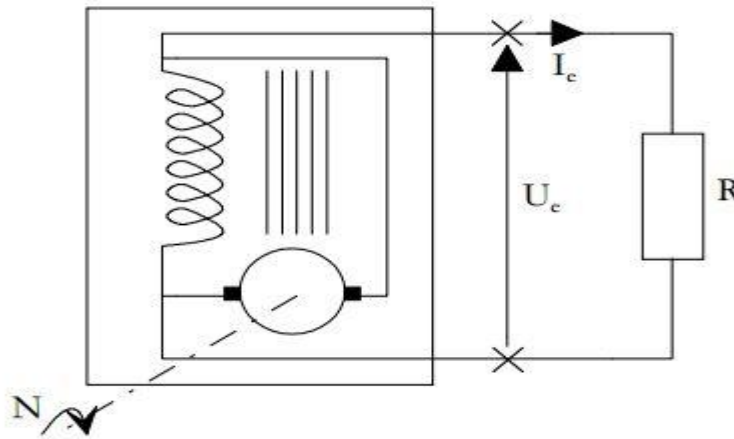
$$E = n \cdot N \cdot \phi_M(I')$$

Le paramètre N intervient comme un coefficient de proportionnalité. A flux constant, le f.e.m. est donc proportionnelle à la vitesse.

Il reste à déterminer $\phi(I')$. La réaction d'induit, dépendant de I , n'intervient pas car la génératrice est à vide ($I=0$).

Les caractéristiques externes vont déterminer les relations $U_e = f(I_e)$ que l'on peut mesurer sur les bornes de sortie de la dynamo (l'induit), lorsque qu'elle fournit un courant I_e que l'on peut mesurer sur les bornes de sortie de la dynamo (l'induit), lorsque qu'elle fournit un courant I_e à une charge d'utilisation externe, résistance par exemple. Différents modes d'alimentation de l'inducteur peuvent être réalisés (excitation séparée, série, shunt, compound) qui vont nous fournir différentes caractéristiques externes. Nous nous trouvons donc dans le cas $I \neq 0$ qui entraîne la présence des termes $R_a \cdot I$ et $\xi(I)$.

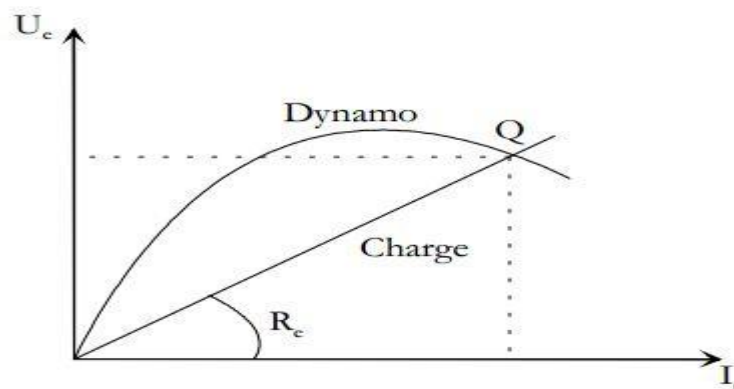
La dynamo avec ses branchements internes d'alimentation l'induit devient une boîte noire de la forme :



Figure(II -4) : Dynamo à excitation shunt.

Cette « boîte noire » possède une entrée, la vitesse de rotation mécanique N , et deux bornes de sortie électrique. Ce dipôle électrique est caractérisé par sa tension U_e et son courant I_e , d'où la caractéristique $U_e=f(I_e)$ qui est la caractéristique externe. L'association avec le dipôle externe d'utilisation s'analyse par l'intersection de la caractéristique externe $U_e= f(I_e)$ de la dynamo et de la caractéristique de la charge $U_e= R.I_e$ au point de fonctionnement Q .

La caractéristique externe de la dynamo $U_e=f(I_e)$ s'obtient à partir de la caractéristique interne $E=f(I',N)$ et des termes $R_a.I$ et $\varepsilon(I)$ qu'introduit un courant I non nul.



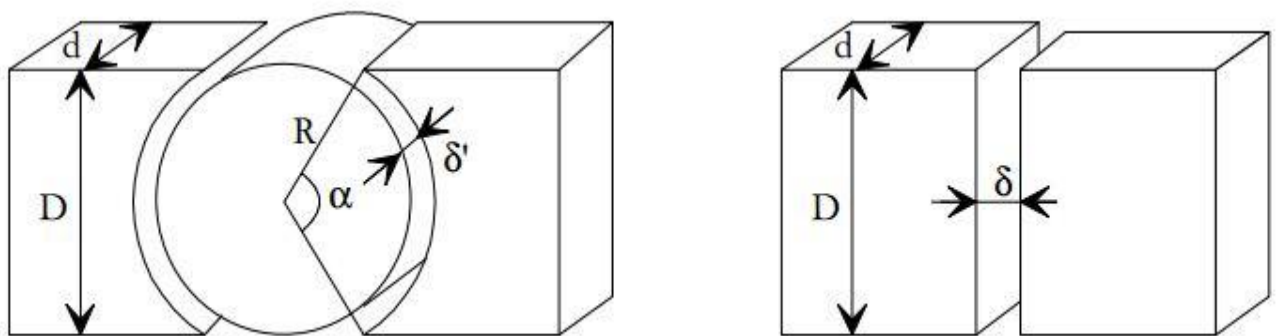
Figure(II -5) : Caractéristique externe d'une dynamo.

II.3.2- Caractéristique interne :

Elle dépend essentiellement de l'inducteur, c'est-à-dire du circuit magnétique en acier coupé par deux entrefers courbes entre lesquels tourne le rotor cylindrique, et alimenté par une bobine de caractéristiques $(n' ; R')$ parcourue par un courant I' . [8]

II.3.2.1- Réduction d'un double entrefer courbe à un entrefer droit équivalent:

Nous allons chercher à faire l'équivalence entre les deux entrefers.



Figure(II -6) : Equivalence des entrefers - dynamo.

La section droite moyenne du circuit magnétique est constante, y compris dans la partie du rotor. On a donc :

$$D \approx 2R \cdot \tan(\alpha / 2) \quad \text{avec : } \alpha = 2\pi/3$$

D'où : $D = 2R\sqrt{3}/2 = \sqrt{3}R$ II-1

La réluctance d'un entrefer courbe est :

$$= (1/\mu_0) \cdot (\delta' / \alpha \cdot R \cdot d) \quad \text{..... II-2}$$

Soit pour les deux entrefers, une réluctance totale de :

$$= (2/\mu_0) \cdot (\delta' / \alpha \cdot R \cdot d)$$

D'autre part, la réluctance de l'entrefer droit est :

$$=(1/\mu_0).(\delta/D.d)$$

On a donc :

$$\delta = ((2.D)/(\alpha.R)).\delta'$$

Pour $\alpha=2\pi/3$ et $D=\sqrt{3}.R$, on obtient :

$$\delta = \frac{2.\sqrt{3}.3}{2\pi} .\delta' \approx 1,7.\delta'$$

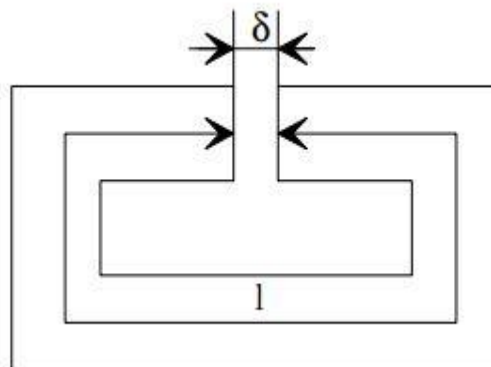
II.3.2.2- Caractéristique interne

Les deux grandeurs d'entrée sont la vitesse de rotation N et le courant dans l'inducteur I'. Le paramètre de sortie est la f.e.m. E.

La caractéristique interne s'écrit :

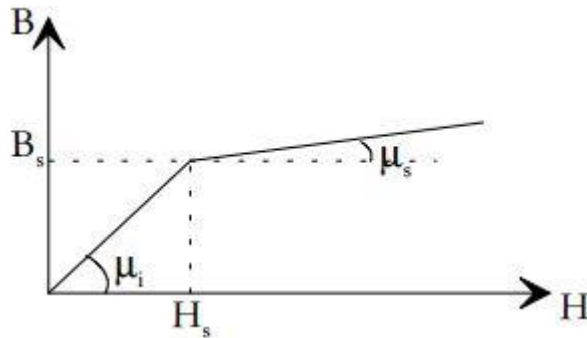
$$E(N,I') = n .N. \varphi(I')$$

Le flux est calculé dans le circuit magnétique de la figure suivante, dont la section S est considérée comme constante.



Figure(II -7) : Représentation d'un circuit magnétique à entrefer droit.

Le flux est conditionné par la relation $B=f(H)$, qui est la courbe de 1^{ère} aimantation dans l'acier.
Elle se représente sous la forme :



Figure(II -8) : Courbe de 1^{ère} aimantation dans l'acier.

Elle s'exprime sous la forme :



$$B_{ac} = B_s + \mu_s \cdot H_{ac} \text{ pour } B_{ac} > B_s$$

On applique le théorème de la conservation du flux à l'interface air - acier, d'où:

$$B_{ac} \cdot S = B_{air} \cdot S$$

Soit :

$$B_{ac} = B_{air} = B$$

A partir de cela, la théorème d'Ampère peut s'appliquer dans les deux zones de la courbe de 1^{ère} aimantation :

Branche linéaire :

$$H_{ac} \cdot l + H_{air} \cdot \delta = n \cdot I'$$

or :

$$H_{ac} = B / \mu_i \text{ et } H_{air} = B / \mu_0$$

d'où :

$$B \cdot [(1/\mu_i) + (\delta/\mu_0)] \approx B(\delta/\mu_0) = n' \cdot I' \quad (\text{car } \mu_i \approx 10^4 \cdot \mu_0 \text{ et } \delta \approx 10^2 \cdot l)$$

soit :

$$B = (\mu_0 / \delta) n' \cdot I' \quad \text{et} \quad \phi = B \cdot S$$

On obtient donc :

$$E = n \cdot N \cdot S \cdot \frac{\mu_0}{\delta} \cdot n' \cdot I'$$

Branche de saturation :

$$H_{ac} = (B_{ac} - B_s) / \mu_s = (B - B_s) / \mu_s$$

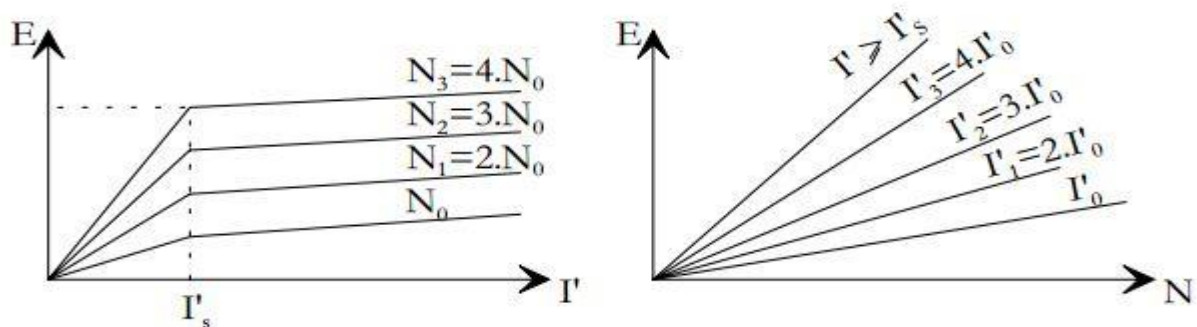
Soit dans l'équation du théorème d'Ampère :

$$\begin{aligned} \frac{B - B_s}{\mu_s} \cdot l + \frac{B}{\mu_0} \cdot \delta &= n' \cdot I' \\ B \left(\frac{l}{\mu_s} + \frac{\delta}{\mu_0} \right) &= \frac{B_s \cdot l}{\mu_s} + n' \cdot I' \\ B \left(1 + \frac{\mu_s}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l} \right) &= B_s + \frac{\mu_s}{l} \cdot n' \cdot I' \end{aligned}$$

d'où :

$$E = \frac{n \cdot N \cdot S}{1 + \frac{\mu_s}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l}} \cdot \left[B_s + \frac{\mu_s}{l} \cdot n' \cdot I' \right] \approx n \cdot N \cdot S \cdot \left[B_s + \frac{\mu_s}{l} \cdot n' \cdot I' \right]$$

D'où le réseau de caractéristique $E(I'; N)$ suivant :



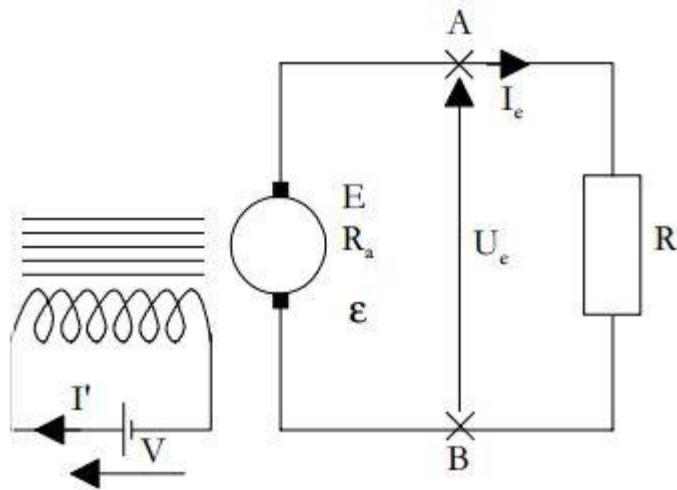
Figure(II -9) : Caractéristique interne d'une dynamo.

