

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Université de Ghardaïa**

**Faculté des Sciences et Technologies**

**Département Automatique et  
Electromécanique**

**Mémoire**

**Pour l'obtention du diplôme de master**

**Spécialité : Maintenance industrielle**



**Modélisation et simulation du transport  
des charges d'espace dans un polyéthylène  
basse densité soumis à champ électrique  
continue**

**Réalisé par :**



**Haddaoui Manel**

**Encadré par :**



**BOUKHARI Hamed**

**Année universitaires 2020/2021**

# Remerciements

Je remercie Dieu, qui par sa volonté j'ai pu réaliser ce travail de recherche. Ainsi que c'est avec plaisir que je réserve ces quelques lignes en signe de gratitude et de profonde reconnaissance monsieur l'encadreur M.BOUKHARI Hamed qui m'a dirigées et orientées. Enfin, je remercie toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail et nos chers professeurs qui nous ont épaulées et guidées durant notre cursus universitaire, espérant qu'ils trouvent dans ce rapport les qualités de clarté et de motivation qu'ils attendent.

## Dédicaces

Je dédie ce travail à l'âme de mon cher père, toute l'encre du monde ne pourrait suffire pour exprimer mes sentiments envers un être très cher. Vous avez toujours été mon école de patience, de confiance et surtout d'espoir et d'amour. Vous êtes et vous resterez pour moi ma référence, la lumière qui illumine mon chemin. Ce travail est le résultat de l'esprit de sacrifice dont vous avez fait preuve, de l'encouragement et le soutien que vous ne cessez de manifester, j'espère que vous y trouverez les fruits de votre semence et le témoignage de ma grande fierté de vous avoir comme père.

Je dédie ce travail à ma mère et mon frère, ma sœur et mes chères familles avec beaucoup de respect, d'amour et de reconnaissance d'avoir veillé sur mon éducation et d'avoir assuré les meilleures conditions de travail.

Je dédie aussi ce travail à ma chère grand-mère et mon homme qui ont toujours été à mon côté pour me reconforter et me soutenir. Que dieux vous protègent et vous bénissent.

# Sommaire

|   |    |
|---|----|
| <i>Remerciements</i>  |    |
| <i>Dédicaces</i>  |    |
| <i>Liste des figures</i>  |    |
| <i>Liste des tableaux</i>   |    |
| <i>Liste des symboles d'abréviation</i>   |    |
| <i>Résumé</i>   |    |
| <i>Introduction générale</i>  | 1  |
| <b>CHAPITRE I : Transport des charges dans les polymères</b>  |    |
| <i>I.1.Introduction</i>   | 3  |
| <i>I.2.L'application des polymères dans le domaine du génie électrique</i>  | 3  |
| <i>I.3.Les structure des polymères</i>  | 6  |
| <i>I.3.1. Structure physique d'un polymère</i>  | 6  |
| <i>I. 3.2. Structure chimique d'un polymère</i>   | 6  |
| <i>I. 4.Les polyéthylènes</i>   | 7  |
| <i>I.4.1.Définition</i>   | 8  |
| <i>I.4.2.Types de polyéthylènes</i>   | 8  |
| <i>I.4.3.Propriétés du polyéthylène</i>   | 10 |
| <i>I.4.3.a.Structure physico-chimique</i>   | 10 |
| <i>I.4.3.b.Propriétés électriques du polyéthylène</i>   | 11 |
| <i>I.5.Structure des câbles HT synthétiques</i>   | 12 |
| <i>I.6.Structure des bandes d'énergie</i>   | 13 |
| <i>I.6.1.Théorie des bandes</i>   | 13 |
| <i>I.7. Mécanismes élémentaires du transport de charges</i>   | 16 |
| <i>I.7.1.Mécanismes contrôlés par l'interface</i>   | 16 |
| <i>I.7.1.a. Effet Schottky</i>  | 18 |
| <i>I.7.1.b. Effet Fowler-Nordheim</i>   | 19 |
| <i>I.7.2. Mécanismes contrôlés par le volume du polymère</i>  | 20 |
| <i>I.7.2.a. Courants limités par charge d'espace</i>  | 20 |
| <i>I.7.2.b. Conduction par saut « hopping »</i>   | 22 |
| <i>I.7.3.c. Mécanisme de Poole – Frenkel</i>  | 23 |
| <i>I.8. Conclusion</i>  | 24 |
| <b>CHAPITRE II : Description d'un modelé physique et numérique de<br/>transporte des charges dans un polyéthylène basse densité</b> |    |
| <i>II.1 Introduction</i>  | 25 |
| <i>II.2. Modèle physique</i>  | 25 |
| <i>II.2.1. Hypothèses physique</i>  | 26 |
| <i>II.2.1.a. Modèles existants du transport de charges dans le polyéthylène</i>   | 26 |
| <i>II.2.1.b. Description du modèle utilise</i>  | 28 |

|   |    |
|---|----|
| <i>II.2.2. Mise en équations</i>  | 31 |
| <i>II.2.2.1. Equation de Poisson</i>  | 31 |
| <i>II.2.2.2. Equations de continuité</i>  | 32 |
| <i>II.2.2.3. Equations de variation des densités de porteurs</i>  | 33 |
| <i>II.2.2.4. Conditions initiales et aux limites</i>  | 34 |
| <i>II.2.2.5 Comportement aux interfaces</i>   | 35 |
| <i>II.2.2.6 Courants externe, de conduction et de déplacement</i>   | 35 |
| <i>II.2.2.7. Taux nets de recombinaison</i>   | 37 |
| <i>II.3. Résolution numérique</i>   | 37 |
| <i>II.3.1. Grille de discrétisation</i>   | 37 |
| <i>II.4 Principes des modèles numériques appliqués</i>  | 38 |
| <i>II.5. Conclusion</i>   | 42 |
| <b><i>CHAPITRE III : Présentation des résultats de simulation de transport de charge dans le polyéthylène</i></b> |    |
| <i>III.1. Introduction</i>  | 44 |
| <i>III.2. Paramètres du modèle</i>  | 44 |
| <i>III.3. Résultats de validation numérique sous différente tension appliqués</i>                                 | 46 |
| <i>III.3.1. Résultats numériques des distributions des champs électriques</i>                                     | 46 |
| <i>III. 3.2. Résultats numériques des distributions des densités nettes de charges</i>                            | 47 |
| <i>III.3.3. Résultats numériques des densités des charges mobiles et pièges</i>                                   | 50 |
| <i>III.3.3.a Résultats numériques des densités des électrons mobiles et pièges</i>                                | 54 |
| <i>III.3.3.b Résultats numériques des densités des trous mobiles et pièges</i>                                    | 58 |
| <i>III.3.4. Résultats numériques des taux nets de recombinaison</i>   | 60 |
| <i>III.3.5. Résultats numériques des densités des courants externes</i>   | 62 |
| <i>III.4. Conclusion</i>  | 64 |
| <b><i>Conclusion générale</i></b>   | 66 |
| <b><i>Références Bibliographiques</i></b>   | 68 |

## ***Liste des figures***

### ***CHAPITRE I : Transport des charges dans les polymères***

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure I.1</b> : Représentation schématique de l'arrangement des atomes les uns par rapport aux autres par rotation $\phi$ autour de l'axe $d$ (exemple d'un groupement $-C_2H_4-$ )..... | 6  |
| <b>Figure I.2</b> : Molécule d'éthylène.....   | 8  |
| <b>Figure I.3</b> : Structure chimique du polyéthylène.....  | 8  |
| <b>Figure I.4</b> : Structures d'un polymère amorphe et d'un polymère semi-cristallin.....   | 10 |