II.3.3- Caractéristiques externes

II.3.3.1-Dynamo à excitation séparée

Caractéristique en charge à vitesse constante

La caractéristique externe est la relation $(U_e ; I_e)$ mesurable aux bornes de connexion externes du système, **A** et **B**. Dans cette configuration, le courant induit **I** est le même que le courant délivré par la dynamo I_e .



Figure(II -10) : Dynamo à excitation séparée.

L'inducteur est alimenté séparément, il n'est pas connecté sur la sortie de l'induit. Du côté de la dynamo, la d.d.p. U_e vue en AB résulte de la f.e.m. E donnée par la caractéristique interne, diminuée, lorsqu'il y a un courant I_e , de la chute de tension dans la résistance interne de l'induit R_a et de la f.c.e.m. de réaction d'induit ϵ .

$\epsilon (I_e)$ résulte du fait que, en présence d'un courant d'induit $I = I_e$, le plan de commutation et le plan neutre différent d'un angle α . Le flux qui intervient dans la formule n'est plus ϕ_M mais $\phi_M \cdot \cos(\alpha)$, avec $\alpha = K \cdot I_e$.

Comme α reste proche de zéro, on peut écrire :

$$\phi_M \cdot \cos(\alpha) \approx \phi_M \cdot (1 - (\alpha^2/2)) = \phi_M - \phi_M \cdot K^2 \cdot I_e^2 / 2 \quad \text{avec } K = \mu \cdot n / l$$

et:

$$E = n \cdot N \cdot \phi(I') = n \cdot N \cdot \phi_M(I') - n \cdot N \cdot \phi_M(I') \cdot K^2 \cdot I_e^2 / 2 = E_{\text{à vide}} - \epsilon(I_e)$$

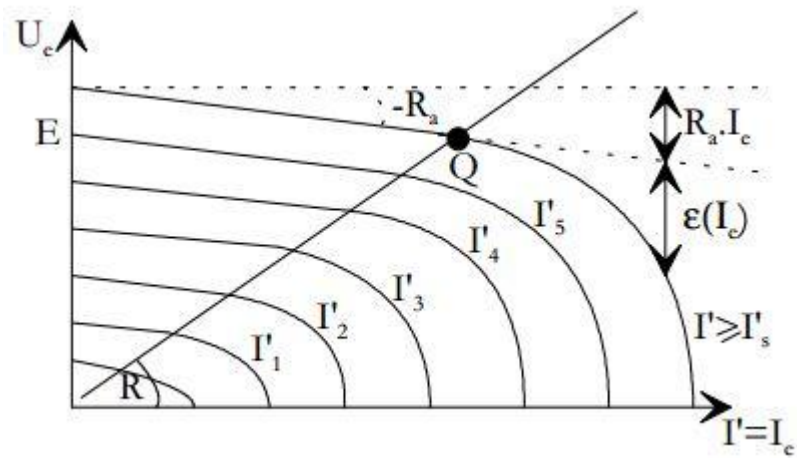
Avec : $E_{\text{à vide}} = n \cdot N \cdot \phi_M$, caractéristique interne (pour $I_e = 0$)

$$\epsilon(I_e) = n \cdot N \cdot \phi_M(I') \cdot K^2 \cdot I_e^2 / 2, \text{ f.c.e.m. de reaction d'induit.}$$

On donc pour définir la dynamo à excitation séparée

$$U_e = E_{\text{à vide}} - R_a \cdot I_e - \varepsilon(I_e) = E(I') - R_a \cdot I_e - \varepsilon(I', I_e^2)$$

Pour définir la droite de charge, on a l'équation $U_e = R \cdot I_e$, ce qui nous donne le point de fonctionnement Q.



Figure(II -11) : Caractéristique externe d'une dynamo.

Grandeurs nominales

Les grandeurs essentielles disponibles sur la plaque signalétique d'une machine sont par exemple :

Tableau.(II -1): Grandeurs nominales

Puissance nominale	3 Kw
Tension nominale	220 V
Vitesse de rotation	1500 tr/min
Courant d'excitation	1 A
Température de fonctionnement	60 °C

De là, on peut notamment déduire l'intensité du courant nominal :

$$I_{\text{nom}} = P_{\text{nom}} / U_{\text{nom}} = 13,6 \text{ A}$$

La puissance maximale que peut débiter la machine est de l'ordre de

$$4/3 \cdot P_{\text{nom}}$$

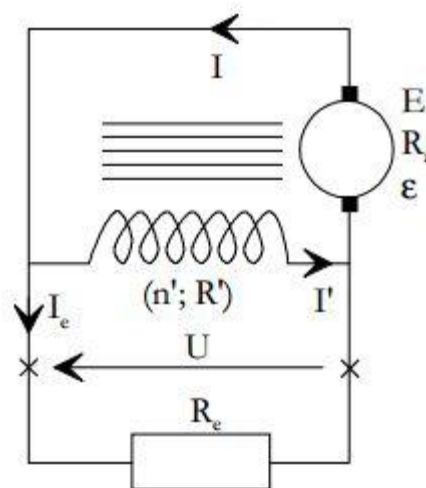
Le rendement de la dynamo est généralement très bon (de l'ordre de 90%) et s'exprime comme :

$$\eta = \text{Puissance fournie} / \text{Puissance reçue}$$

$$= U_e \cdot I_e / (2\pi \cdot N \cdot \Gamma + V \cdot I') = U_e \cdot I / ([E - \epsilon(I)] \cdot I + V \cdot I')$$

II.3.3.2- Dynamo à excitation shunt

L'inducteur, l'induit et la charge extérieure sont placés en parallèle. On a donc : $I = I' + I_e$



Figure(II -12) : Dynamo à excitation série.

Fonctionnement à vide : On étudie d'abord le fonctionnement à vide, c'est-à-dire sans charge extérieure ($R_e \rightarrow \infty$).

On a donc : $I = I'$

De plus, l'inducteur est dimensionné pour consommer le minimum de courant. C'est-à-dire que le nombre de spires est le plus grand possible afin de diminuer le courant, car : $H \cdot l = n' \cdot I'$. On fonctionne donc à courant I faible, ce qui nous permet de négliger ϵ , la force contre électromotrice de réaction d'induit, d'où : $I = I' = E(I') / (R_a + R')$

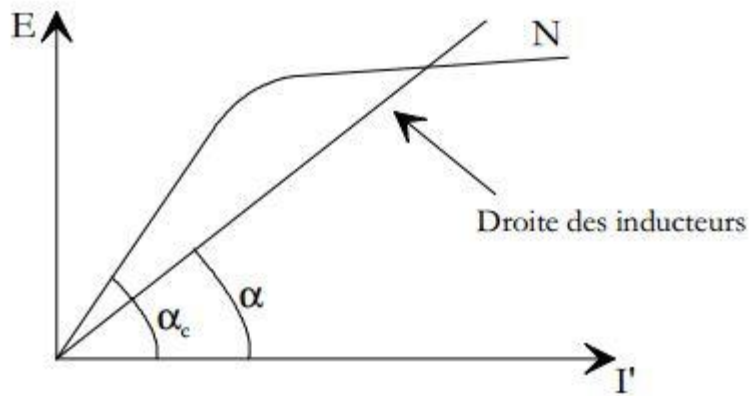


Figure (II -13) : Caractéristique à vide d'une dynamo à excitation shunt.

Grâce à la caractéristique interne de la dynamo, on obtient alors le courant ($I = I'$) par l'intersection de la courbe $E(I')$ et de la droite de charge $(R_a + R')$. Cette intersection n'existe que si $\alpha < \alpha_c$, c'est-à-dire :

$$R_a + R' < \tan(\alpha_c)$$

La dynamo shunt ne peut fonctionner que si la somme des résistances d'induit et d'inducteur est inférieure à une valeur critique.

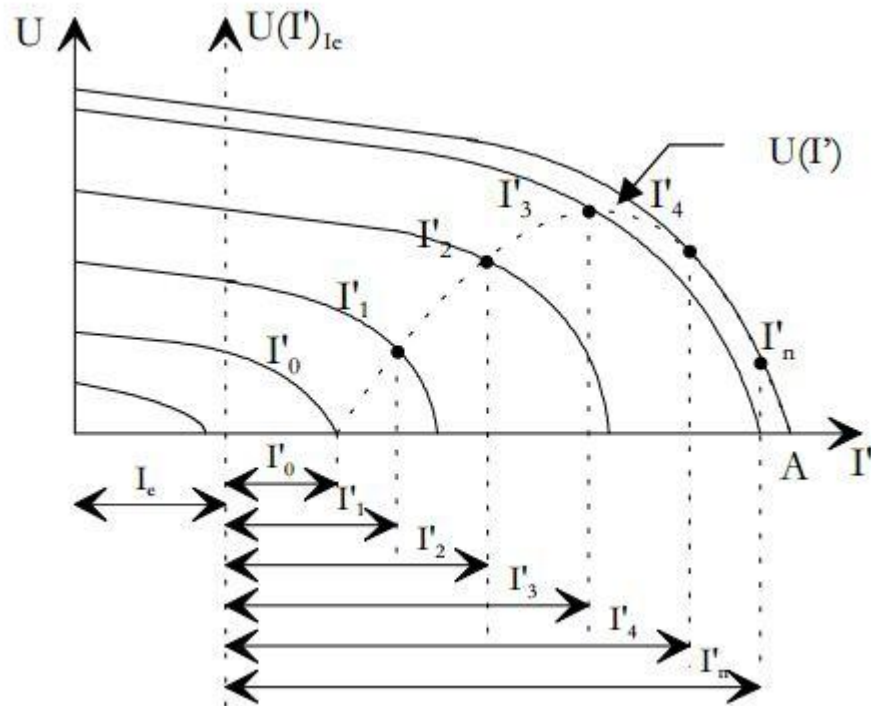
Fonctionnement en charge : Le fonctionnement est régi par les équations suivantes :

$$\begin{cases} I = I' + I_e \\ U = E(I' ; I ; N) - R_a \cdot I - \epsilon(I) \end{cases}$$

Cette équation est la même que pour la dynamo à excitation séparée en charge. L'équation de la droite de charge est la suivante :

$$U = R_e \cdot I_e$$

On va commencer par tracer le réseau de caractéristiques à excitation séparée $U(I)$ pour diverses valeurs de I' , c'est-à-dire du flux d'induction Φ , et pour la vitesse de rotation N que l'on veut utiliser.



Figure(II -14) : Caractéristique externe d’une dynamo à excitation shunt.

Puis, on se fixe une valeur de I_e , ce qui définit, pour une caractéristique donnée, paramétrée en I' , la valeur $I = I' + I_e$ correspondante. A partir de cette valeur de I_e , les abscisses peuvent être représentées non plus en I mais en I' . Les ordonnées correspondantes sur les courbes de réseau, ayant même paramètre I' , vérifient donc les deux relations :

$$\begin{cases} I = I' + I_e \\ U = E - R_a \cdot I - \epsilon(I) \end{cases}$$

Ces ordonnées permettent alors de tracer une courbe $U(I')$ pour un I_e donné. Il est à noter qu’à partir de $I' \geq I'_s$, les caractéristiques se confondent.

Si maintenant, nous donnons dans cette caractéristique des valeurs variables de I_e , nous pouvons construire un réseau de courbes $U(I')$ paramétrées en I_e . D’autre part, U et I' sont liés par la relation de chute de tension dans la résistance R' de l’inducteur, soit :

$$U = R' \cdot I'$$

L'intersection de cette droite de charge avec la courbe paramétrée I_e du réseau $U(I')$ fournit un couple de valeurs $(U ; I_e)$. En fait, il faut étudier l'allure des courbes du réseau $U(I')_{I_e}$. Cette allure est donnée par la courbe en pointillé $U(I')_{I_e}$ de la figure précédente. On obtient alors un réseau qui est en quelque sorte limité vers la droite par la courbe $U(I)$ pour $I' \geq I_s$, et dont les courbes se rapprochent d'autant plus du point A que I_e est plus grand.