|   |    |
|---|----|
| <b>Figure I.5 :</b> Structure d'un câble THT 400 kV (Diamètre = 13 cm) pour les réseaux souterrains.....  | 12 |
| <b>Figure I.6 :</b> Diagramme de bande d'énergie, a) pour un réseau cristallin parfait ; b) pour un polymère.....   | 14 |
| <b>Figure I.7 :</b> Représentation schématique d'un diagramme de bande pour un polymère, les carrés représentent les états localisés dans le gap.....   | 15 |
| <b>Figure I.8 :</b> Diagramme de bande énergétique associé à une interface de type métal-isolant.....   | 17 |
| <b>Figure I.9 :</b> Attraction électrostatique d'un électron avec le métal.....   | 18 |
| <b>Figure I.10 :</b> Caractéristique courant-tension du phénomène de courant limité par charge d'espace.....  | 20 |
| <b>Figure I.11 :</b> Conduction par saut : schéma de la barrière de potentiel avant et après l'application du champ électrique.....   | 23 |
| <br><b><i>CHAPITRE II : Description d'un modelé physique et numérique de transport des charges dans un polyéthylène basse densité</i></b><br>   |    |
| <b>Figure II.1 :</b> Plaque de polyéthylène entre électrodes sous tension continue.....   | 28 |
| <b>Figure II.2 :</b> Schématisation du mécanisme de conduction.....   | 30 |
| <b>Figure II.3 :</b> Discrétisation de l'épaisseur du diélectrique en éléments $\Delta x(i)$ .....  | 37 |
| <b>Figure II.4 :</b> Schématisation d'une cellule arbitraire lieu des mécanismes.....   | 40 |
| <b>Figure II.5 :</b> Schéma d'ensemble des modèles physique et numérique.....   | 41 |
| <b>Figure II.6 :</b> schéma de déroulement de la résolution numérique.....  | 42 |
| <br><b><i>CHAPITRE III : Résultats de simulation de transport de charge dans le polyéthylène</i></b><br>  |    |
| <b>Figure III.1 :</b> Profils instantanés des champs électriques en fonction de l'épaisseur du l'échantillon pour des différents tensions à différents instants.....  | 47 |
| <b>Figure III.2 :</b> Profils instantanés des densités nettes de charges en fonction de l'épaisseur du l'échantillon pour des différents tensions à différents instants.....                                    | 49 |
| <b>Figure III.3 :</b> Profils instantanés des densités des électrons mobiles et pièges en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour la tension de 5 kV avec des instants compris entre 100 s et 3600 s..... | 50 |
| <b>Figure III.4 :</b> Profils instantanés des densités des électrons mobiles et pièges en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour les tensions de 10 kV et des instants compris entre 10 s et 500 s ..... | 51 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figure III.5 :</b> Profils instantanés des densités des électrons mobiles et pièges en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour les tensions de 20 kV et des instants compris entre 10 s et 300 s..... | 53 |
| <b>Figure III.6 :</b> Profils instantanés des densités des trous mobiles et pièges pour les tensions de 5 kV et des instants compris entre 100 s et 3600 s.....  | 54 |
| <b>Figure III.7 :</b> Profils instantanés des densités des trous mobiles et pièges pour les tensions de 10 kV et des instants compris entre 10 s et 500 s .....  | 55 |
| <b>Figure III.8 :</b> Profils instantanés des densités des trous mobiles et pièges pour les tensions de 20 kV et des instants compris entre 10 s et 300 s .....  | 56 |
| <b>Figure III.9 :</b> Profils instantanés des taux net de recombinaison dans le volume du polyéthylène en fonction de l'épaisseur de l'échantillon et différents instants .....                                | 57 |
| <b>Figure.III.10 :</b> Densité de courant externe en fonction du temps dans un polyéthylène basse densité (LDPE) sous les tensions appliquées de 5,10 et 20 kV.....  | 60 |
| <b>Figure.III.11 :</b> La variation de la mobilité dans un polyéthylène basse densité (LDPE) sous les tensions appliquées de 1, 5,10,15 et 20 kV.....  | 61 |

## *Liste des tableaux*

### *CHAPITRE I*

|   |   |
|---|---|
| <b>Tableau I.1 :</b> application courants de quelque polymère dans le domaine électrique..... | 5 |
| <b>Tableau I.2 :</b> Propriétés des types de polyéthylène.....                                | 9 |

### *CHAPITRE II*

|   |    |
|---|----|
| <b>Tableau II.1 :</b> Caractéristiques générales du modèle numérique.....           | 30 |
| <b>Tableau II.2 :</b> Définition des paramètres du modèle et de leurs symboles..... | 31 |

### *CHAPITRE III*

|  |    |
|--|----|
| <b>Tableau III.1 :</b> Paramètres du modèle..... | 45 |
|--|----|

## *Liste des symboles d'abréviation*

PE : polyéthylène

PS : polystyrène

PEN : polyéthylène naphtalate

LDPE : Polyéthylène basse densité

XLPE : Polyéthylène réticulé

PI : polyimide

HDPE : Polyéthylène haute densité

PS : Polystyrène

PES : Polyester sulfone

PA : Polyamide

PP : Polypropylène

PET : Polyéthylène téréphtalate

PVC : Polychlorure de vinyle

$\varepsilon$  : Permittivité du matériau

$\varepsilon_r$  : Permittivité relative du diélectrique

$\varepsilon_0$  : Permittivité du vide ( $8.8542 \times 10^{-12} \text{ C.V-1m-1}$ )

X : susceptibilité diélectrique

A : Constante de Richardson ( $1.2 \times 10^6 \text{ Am-1K-2}$ )

e : Charge élémentaire ( $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

h : Constante de Plank ( $6.6261 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ )

E : Champ électrique

V : Tension appliquée

Kb : Constante de Boltzmann ( $1.3806 \times 10^{-23} \text{ J. K-1}$ )

T : Température (K)

$\Phi$  : La hauteur de barrière



EC : niveau de la bande de conduction de

EF : le niveau de Fermi

D : L'épaisseur de l'isolant

$\beta_s$  : Constante de Schottky

m : masse de l'électron

v : vitesse

$\mu$  : Mobilité

$\rho_{nt}$  : Densité nette de charge

$n_{ep}$  : Densité d'électron piégé

$n_{tp}$  : Densité de trou piégé

$n_{e\mu}$  : Densité d'électron mobile

$n_{t\mu}$  : Densité de trou mobile

j : Densité de courant

B : Coefficient de piégeage

dN : Densité totale de pièges

$S_a$ : Le terme source

S : Coefficient de recombinaison

$D_{dp}$  : Coefficient de dépiégeage

$w_{dp}$  : Barrière de dépiégeage

$w_{in}$  : Barrière d'injection

TR : Taux de recombinaison.

**Titre :** Modélisation et simulation du transport des charges d'espace dans un polyéthylène basse densité soumis à champ électrique continue.

## **Résumé**

Cette mémoire s'inscrit dans le cadre général des études de modélisation des propriétés des matériaux organiques solides utilisés dans l'industrie électrique et électronique. Un intérêt particulier a été porté au LDPE, qui est largement utilisé dans le câble électrique haut tension. Le polyéthylène est un matériau utilisé dans l'isolation électrique grâce à ces excellentes propriétés électriques, thermiques et mécaniques par rapport aux techniques traditionnelles à base de papier imprégné : les liaisons réalisées demandent moins de maintenance, il est moins polluant et il est le moins cher parmi les isolants synthétiques. L'inconvénient de l'utilisation de matières synthétiques sous tension appliquée est l'accumulation de charge à l'intérieur du diélectrique, due à l'injection à l'interface et / ou le processus de génération interne. Cette accumulation de charge peut induire une distorsion du champ interne, ce qui peut provoquer la dégradation de l'isolation et le vieillissement du matériau, ce qui peut conduire à la rupture diélectrique de l'isolant. Des études sont donc nécessaires pour comprendre cette accumulation de charges et les mécanismes par lesquels l'isolant est affecté, afin de développer des stratégies d'amélioration des matériaux. Donc nous présentons un modèle bipolaire de transport de charges qui constitué d'injection de charge, transport, piégeage, dépiégeage et le phénomène de recombinaison. Les résultats numériques fournissent les distributions spatio-temporelles des densités de charges ainsi que le champ électrique, taux de recombinaison et l'évolution du courant externe.