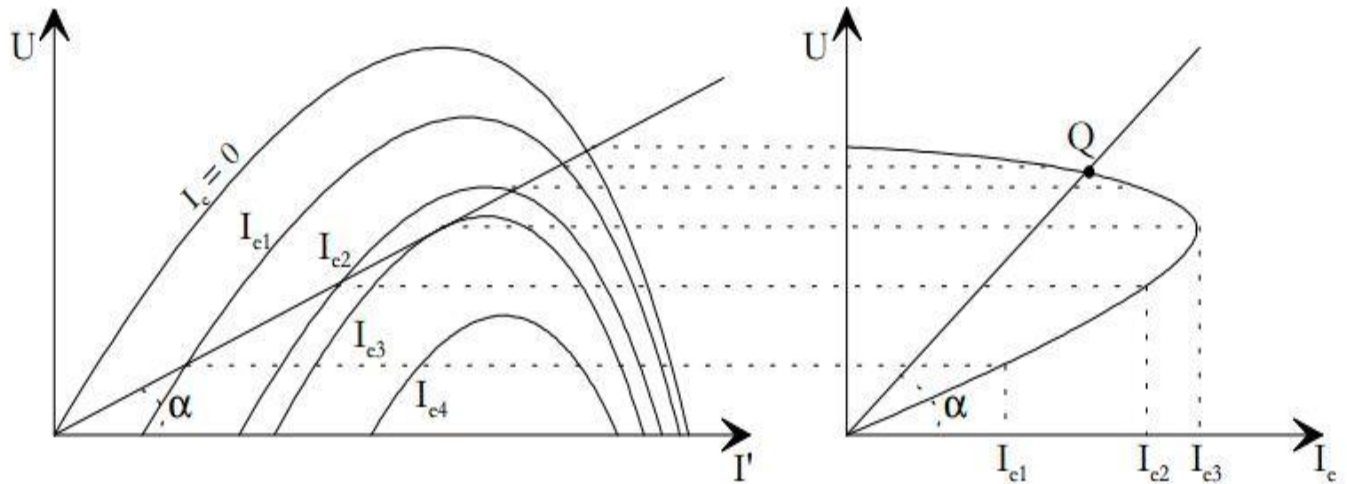


Figure (II -15): Caractéristique externe d'une dynamo à excitation shunt.

La droite de charge peut avoir aucune, une ou plusieurs intersections avec les courbes du réseau. A partir de ces intersections, on peut construire la courbe $U = f(I_e)$, obtenue pour la valeur R' de la résistance d'inducteur. Le point de fonctionnement est ensuite obtenu par l'intersection de la droite de charge extérieure $U = R_e \cdot I_e$, avec cette caractéristique externe.

La partie inférieure de cette courbe n'est en principe pas utilisée car elle est instable. En effet, une augmentation de I_e entraîne une augmentation de U qui à son tour augmente I_e , jusqu'à ce que l'on atteigne I_{e3} (dans notre cas). Une diminution conduirait au point 0. A contrario, la branche supérieure de la courbe est stable.

La dynamo shunt fournit donc une tension relativement indépendante de la charge, lorsque la charge est comprise $\infty > R_e > R_{\min}$, avec dans notre cas, R_{\min} égale à :

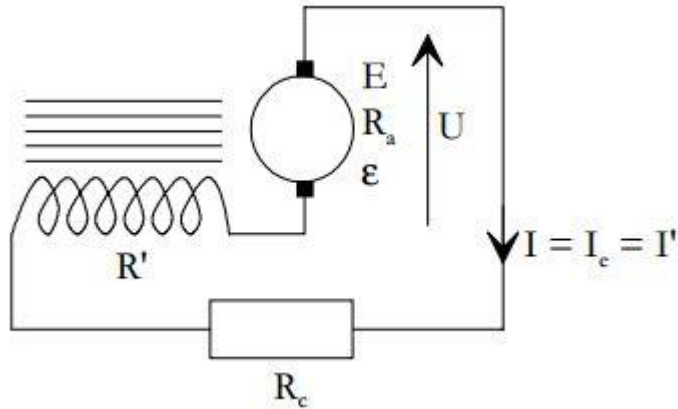
$$R_{\min} = U / I_{e3}$$

Rendement : Le rendement s'exprime de la manière suivante :

$$\eta = U \cdot I_e / 2\pi \cdot N \cdot \Gamma = U \cdot I_e / [E - \epsilon(I)] \cdot I$$

II.3.3.3- Dynamo à excitation série

Le schéma de câblage d'une dynamo à excitation série est le suivant :



Figure(II -16): Dynamo à excitation série.

Ce montage est caractérisé par $I = I' = I_e$.

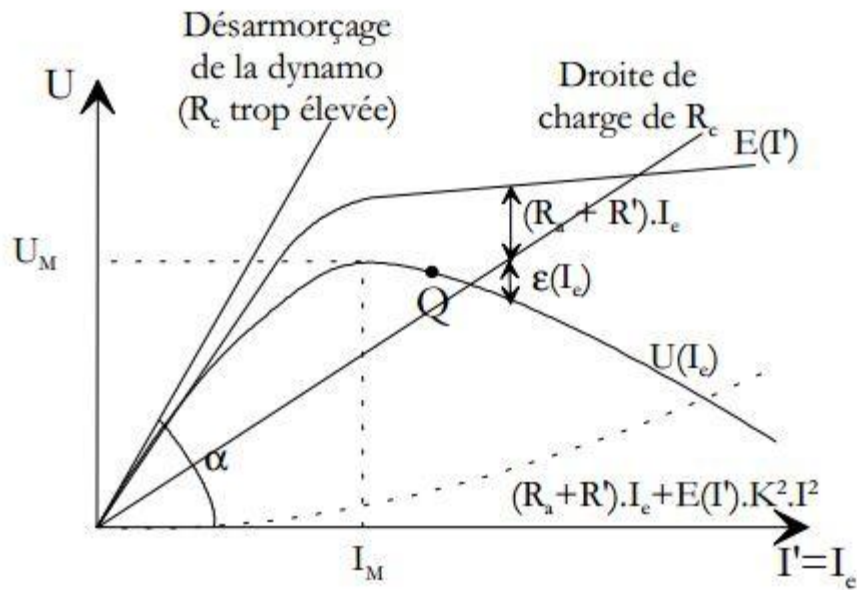
Remarque : à vide, le courant étant nul, le flux est nul. Cette dynamo ne fonctionne pas à vide.

Cette dynamo possède un inducteur avec un nombre de spires moins important que les dynamos précédentes, mais avec un fil de plus grosse section puisqu'il est parcouru par le courant de l'induit.

La force électromotrice de la dynamo s'obtient comme la caractéristique à vide $E(I')$ de la dynamo à excitation séparée, dont l'inducteur est alimenté par le courant $I' = I$.

La caractéristique externe $U(I_e)$ s'obtient en soustrayant de la courbe $E(I')$, qui est aussi dans ce cas $E(I)$ ou $E(I_e)$, la chute de tension dans les résistances d'induit et d'inducteur, et la réaction d'induit, soit :

$$(R_a + R') \cdot I_e + E(I') \cdot k^2 \cdot I^2$$



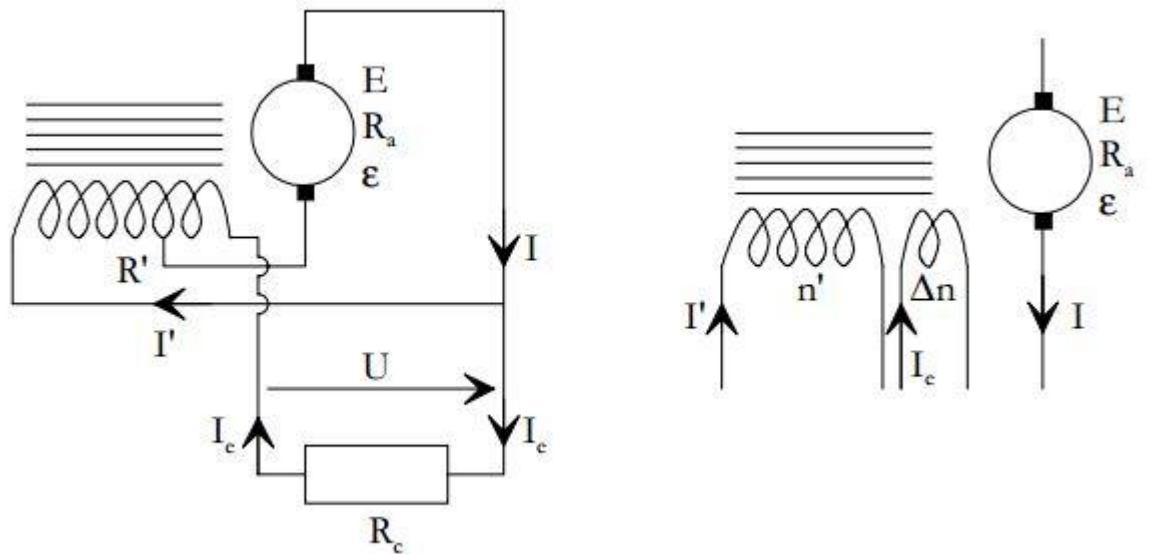
Figure(II -17): Caractéristique externe de la dynamo à excitation série.

Le montage ne fonctionne que pour $R_c < \tan(\alpha)$, α étant l'angle de la pente à l'origine de la courbe $U(I_e)$. Le fonctionnement est instable pour un courant inférieur à I_M , soit pour :

$$R_c < U_M / I_M$$

II.3.3.4- Dynamo à excitation « compound » ou compensée

Le schéma d'une dynamo « compound » est donné à la figure ci-dessous. Elle comporte un enroulement principal shunt et un enroulement de compensation de quelques spires en série. Avec ce dispositif, on s'efforce d'améliorer la caractéristique globale $U(I_e)$ de façon à rendre U sensiblement indépendant de I_e sur une large gamme de valeurs. La pente moyenne légèrement négative de la caractéristique shunt $U(I_e)$ est compensée par la pente positive du début de la caractéristique série.



Figure(II -18): Dynamo à excitation « compound ».

Pour aborder le problème, supposons indépendants au départ, les courants I' , I et le courant de compensation I_e . Le flux inducteur ϕ va être créé par les deux forces magnétomotrices $(n' \cdot I')$ et $(\Delta_n \cdot I_e)$ agissant en série sur le circuit magnétique de réluctance $R=1 / \mu \cdot S$. On a donc :

$$\phi = (1 / \mu)(1 / S) \cdot B \cdot S = H \cdot l = n' \cdot I' + \Delta_n \cdot I_e$$

d'où :

$$H = (n' \cdot I' + \Delta_n \cdot I_e) / l$$

Si l'on veut utiliser la caractéristique d'excitation indépendante à vide, il faut utiliser la coordonnée I' . il faut donc écrire la transformation qui permet le passage de H à I' . On a, par la présence de l'enroulement de compensation parcouru par I_e , l'équivalent d'un accroissement $\Delta I'$ du courant I' . On obtient alors:

$$I' + \Delta I' = l \cdot H / n' = I' + (\Delta_n / n') \cdot I_e$$

A cet accroissement $\Delta I'$ correspond, sur la caractéristique d'excitation indépendante à vide, un accroissement :

$$\Delta E = (dE / dI')_E \cdot \Delta I'$$

Posons $K = (dE / dI')_E$, la pente de la caractéristique au point de coordonnées $(E ; I')$. On a :

$$\Delta E = K \cdot \Delta I' = K \cdot (\Delta n / n') \cdot I_e$$

La caractéristique à excitation séparée en charge, s'écrit maintenant :

$$U = E(I') + \Delta E - \epsilon(I') - R_a \cdot I$$

$$U = E(I') + K \cdot (\Delta n / n') \cdot I_e - E(I') \cdot k^2 \cdot I^2 - R_a \cdot I$$

Imposons maintenant, les conditions qui régissent la dynamo compound. Nous avons:

$$I = I_e \quad I = I' + I_e \quad \rightarrow \quad I_e = I - I'$$

Si on admet que la chute de tension est négligeable dans les quelques spires série de compensation, on a :

$$I' = U / R' \quad \text{et} \quad I_e = U / R_e$$

En remplaçant dans l'expression de U (excitation séparée), on obtient :

$$U = E(I') + K \cdot (\Delta n / n') \cdot (I - I') - E(I') \cdot K^2 \cdot I^2 - R_a \cdot I$$

$$U = \left\{ E(I') - K \cdot (\Delta n / n') \cdot I' \right\} + \left\{ K \cdot (\Delta n / n') \cdot I - E(I') \cdot K^2 \cdot I^2 - R_a \cdot I \right\}$$