**Mot clé :** Diélectrique solide, polyéthylène, transport des charges, modélisation numérique, Mobilité de Hopping.

**Title :** Modeling and simulation of space charge transport in low density polyethylene subjected to an continue electric field.

### **Abstract**

This thesis is a part of the general framework of modeling studies of the properties of solid organic materials used in the electrical and electronic industry. Particular attention has been paid to HDPE, which is widely used in high voltage electric cable. Polyethylene is a material used in electrical insulation thanks to its excellent electrical, thermal and mechanical properties compared to traditional techniques based on impregnated paper: the connections made require less maintenance, it is less pollutions and it is the cheapest. Among synthetic insulators. The downside of using synthetics under applied voltage is the build-up of charge inside the dielectric, due to interface injection and / or the internal generation process. This charge build-up can induce a distortion of the internal field, which can cause degradation of the insulation and aging of the material, which can lead to dielectric breakdown of the insulation. Studies are therefore needed to understand this accumulation of charges and the mechanisms by which the insulation is affected, in order to develop strategies for improving materials. So we present a bipolar charge transport model which consists of charge injection, transport, trapping, de-trapping and the phenomenon of recombination. The numerical results provide the spatiotemporal distributions of charge densities as well as the electric field, recombination rate, conduction current and displacement current in the polyethylene volume, and the evolution of the externat current.

**Key words:** Solid dielectric, Polyethylene, charge tranport, numerical modeling, Hopping mobility.

**العنوان:** نمذجة ومحاكاة تنقل الشحنات في بوليإيثيلين منخفض الكثافة تحت تأثير حقل كهربائي مستمر.

**ملخص:**

في إطار دراستنا لهذه المذكرة المتعلقة بدراسة ونمذجة خصائص المواد العنصرية العازلة المستعملة في الكهرباء الصناعية والالكترونيكية وقد خصصنا دراسة بالبوليثيلين منخفض الكثافة المستعمل بكثرة بالكابلات الكهربائية ذات الجهد العالي باعتباره عازل جيد ويتمتع بخصائص كهربائية وحرارية وميكانيكية أحسن من العوازل التقليدية. من سلبيات البوليثيلين منخفض الكثافة يقوم بتجميع الشحنات داخل العازل بسبب شحن السطوح وتوليد الشحنات الداخلية مما يؤدي إلى تقدم شيخوخة العازل وانهياره على هذا الأساس قمنا بدراسة تنقل الشحنات داخل عازل بولييثيلين منخفض الكثافة عن طريق نمذجة ومحاكاة واختيار نموذج ثنائي القطب لتنقل في المصعد والمهبط بالشحن والفخوخ والعودة من الفخ وإعادة تركيب شحنات مع اختيار ناقلية متعلقة بالحقل الكهربائي. تحصلنا فالنتائج على كثافة الشحنات والحقل الكهربائي والتيار الخارجي

الكلمات المفتاحية: العازل الصلب، بولي إيثيلين، نقل الشحنات، التصميم الرقمي، التنقل بالقفزات.