Cette expression est constituée d'un premier groupe de deux termes indépendant de I'. Or si l'on admet que l'on a réalisé une source de compensation, U doit être constant et donc que I' = U / R' est aussi constant. Ce premier groupe est donc constant. Pour le second groupe, I (I = I' + I_e) varie de la valeur I' jusqu'à I' + I_e_max, I_e variant de 0 à une valeur limite I_e_max, ce qui définit la plage où l'on veut la constance de U. Il est alors intéressant de réécrire ce groupe en faisant apparaître I_e:

$$\left\{ K \cdot (\Delta n / n') \cdot I' - E(I') \cdot K^2 \cdot I^2 - R_a \cdot I' \right\} + \left\{ K \cdot (\Delta n / n') \cdot I_e - E(I') \cdot K^2 \cdot I_e^2 - 2E(I') \cdot K^2 \cdot I' \cdot I_e - R_a \cdot I_e \right\}$$

Le premier groupe est constant, car I' est constant. Tandis que le second groupe dépend de I_e. Posons la fonction G(I_e) égale à :

$$G(I_e) = E(I') \cdot K^2 \cdot I_e^2 + 2E(I') \cdot K^2 \cdot I' \cdot I_e + R_a \cdot I_e$$

I_e varie de 0 à $I_{e \max}$. Pour $I_{e \max}$, la fonction $G(I_e)$ prend la valeur :

$$G(I_{e \max}) = E(I') \cdot K^2 \cdot I_{e \max}^2 + 2E(I') \cdot K^2 \cdot I' \cdot I_{e \max} + R_a \cdot I_{e \max}$$

La plage de variation envisagée de $G(I_e)$ ne s'éloignera pas beaucoup de la droite :

$$G(I_e) = (G(I_{e \max}) / I_{e \max}) \cdot I_e$$

Si l'on pose :

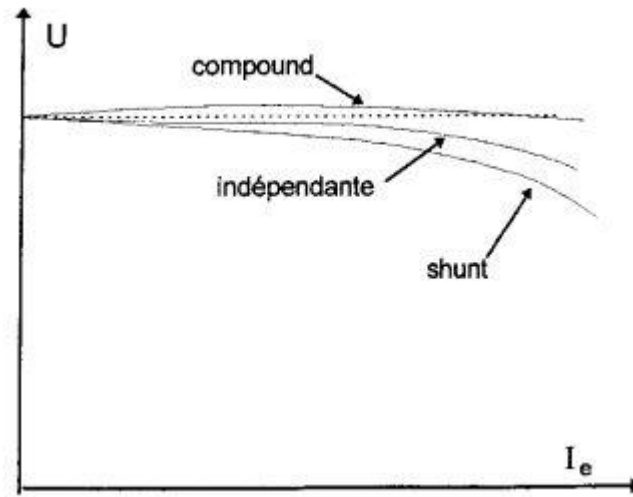
$$K \cdot \Delta n / n' = G(I_{e \max}) / I_{e \max}$$

On réalisera une très bonne compensation pour :

$$\Delta n = (n' / K) \cdot (G(I_{e \max}) / I_{e \max})$$

II.3.3.5- Comparaisons

Pour résumé suivant le mode d'excitation, on obtient les caractéristiques suivantes :



Figure(II -19): Comparaisons des caractéristiques en charge suivant le mode d'excitation.

II.4- Moteurs à courant continu

II.4.1- Caractéristiques interne et externe

La caractéristique interne de la machine est toujours $E(I' ; N)$, mais cette fois, $E(I' ; N)$ est la f.c.e.m. développée par l'induit en rotation dans l'inducteur. La tension E s'oppose à la tension d'alimentation U . [8]

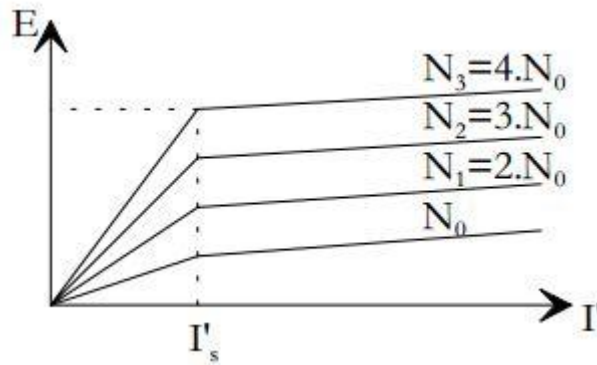
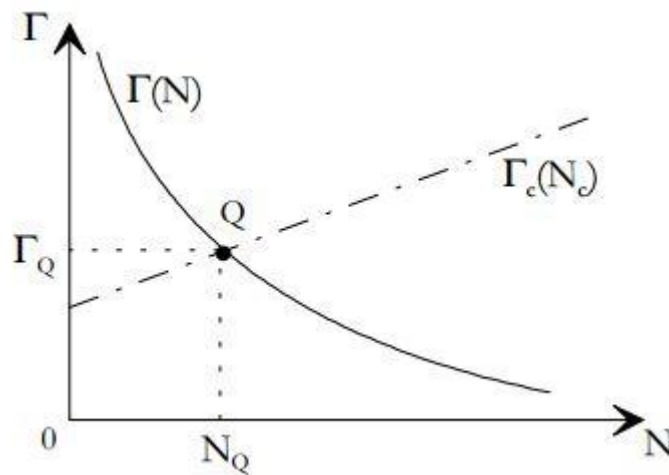


Figure (II -20): Caractéristique interne d'un moteur à courant continu.

Par contre maintenant, les grandeurs de sortie ne sont plus U et I_e comme pour la génératrice, mais le couple Γ et la vitesse de rotation N . La caractéristique externe est donc $\Gamma(N)$.

L'intersection de cette caractéristique externe du moteur avec la caractéristique $\Gamma_c(N_c)$ de la charge mécanique à entraîner, donnera le point de fonctionnement.



Figure(II -21): Caractéristique externe d'un moteur à courant continu.

Le couple a pour expression :

$$\Gamma = (n \cdot \varphi(I') \cdot I) / 2\pi$$

avec I , le courant dans l'induit, et I' , le courant dans l'inducteur.

L'induit est caractérisé par sa f.c.e.m. $E(I'; N) = n \cdot N \cdot \varphi(I')$, et par sa résistance interne R_a . D'autre part, on peut soit compenser, soit négliger la f.c.e.m. de réaction d'induit $\varepsilon(I; I')$.

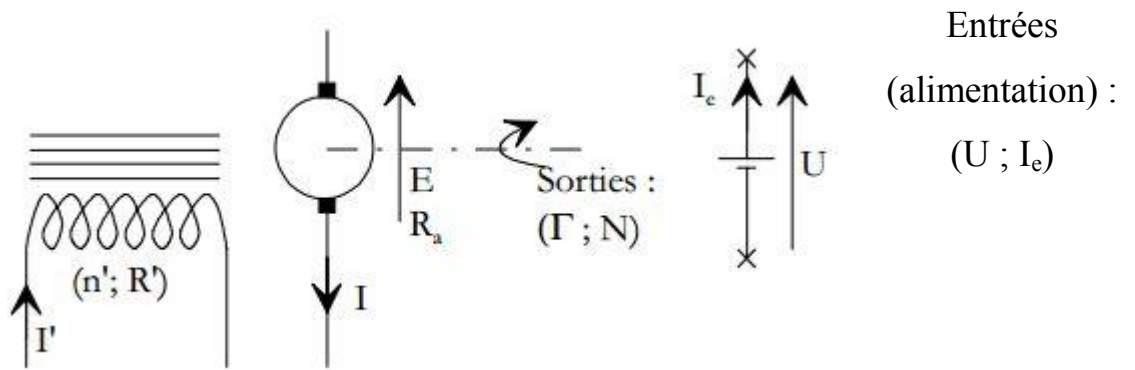


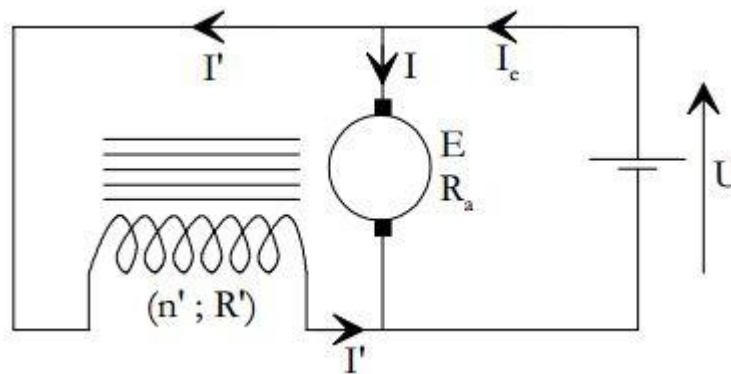
Figure (II -22): Schéma équivalent d'un moteur à courant continu.

La caractéristique externe $\Gamma(N)$ sera différente selon les conditions d'alimentation de l'inducteur.

II.4.2- Moteurs à excitation séparée ou à excitation shunt

II.4.2.1- Régime établi

Le schéma de câblage est le suivant :



Figure(II -23): Moteur à courant continu - excitation shunt.

Dans les deux cas, une tension U (ou $U' \neq U$ dans le cas du moteur à excitation séparée) constante est appliquée à l'inducteur et y génère le courant $I' = U / R'$

et par suite le flux $\varphi(I') = \varphi = \text{cte}$. On a :

$$E = n \cdot N \cdot \varphi = U - R_a \cdot I$$

d'où :

$$I = (U - n \cdot N \cdot \phi) / R_a \quad (1)$$

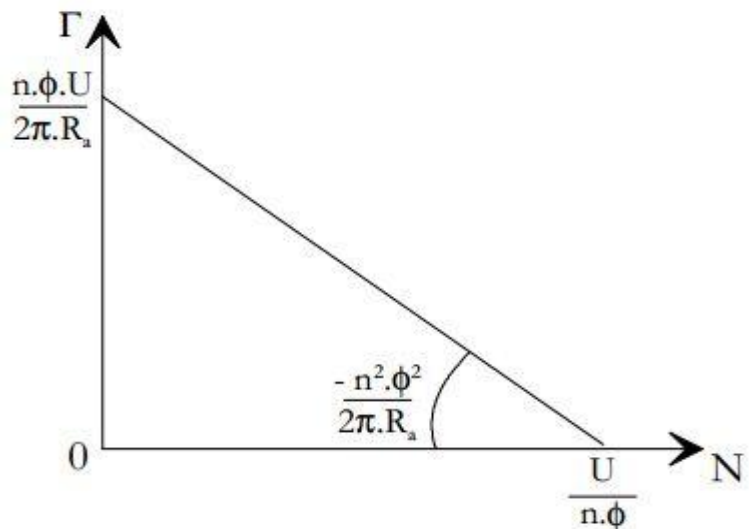
et $N = (U - R_a \cdot I) / (n \cdot \phi) \quad (2)$

De plus : $\Gamma = (n \cdot \phi \cdot I) / 2\pi$

d'où :

$$\Gamma = (n \cdot \phi) / (2\pi \cdot R_a) \cdot U - (n^2 \cdot \phi^2) / (2\pi \cdot R_a) \cdot N$$

On obtient alors la caractéristique externe suivante :



Figure(II -24): Caractéristique externe d'un moteur à courant continu - excitation shunt.

II.4.2.2- Démarrage

Le courant I en fonctionnement normal s'écrit sous la forme :

$$I = (U - E) / R_a$$

La résistance R_a est très faible, de l'ordre de 1Ω .

A l'instant de démarrage, on a $E = n \cdot N \cdot \phi$ ($I' = 0$) parce que $N = 0$. On aurait donc un courant de démarrage I_d très grand si on ne le limitait pas par un rhéostat de démarrage R_d , tel que :

$$I_d = U / (R_a + R_d)$$

R_d est calculée pour donner cependant le couple de démarrage souhaité, c'est-à-dire :

$$\Gamma_d = (n \cdot \phi \cdot I_d) / 2\pi = (n \cdot \phi \cdot U) / (2\pi \cdot (R_a + R_d))$$

Remarque : si le circuit inducteur est rompu, l'équation (1) montre que le courant passe brutalement à une valeur très grande, et l'équation (2) indique que N passe à l'infini, d'où emballement du moteur et destruction de l'induit. C'est la raison du circuit de protection réalisé par le relais électromagnétique. Une rupture du courant inducteur entraîne automatiquement le retour du rhéostat de démarrage en position « 0 », et la coupure du courant d'induit.

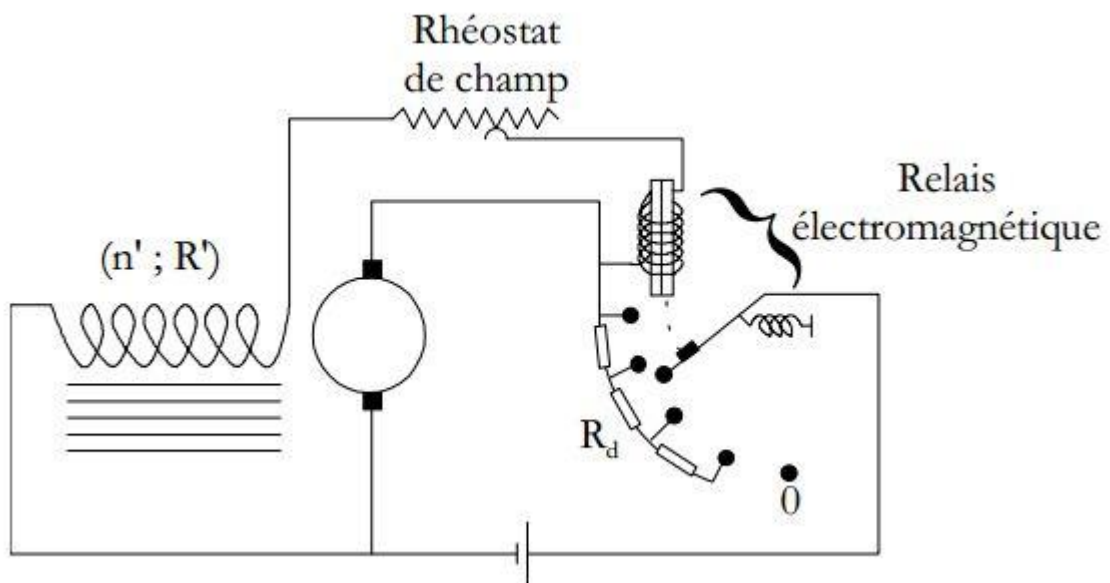


Figure (II -25): Câblage d'un moteur à courant continu avec rhéostat de démarrage - excitation shunt .

II.4.3- Moteur à excitation série

Le schéma de câblage est le suivant :

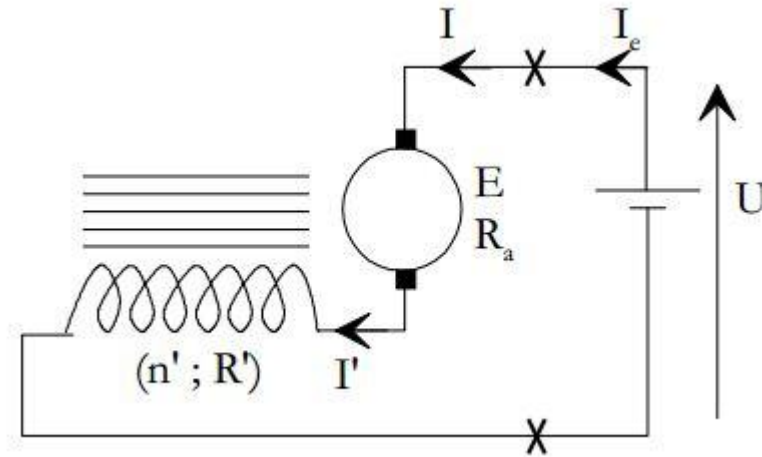


Figure (II -26): Moteur à courant continu - excitation série.

On a $I_e = I = I'$. Le flux inducteur dépend alors de I et se caractérise sous la forme suivante :

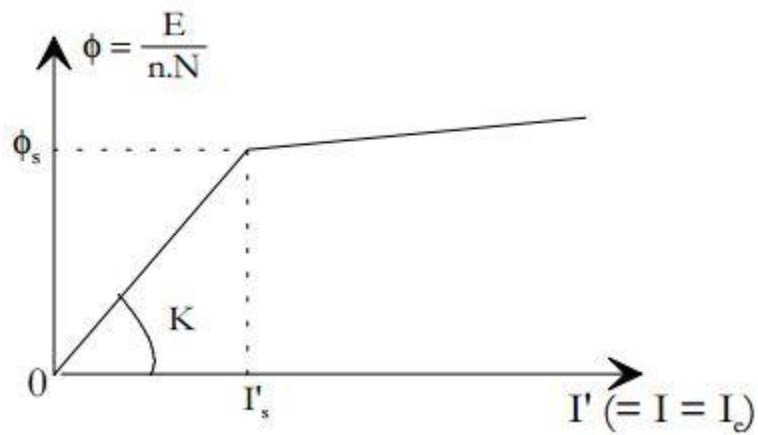


Figure (II -27): Variation du flux en fonction du courant - moteur à courant continu, excitation série.

Avec $K = (\mu_0 / \delta) \cdot n' \cdot S$

On a donc une zone linéaire à faible courant :

$$\Phi = K \cdot I$$

et une zone saturée à fort courant :

$$\varphi \approx \varphi_s$$

Ces deux zones nous conduisent aux expressions suivantes pour la vitesse de rotation et le couple :

Faibles courants :

$$\text{on a : } E = n \cdot N \cdot \varphi = U - R_a \cdot I \quad \text{et } \Gamma = (n \cdot \varphi \cdot I) / 2\pi$$

$$N = (U - (R_a + R') \cdot I) / (n \cdot K \cdot \varphi) \quad (1')$$

$$\Gamma = ((n \cdot K) / 2\pi) \cdot I^2 = ((n \cdot K) / 2\pi) \cdot U^2 / (n \cdot N \cdot (K + R_a + R'))^2 \quad (2')$$

Forts courants:

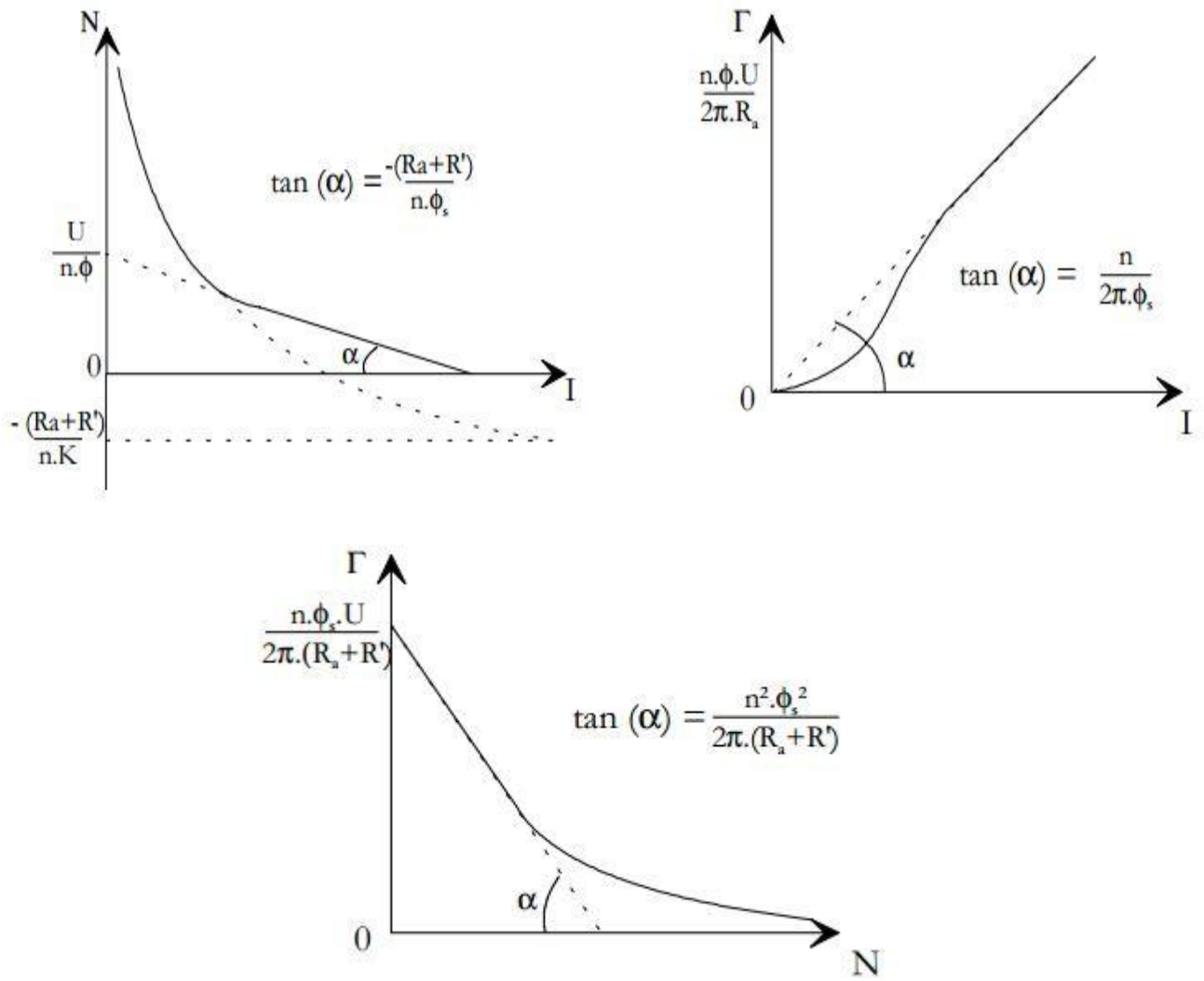
$$N = (U - (R_a + R') \cdot I) / (n \cdot \varphi_s) \quad (1'')$$

$$\Gamma = ((n \cdot \varphi_s) / 2\pi) \cdot I = ((n \cdot \varphi_s) / (2\pi \cdot (R_a + R'))) \cdot (U - n \cdot N \cdot \varphi_s) \quad (2'')$$

On remarque que les forts courants correspondent aux faibles vitesses ($K \cdot I \leq \varphi_s$) (équation 1'') et que dans ce cas, pour la vitesse $N = 0$, le courant est limité par les résistances d'induit et d'inducteur à :

$$I_d = U / (R_a + R')$$

Néanmoins, pour $I = 0$, la vitesse N va d'abord tendre vers l'infini (équation 1'). Le moteur à excitation série s'emballe lorsque I tend vers zéro, c'est-à-dire lorsque $\Gamma = \Gamma_c$ tend vers zéro (équation 2'). Le moteur série s'emballe donc à vide. Par contre, il permet d'obtenir des couples non négligeables à des vitesses élevées.



Figure(II -28): Caractéristiques externes - moteur à courant continu, excitation série.

Faibles courants :

$$\Gamma = ((n \cdot K) / 2\pi) \cdot [U/n \cdot N \cdot K - (R_a + R')]^2$$

Forts courants :

$$\Gamma = (n \cdot \phi_s) / 2\pi \cdot ((U - n \cdot N \cdot \phi_s) / (R_a + R'))$$

II.4.4- Moteur à excitation « compound »

Le schéma de câblage est présenté à la figure suivante. Deux montages sont possibles selon que les spires sont bobinées dans le même sens ou en sens inverse par rapport aux spires shunt. On aura selon le cas, un flux additionnel ou un flux différentiel.

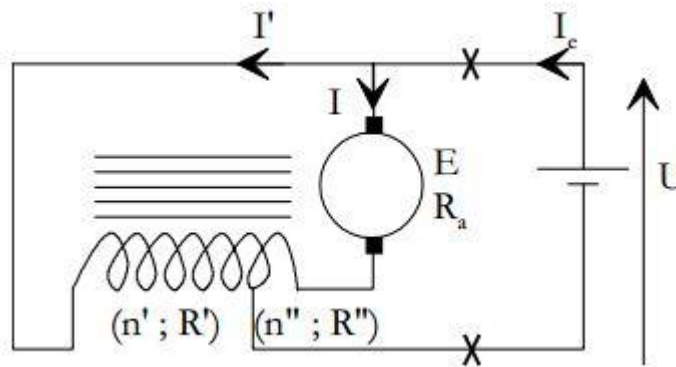


Figure (II -29): Moteur à courant continu - excitation « compound ».

II.4.4.1- Flux additionnels

La bobine série qui produit le flux $\phi_2 = KI$, est bobinée dans le même sens que la bobine shunt qui crée un flux ϕ_1 constant, car $I' = U/R'$

Deux cas sont à étudier :

Courant I faible, on a : $\phi_2 = KI \ll \phi_1$, d'où :

$$N \approx (U - (R_a + R'') \cdot I) / (n \cdot \phi_1) \quad ;$$

$$\Gamma = ((n \cdot \phi_1) / 2\pi) \cdot I = (n \cdot \phi_1 / (2\pi \cdot (R_a + R''))) \cdot (U - n \cdot N \cdot \phi_1)$$

Lorsque I tend vers 0, alors N tend vers $N \rightarrow U / (n \cdot \phi_1)$.