# Introduction générale

## ***Introduction générale***

Les technologies d'isolation des câbles de transport électrique souterrains n'ont cessé d'évoluer depuis la fin des années 30, et l'isolant papier imprégné d'huile a donné toute satisfaction pour ce type de transport. Pourtant, les isolants synthétiques offrent des avantages vis-à-vis des techniques traditionnelles. Ils sont moins polluants, plus facilement recyclables, offrent une plus grande capacité de transport par rapport aux papiers imprégnés, et moins de maintenance. C'est pour ces raisons qu'ils sont de plus en plus employés dans l'isolation des câbles électriques.

Les polymères occupent une place très importante en tant qu'isolants électriques dans l'industrie électrique et électronique grâce à leurs excellentes propriétés thermoélectriques et mécaniques. Ils sont utilisés comme diélectriques dans une grande variété de composants et de systèmes, tels que les câbles, les condensateurs, les machines électriques, les revêtements thermiques dans les satellites, etc. Le domaine auquel nous nous sommes intéressés est celui des câbles bas tension pour le transport de l'énergie électrique.

L'inconvénient de l'utilisation de matières synthétiques pour le transport électrique reste le risque de dégradation de ceux-ci, lorsqu'ils sont soumis à des contraintes électriques pendant une longue période, et sous certaines conditions. Ces dégradations peuvent être de nature électrique, chimique, ou provenir de l'environnement extérieur au câble, comme l'humidité, la présence d'oxygène, et enfin de la fabrication même de l'isolant polymère. Le vieillissement prématuré du matériau peut diminuer la durée de vie de la liaison électrique par rupture diélectrique. Des études sont donc nécessaires pour comprendre les phénomènes liés à ces dégradations, afin de développer de nouveaux matériaux plus compétitifs.

Les isolants polymères sont alors soumis à des contraintes thermoélectriques pouvant conduire à l'accumulation de charges électriques et à terme à la rupture diélectrique de l'isolant. Au cours du temps, la conception des systèmes a évolué avec une tendance à l'augmentation des champs électriques appliqués aux isolations ainsi qu'un accroissement de leur température de fonctionnement. Cependant, les mécanismes dégénération, d'accumulation et de stockage des charges électriques à l'intérieur des matériaux ne sont pas encore bien compris.

Des études sont donc nécessaires pour comprendre cette accumulation de charges et les mécanismes par lesquels l'isolant est affecté, afin de développer des stratégies d'amélioration des matériaux.

Dans ce travail, nous présentons un modèle bipolaire de transport de charges dans les polyéthylènes utilisée pour les isolants des câbles électriques. Ce modèle basé sur le modèle d'Alison, en tenant compte des phénomènes de piégeage, de dépiégeage et de recombinaison avec une mobilité dépende au champ électrique (hopping). Notre modèle est appliqué sur un polyéthylène basse densité (LDPE) placé entre deux électrodes sous une tension continue.

L'objectif principal de ce travail est de traiter numériquement un modèle, de l'améliorer, ce modèle est capable de décrire l'évolution de la charge d'espace et la distribution du champ électrique dans le polyéthylène basse densité soumis à la contrainte électrique CC.

Ce travail est structuré en trois chapitres :

Le premier chapitre présente les généralités sur les polymères, en particulier les polyéthylènes utilisés pour les transports électriques basse tension. Dans un premier temps, nous détaillons les principaux mécanismes d'injection et de transport de charges dans les isolants solides. Ensuite, nous allons présenter un aperçu sur la technique expérimentale qui permette de mesure de la distribution spatio-temporelle des charges d'espace dans des diélectriques.

Le second chapitre sera axé plus particulièrement sur le modèle lui-même, et nous justifierons les hypothèses que nous avons choisies pour décrire le transport de charges en termes de modélisation. La formulation théorique de ce modèle regroupe les équations du problème et les conditions aux limites et initiales appropriées. Nous verrons aussi l'importance du choix des schémas numériques nécessaires à la résolution des équations aussi que leur influence sur les résultats de simulation.

Le dernier chapitre sera consacré pour la présentation des résultats numériques de validations du modèle physique.