Courant I fort, on a : $\phi = \phi_1 + KI \rightarrow \phi_s$, d'où :

$$N = (U - (R_a + R'') \cdot I) / (n \cdot \phi_s) \quad ;$$

$$\Gamma = ((n \cdot \phi_s) / 2\pi) \cdot I = (n \cdot \phi_s / (2\pi \cdot (R_a + R''))) \cdot (U - n \cdot N \cdot \phi_s)$$

On obtient alors la caractéristique externe suivante :

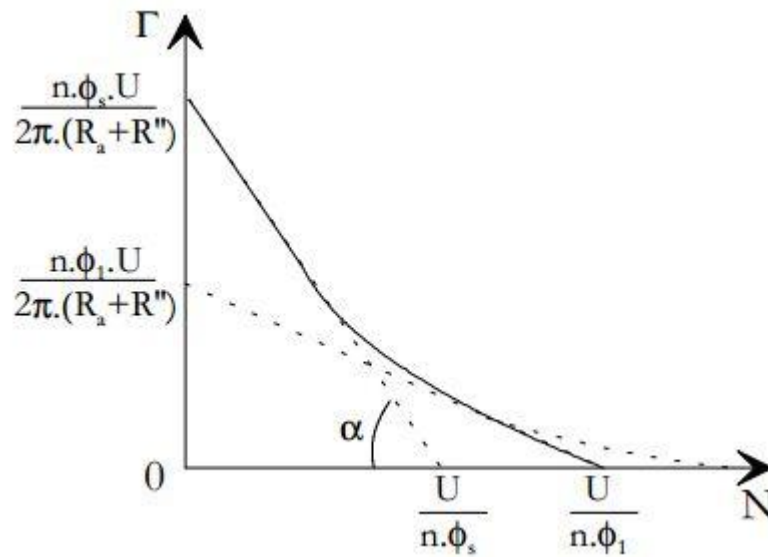


Figure (II -30): Caractéristique externe - moteur à courant continu à excitation compound additionnel.

II.4.4.2 - Flux différentiels

Les bobinages série et shunt sont maintenant en sens inverse. On a donc ϕ_2 qui se retranche à ϕ_1 , soit :

$$N = \frac{U - (R_a + R'') \cdot I}{n \cdot \phi_1 - n \cdot K \cdot I} = \frac{U(1 - ((R_a + R'')/U) \cdot I)}{n \cdot \phi_1(1 - K \cdot I / \phi_1)}$$

Si on choisit : $K = \phi_1 \cdot (R_a + R'') / U$, on obtient :

$$N = U / (n \cdot \phi_1)$$

La vitesse est alors indépendante du courant, on a donc un effet d’auto-régulation de la vitesse.

De plus, la charge mécanique s’écrit :

$$\Gamma = (n / 2\pi) \cdot (\phi_1 - K \cdot I) \cdot I = \Gamma_c$$

II.4.5- Caractéristiques d’utilisation des moteurs à courant continu

En comparant les trois modes d’excitation, on obtient donc les paramètres suivants :

Moteur série : Son couple est très élevé au démarrage, par contre, à vide, il s’emballe ($N \rightarrow \infty$). On utilisera ce moteur pour la traction ou des appareils de levage.

Moteur shunt : La vitesse dépend peu de la charge mais le couple au démarrage est moins élevé. Ce moteur ne s’emballe pas à vide et tend vers $N = U / (n \cdot \phi_s)$. On utilisera ce moteur dans un atelier, ou comme moteur d’ascenseur. Ce moteur peut fonctionner directement en génératrice, d’où la possibilité de récupération d’énergie, par exemple, lors de la descente de l’ascenseur.

Moteur compound différentiel : Sa vitesse est rigoureusement indépendante de la charge, $N = U / (n \cdot \phi_1)$.

Moteur compound additionnel : Il possède un couple important sans risque d’emballement à vide. C’est un moteur qui supportera des travaux par « à coup », tel que les laminoirs, pompes, etc.

II.5- Modélisation d’un moteur à courant continu

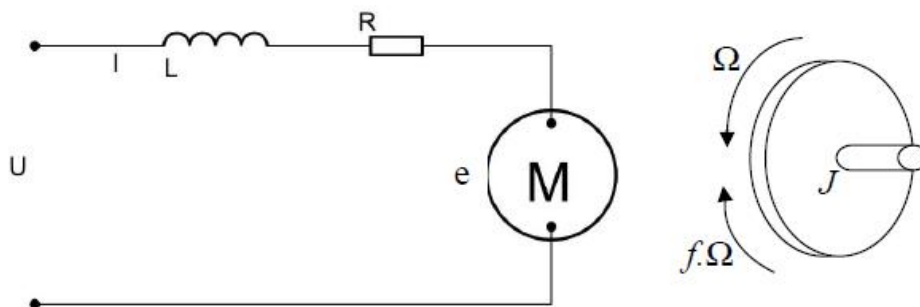


Figure (II -31): Schéma équivalent d’un moteur à courant continu

Selon le schéma de la (figure. II.32), un moteur électrique à courant continu est régi par les équations physiques découlant de ses caractéristiques électriques, mécaniques et magnétiques. [9]

D’après la loi de Newton, combiné à des lois de Kirchhoff, On peut écrire les équations différentielles de premiers ordres suivantes :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$$

$$e(t) = K_e \Omega(t)$$

D'après le principe fondamental de la dynamique on a :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_u - C_r$$

$$C_u = K_c i(t) - C_p$$

$$C_r = f \Omega(t)$$

$u(t)$: Tension appliquée au moteur

$e(t)$: Force contre électromotrice

$i(t)$: Intensité traversant le moteur

$\Omega(t)$: Vitesse de rotation du rotor

C_u : Couple moteur généré

C_r : Couple résistant

f : Coefficient de frottement visqueux

J : Moment d'inertie de l'axe du rotor

K_e : Constante de vitesse K_c : Constante de couple

C_p : Couple de pertes

Fonction de transfert du moteur

On passe en Laplace

Equation (1) et (2) et (3)

$$Ri(p) + Li(p) + E = U(p)$$

$$E = K_e \Omega(p)$$

$$Jp\Omega(p) = C_u - C_r$$

En combinant (1) et (2) on obtient :

$$U(p) = Ri(p) + Lpi(p) + K_e\Omega(p)$$

En modifiant (3) on a :

$$Jp\Omega(p) = K_c i(p) - C_p - f\Omega(p)$$

On en déduit l'expression de $\Omega(p)$:

$$\Omega(p) = \frac{K_c i(p) - C_p}{f + Jp}$$

On peut en sortir l'expression de $i(p)$

$$I(p) = \frac{f + Jp}{K_c} \left(\Omega(p) + \frac{C_p}{f + Jp} \right)$$

On l'injecte à présent dans (1)

$$U(p) = \Omega(p) \left(\frac{(R + Lp)(f + Jp)}{K_c} + K_e \right) + \frac{R + Lp}{f + Jp} C_p$$

On suppose que le moment du couple de pertes (qui est vu comme une perturbation) est négligeable devant le moment du couple électromagnétique ($K_c i(t)$) on peut alors prendre C_p nul pour simplifier le système.

On a donc :

$$U(p) = \Omega(p) \left(\frac{(R + Lp)(f + Jp)}{K_c} + K_e \right)$$

La fonction de transfert cherchée $H(p)$ est entre la tension entrant dans le moteur $U(p)$ et la vitesse de sortie $\Omega(p)$, les valeurs numériques sont données dans le tableau suivant

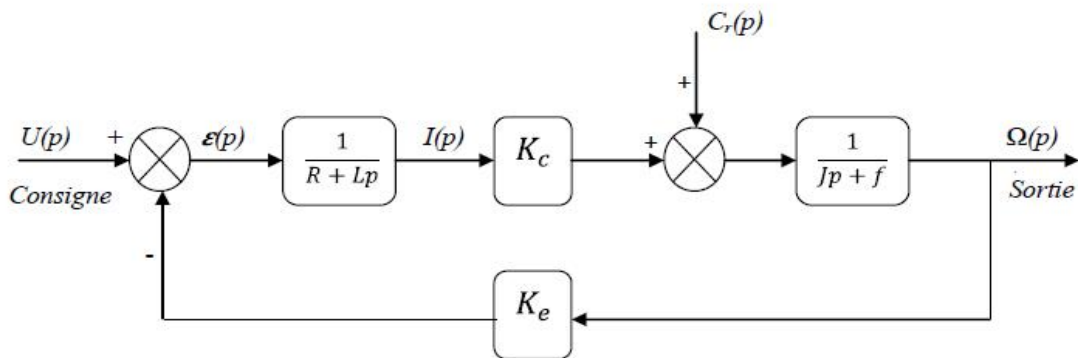
$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_c}{(R + Lp)(f + Jp) + K_c K_e}$$

Les valeurs numériques du MCC choisi (Maxon : Référence F2260/813) données par le constructeur (Tableau. I.1).

Tableau. (II -2): Valeurs numériques d'un moteur à courant continu

Tension nominale	$U_{nom} = 24 V$
Tension maximale	$U_{max} = 32 V$
Courant permanent maximal	$I_{max} = 2.2 A$
Résistance aux bornes	$R = 1.91\Omega$
Constante de couple	$K_c = 60.3 mNm.A^{-1}$
Constance de vitesse	$K_e = 60.3 mNm.A^{-1}$
Inductance	$L = 0.63 mH$
Moment d'inertie rapporté au rotor	$J = 10^{-4} kg.m^2$
Coefficient de frottement visqueux	$f = 2.5 \times 10^{-6}$

On peut établir le modèle mathématique de la réponse en vitesse du moteur électrique qui est donné par la figure suivante (figure.II.32):



Figure(II -32): Schéma bloc du Modèle de moteur électrique en vitesse

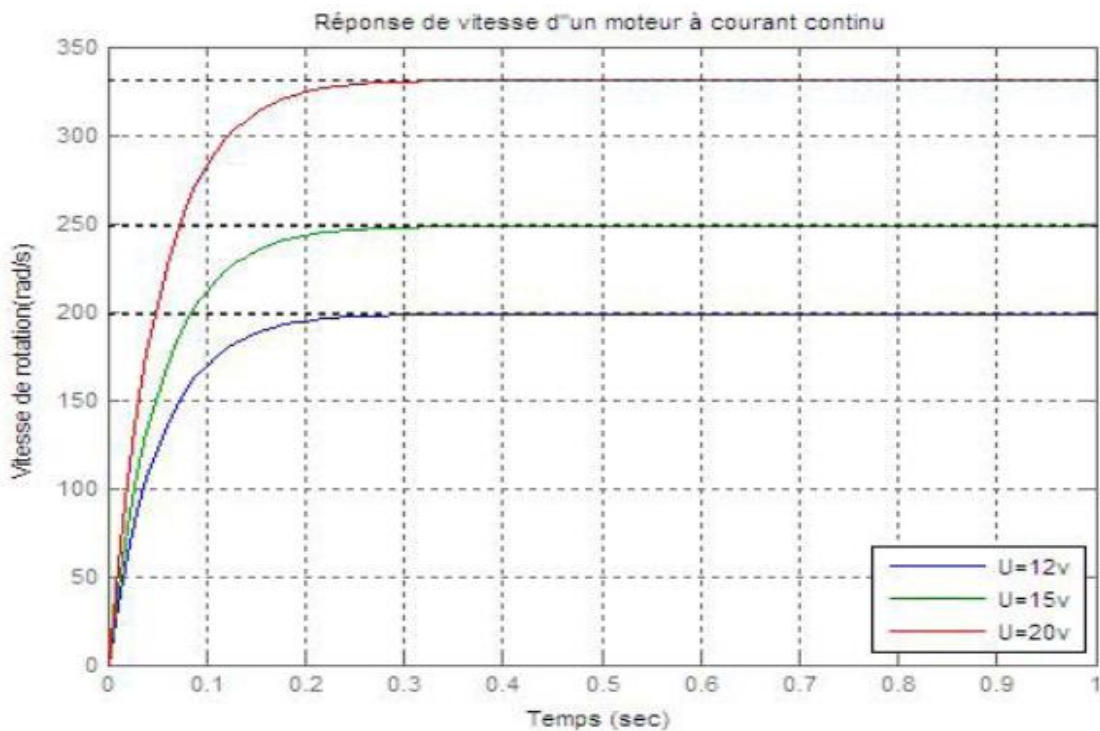


Figure (II -33): Modélisation sous Matlab de la réponse de vitesse

D'après la dernière équation ci-dessus, le système modélisé soit du second ordre, lorsque l'inductance interne est négligeable devant la résistance interne (ce qui est généralement le cas) il s'apparente à un système du premier ordre. On observe bien sur la (figure. II.33) ci-dessus que le moteur change de vitesse de rotation pour chaque valeur de la tension d'entrée, d'où la vitesse de rotation est proportionnelle à la tension d'entrée.

II.3. Conclusion

Pour un moteur électrique à courant continu, on a constaté que la réponse en vitesse converge vers la stabilité, d'où, on voit bien la nécessité d'une commande pour stabiliser un système qui ne l'est pas, et améliorer les performances. Concernant le choix du moteur, on a choisi un moteur à courant continu à excitation indépendante, car est le plus utilisé dans l'automatique et la robotique, pour ces dimensions et sa non-influence de la charge sur la vitesse (vitesse est relativement constante quelque soit la charge), ainsi la simplicité de polarisation. Le prochain chapitre sera consacré à l'implémentation de la commande PID appliquée sur un modèle d'un moteur à courant continu.

Chapitre 3 : réglage de la vitesse par les régulateurs PID

III.1- Introduction

La commande PID est dite aussi (correcteur, régulateur, contrôleur), se compose de trois termes P, I et D, d'où le 'P' correspond au terme proportionnel, 'I' pour terme intégral et 'D' pour le terme dérivé de la commande. Les régulateurs PID sont probablement les plus largement utilisés dans le contrôle industriel. Même les plus complexes systèmes de contrôle industriel peut comporter un réseau de contrôle dont le principal élément de contrôle est un module de contrôle PID.

Le régulateur PID est une simple implémentation de retour d'information (Feedback). Il a la capacité d'éliminer la compensation de l'état d'équilibre grâce à l'action intégrale, et il peut anticiper le futur grâce à une action dérivée,

Ce chapitre a pour but, d'implémenter la commande PID classique pour un moteur à courant continu à excitation séparée, pour un seul objectif est d'annuler l'erreur statique, diminuer le dépassement.

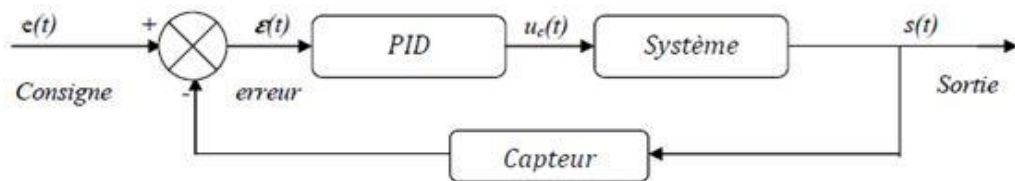


Figure (III-1) : Schéma bloc d'un système avec correcteur (Boucle fermée)

III.2- Cas d'une commande Proportionnelle ($K_i=K_d=0$)

La commande de type 'Proportionnelle' est la plus simple qui soit. Il s'agit d'appliquer une correction proportionnelle à l'erreur corrigeant de manière instantanée, c'est-à-dire, lorsque le signal de commande est proportionnel au signal d'erreur:

$$u_c(t) = K_p \varepsilon(t) \xrightarrow{TL} U_c(p) = K_p \varepsilon(p)$$

Son rôle est d'amplifier l'erreur pour que le système réagisse plus vivement, comme si l'erreur était plus grande qu'elle ne l'est en réalité.

Il permet de vaincre les grandes inerties du système et diminue le temps de montée en donnant de la puissance au moteur (plus l'erreur est grande, plus on donne de puissance au moteur). Lorsque l'on augmente le gain 'Kp', le système réagit plus vite et l'erreur statique s'en trouve améliorée, mais en contrepartie le système perd la stabilité. Le dépassement se fait de plus en plus grand, et le système peut même diverger dans le cas d'un 'Kp' démesuré.

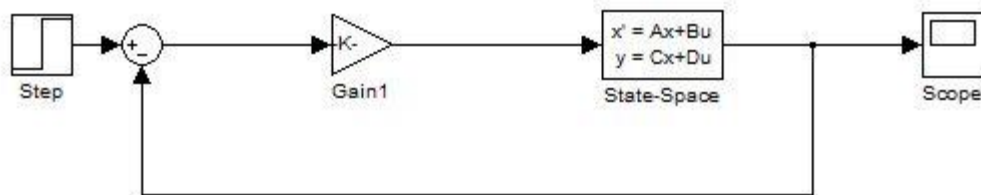


Figure (III-2) :Simulation de régulateur P sur matlab

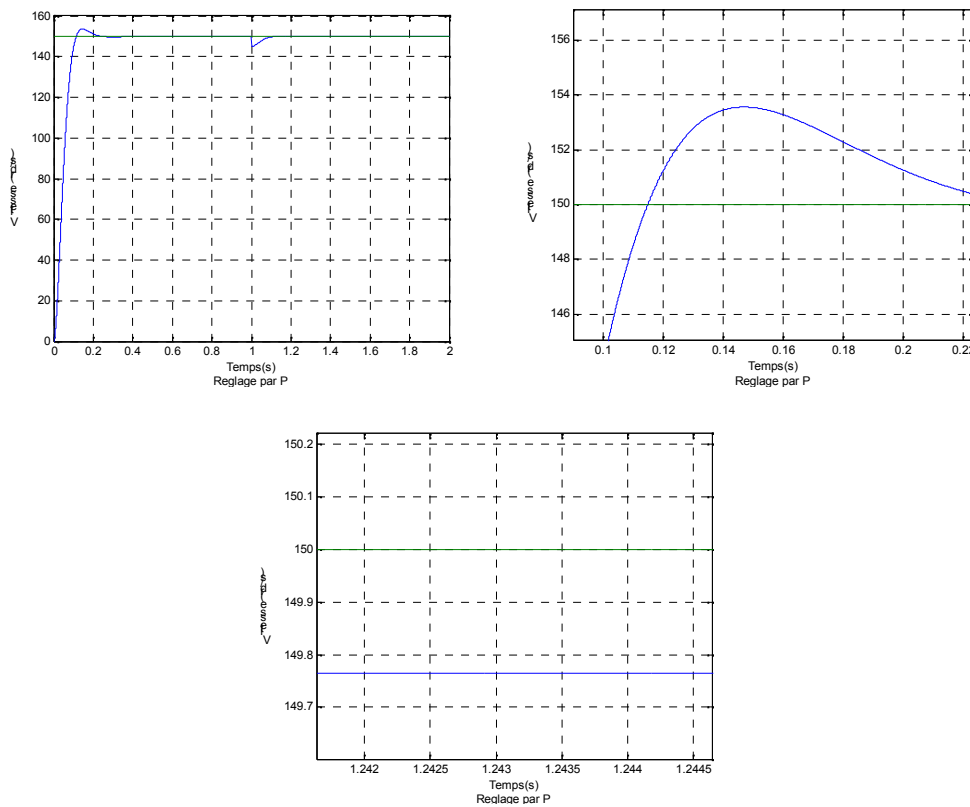


Figure (III-3) :Modélisation sous Matlab du correcteur P

III.3- Cas d'une commande Proportionnelle-Intégrale (Kd=0)

Le correcteur de type PI est une régulation de type P auquel on a ajouté un terme intégral, il élabore alors une commande qui peut être donnée par la relation suivante :

$$U_c(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt \xrightarrow{TL} U_c(p) = K_p \varepsilon(p) + K_i \frac{d\varepsilon(p)}{p}$$

Le terme intégral complète l'action proportionnelle puisqu'il permet de compenser l'erreur statique et d'augmenter la précision en régime permanent. L'idée est d'intégrer l'erreur depuis le début et d'ajouter cette erreur à la consigne, lorsque l'on se rapproche de la valeur demandée, l'erreur devient de plus en plus faible. Le terme proportionnel n'agit plus mais le terme intégral subsiste et reste stable, ce qui maintient le moteur à la valeur demandée. L'intégrale agissant comme un filtre sur le signal intégré, elle permet de diminuer l'impact des perturbations (bruit, parasites), et il en résulte alors un système plus stable. Malheureusement, un terme intégral trop important peut lui aussi entraîner un dépassement de la consigne, une stabilisation plus lente, voire même des oscillations divergentes.

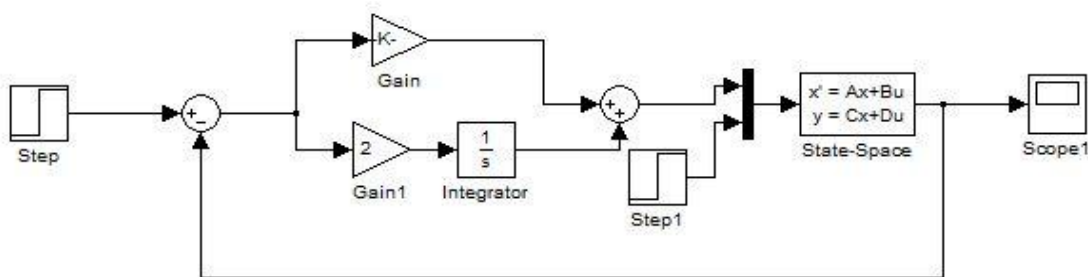
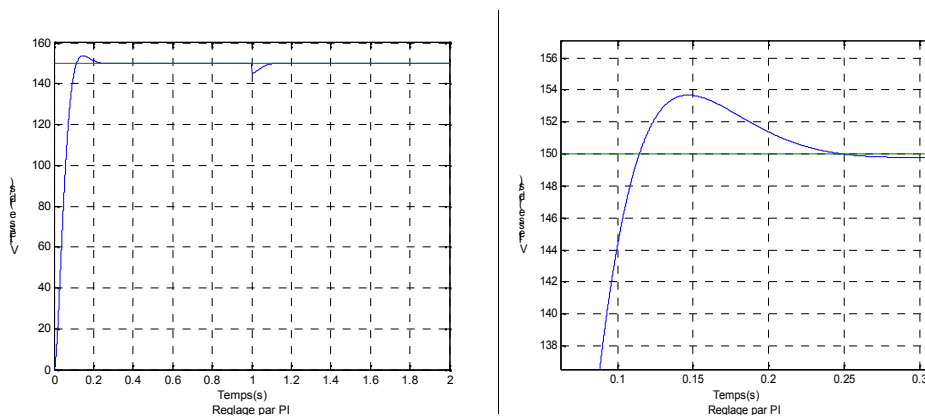


Figure (III-4) :Simulation de régulateur PI sur matlab



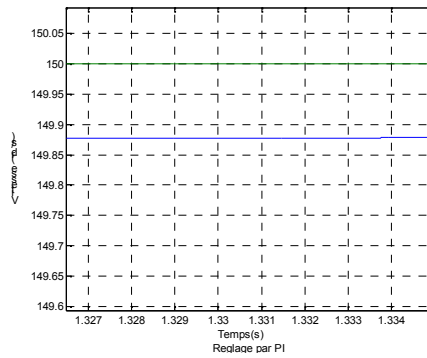


Figure (III.5) :Modélisation sous Matlab du correcteur PI

III.4-Cas d'une commande Proportionnelle-dérivée

La commande de ce régulateur est proportionnelle à l'erreur, mais aussi proportionnelle à la dérivée de l'erreur. La dérivée de l'erreur correspond à la variation de l'erreur d'un échantillon à l'autre et se calcule simplement en faisant la différence entre l'erreur courante et l'erreur précédente (c'est une approximation linéaire et locale de la dérivée).

$$\text{commande} = K_p * \text{erreur} + K_d * (\text{erreur} - \text{erreur_précédente})$$

K_d est le coefficient de proportionnalité de la variation de l'erreur. Il faut régler ce coefficient manuellement.

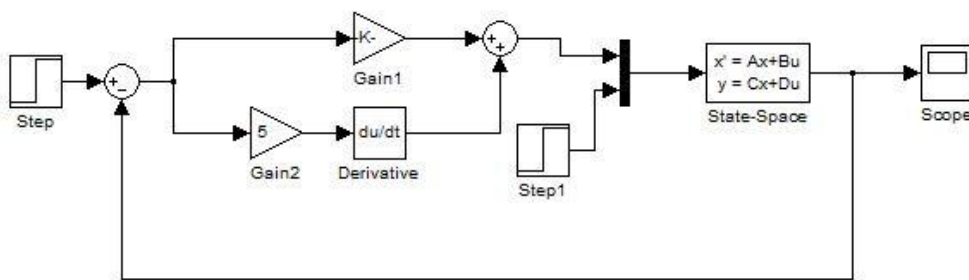


Figure (III-6) :Simulation de régulateur PD sur matlab

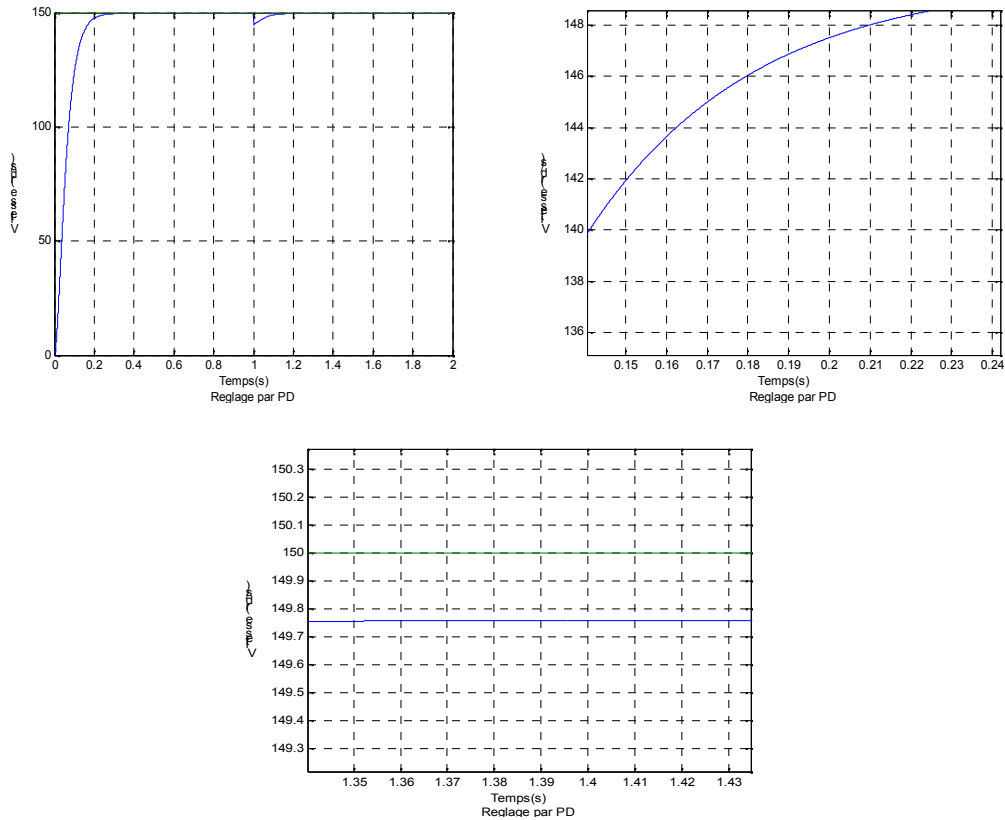


Figure (III.7) :Modélisation sous Matlab du correcteur PD

III.5-Cas d’une commande Proportionnelle-Intégrale-Dérivée

Les termes proportionnel et intégral peuvent amener un dépassement de la consigne et des oscillations dans des asservissements. Cela implique pour le moteur des inversions de polarité, ce qui est loin d’être idéal. Pour limiter ce phénomène indésirable, on introduit un troisième élément, le terme dérivé. Son action va dépendre du signe et de la vitesse de variation de l’erreur, et sera opposée à l’action proportionnelle. Elle devient prépondérante aux abords de la valeur demandée lorsque l’erreur devient faible, que l’action du terme proportionnel faiblit et que l’intégrale varie peu, elle freine alors le système, limitant le dépassement et diminuant le temps de stabilisation.

$$K_p \cdot \varepsilon(t) + K_i \cdot \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{d}{dt} \varepsilon(t)$$

$$K_p \cdot \varepsilon(p) + K_i \cdot \frac{\varepsilon(p)}{p} + K_d \cdot p \cdot \varepsilon(p) = \varepsilon(p) \cdot \left[K_p + K_i \cdot \frac{1}{p} + K_d \cdot p \right]$$

On obtient alors un asservissement composée d'un terme proportionnel, un terme intégral et un terme dérivé : on parle d'asservissement PID.

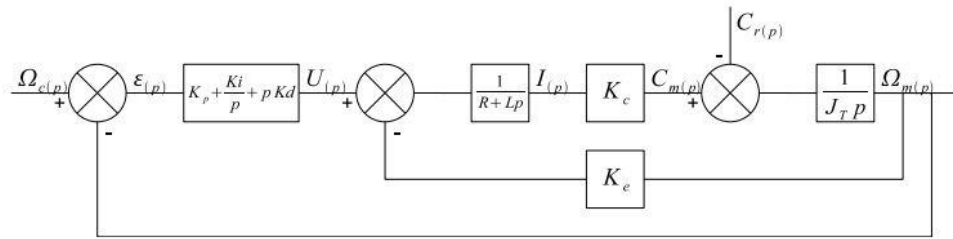


Figure (III-8) :Schéma-bloc de l'implantation du PID en régulation de vitesse

L'action dérivée est surtout utilisée dans le cas de variables non bruitées, car la dérivation est très sensible au bruitage du signal, on diminuera donc son influence dans un asservissement de vitesse, pour lequel sa dérivée est une accélération. Donc dans un asservissement de vitesse seulement l'action P et I sont utilisées, en revanche le terme D peut être utilisé dans un seul cas ou le gain 'Kd' prend une valeur précise pour ne pas trop influencer sur le système. Ce problème est moins fréquent dans un asservissement de position, car la dérivée de la position est la vitesse.

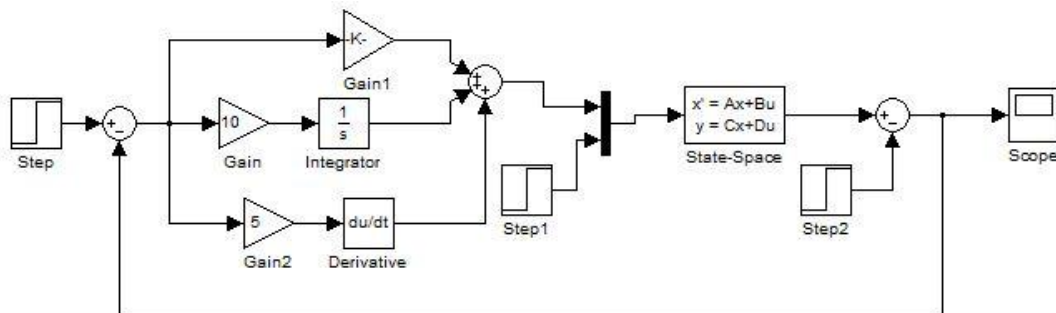
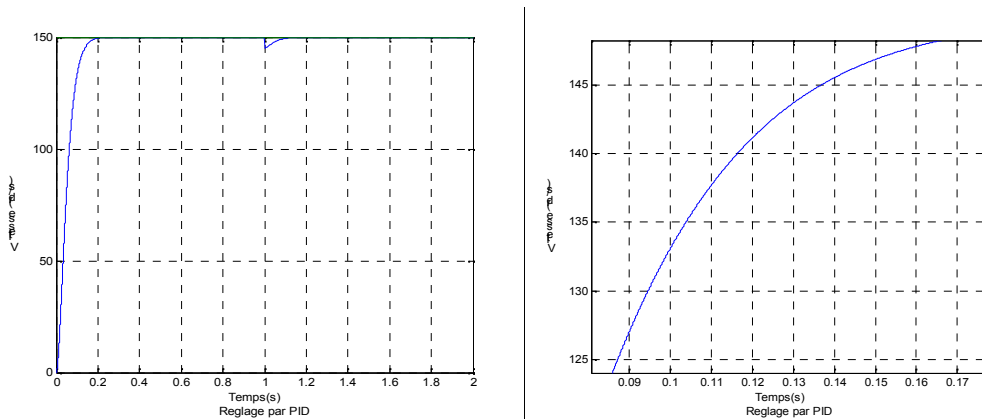


Figure (III-9) :Simulation de régulateur PID sur matlab



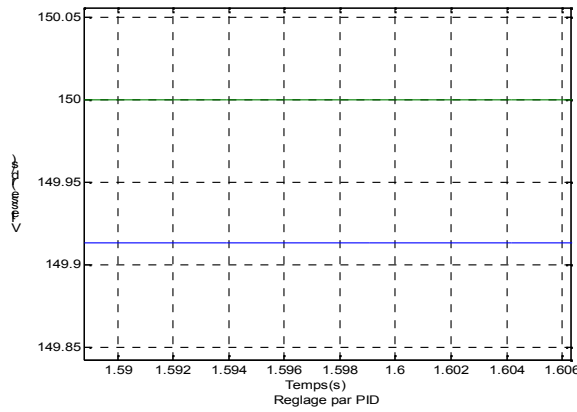


Figure (III-10) :Modélisation sous Matlab du correcteur PID

III.6- Comparaison :

Tableau (III.1) : Tableau Comparaison les régulateurs applique d'un mcc.

perf Action	Rapidité (Temps de Rép)	Dépassement Rd/s	Précision Rd/s	Stabilité
P	0.11s	3.5	$150-149.76=0.24$	Stable
PI	0.10s	3.6	$150 -149.88=0.12$	Stable
PD	0.17s	Sans dépassement	$150-149.75=0.25$	Stable
PID	0.14s	Sans dépassement	$150-149.89=0.11$	Stable

III.7. Conclusion

Les trois actions du régulateur PID permettent de commander le moteur électrique à courant continu, tout en garantissant une annulation de l'erreur permanente de la sortie régulée, vis-à-vis d'échelons en entrée de consigne. Cette propriété de précision est due à la présence d'une action intégrale. L'ajout d'une action dérivée permet d'augmenter la stabilité du moteur électrique, et donc de diminuer le dépassement de la réponse indicielle. L'ajout de cette dérivée n'est pas systématique et dépend des propriétés du moteur électrique, du cahier de charge imposé (en terme de dépassement), dans certains cas il suffit l'utilisation d'un régulateur PI uniquement, comme l'asservissement en vitesse du moteur électrique. La réalisation de l'action dérivée est préférentiellement réalisée sur la mesure, afin d'éviter la saturation de la commande.

Un des intérêts du régulateur PID, qui explique sa popularité dans le milieu industriel, est sans conteste la possibilité de le régler sans connaissance approfondie du système. En effet, on dispose de méthodes empiriques, fondées uniquement sur la réponse temporelle du système, selon une procédure expérimentale .

Conclusion Générale

la commande par les régulateurs PID appliquée à la machine à courant continu pouvait offrir de bonnes performances, que ce soit au niveau de la précision, du temps de réaction, du dépassement, ou de la stabilité. Diverses méthodes permettent d'optimiser les coefficients du PID. Mais le régulateur idéal n'existe pas, chaque optimisation d'un paramètre (précision, ...) se fait aux dépens d'un autre. Il convient alors de trouver le meilleur compromis en fonction des exigences initiales du cahier de charge. Divers éléments, tels que le choix de la méthode d'implantation du PID, peuvent aussi avoir des conséquences sur les performances. L'essentiel est alors de s'éloigner le moins possible du modèle théorique pour qu'il reste valable.

Dans notre étude, ce que nous avons remarqué c'est:

L'action Proportionnelle corrige de manière instantanée, donc rapide, tout écart de la grandeur à régler, elle permet de vaincre les grandes inerties du système. Afin de diminuer l'écart de réglage et rendre le système plus rapide mais moins précis L'action intégrale complète l'action proportionnelle. Elle permet d'éliminer l'erreur résiduelle en régime permanent. Afin de rendre le système plus dynamique (diminuer le temps de réponse),

L'action intégrale est utilisée lorsqu'on désire avoir en régime permanent, une précision parfaite, en outre, elle permet de filtrer la variable à régler d'où l'utilité pour le réglage des variables bruitées.

L'action Dérivée, en compensant les inerties dues au temps mort, accélère la réponse du système et améliore la stabilité de la boucle, en permettant notamment un amortissement rapide des oscillations dues à l'apparition d'une perturbation ou à une variation subite de la consigne

L'action D est utilisée dans l'industrie pour le réglage des variables lentes, elle n'est pas recommandée pour le réglage d'une variable bruitée ou trop dynamique. Il reste le régulateur PID le plus performant par rapport aux autres.

La simulation que nous avons fait dans ce projet valide l'étude théorique des régulateurs classiques PID, ils nous donne des bons résultats.

Références bibliographiques

- [1] Francis MILSANT, " Asservissements linéaires, 1- Analyse ", Tome 1, 6^{ème} édition, EYROLLES [1981].
- [2] J.J DI STEFANO, A.R.STUBBERUD, I.J.WILLIAMS, " Systems asservis 1 ", Serie schaum, 9^{ème} triage, Copyright [1974].
- [3] F.DECARFORT, C.FOULARD, J.CALVET, " Asservissements linéaires continue" 3^{ème} édition dunond , [1976].
- [4] M.DJEDDI, L.HAROUS, T.BAHI, " Systèmes asservis linéaires ", Alger [1994].
- [5] R.CHAUPRADE, " Electronique de puissance, 1- Commande des moteurs à courant continu ", 5^{ème} édition, EYROLLES [1988].
- [6] Eric Magarotto ; Final-CM_Regul
- [7] A. MESBAH, M. MOKHTARI, Apprendre et maîtriser Matlab, Edition Springer.
- [8] C. BROUSSEAU «Cours_Machines_Courant_Continu_LEEA» FÉVRIER 2001
- [9] L. Couffignal «Le moteur à courant continu», cours, 2006.