Enfin, nous concluons, et exposerons les perspectives de recherche ouvertes par ce travail.



## **CHAPITRE I :**

*Transport des charges dans les polymères*

### ***1.1. Introduction***

L'histoire de l'homme est témoin de l'apparition et de l'évolution des matériaux polymères ou plastiques depuis environ un siècle et demi. Le terme « polymère » a été inventé par Berzelius en 1833 et la production des matériaux semi-synthétiques comme le celluloïd et l'acétate de cellulose par Braconnot dans les années 1830 est peut-être le premier exemple moderne de la science des polymères. [1]

Dans le langage courant, il est habituel d'utiliser le terme « **plastiques** » pour désigner les polymères, ils nous entourent et leur place va croissante dans notre vie quotidienne (les fibres textiles, les cosmétiques, automobile, train à grande vitesse, construction, secteur médical et pharmaceutique, etc.). Un polymère ne désigne pas un matériau en particulier mais plutôt un ensemble de matériaux ayant une structure chimique particulier. Un polymère est une longue chaîne organique constituée de la répétition de molécules appelées macromolécules. Ces dernières peuvent contenir des centaines, des milliers, et des millions d'ensembles élémentaires appelés monomères.

Il existe toutes sortes de polymères caractérisés par des propriétés différentes : certains sont utilisés pour leurs propriétés élastiques thermiques ou encore électriques. Les propriétés de ces macromolécules dépendent de la nature chimique des unités constitutives de la chaîne, de sa conformation mais aussi des conditions de mise en œuvre.

Les polymères peuvent être d'origine naturelle (animale ou végétale) ou d'origine synthétique. La plupart des polymères utilisés aujourd'hui sont d'origine synthétique, les macromolécules synthétiques sont préparées par polymérisation de molécules monomères par exemple : le polyéthylène (PE), le polypropylène (PP), le polystyrène (PS), le polychlorure de vinyle (PVC), le polytétrafluoroéthylène (PTFE), les polyesters (PET, PEN)... les macromolécules naturelles sont les caoutchoucs, les polysaccharides, le glycogène, l'acide désoxyribonucléique (ADN), les protéines...

### ***1.2. L'application des polymères dans le domaine du génie électrique***

Dans le domaine électrique, les matériaux polymères (appelés spécialement isolants organiques) servent à isoler des éléments portés à des potentiels différents dans un souci de protection des biens et des personnes [2], [7]. Au sein de systèmes électriques, les fonctions qu'ils assurent et les contraintes qu'ils doivent endurer sont très variables.



Nous désignons par isolant un matériau qui s'oppose à la transmission d'une forme déterminée d'énergie. Il existe plusieurs types d'isolants selon la nature du processus physique considéré. Nous pouvons ainsi différencier les isolants relatifs aux principales contraintes rencontrées usuellement, à savoir les contraintes thermiques, électriques et mécaniques. Comme la plupart des matériaux organiques, les polymères sont en général de bons isolants électriques.

Généralement, les applications des matériaux polymères dans le domaine de l'électrotechnique sont classées en trois catégories :

**Isolation** : le polyéthylène (PE) utilisé comme isolant dans les câbles de transport d'énergie en est un exemple typique. Il est principalement utilisé pour les câbles moyenne et haute tension en raison de ses excellentes propriétés diélectriques (permittivité et angle de pertes diélectriques faibles) [3], [4].

**Stockage d'énergie** : on peut trouver des isolants polymères dans la fabrication des condensateurs type électronique ou de puissance. Les polymères les plus utilisés sont le polystyrène (PS), le polypropylène (PP) dans le cas des condensateurs de puissance ou les polyesters comme le polyéthylène naphthalate (PEN) et le polyéthylène téréphtalate (PET) pour les applications faibles tensions mais qui exigent une excellente tenue aux contraintes thermiques et mécaniques [5], [1]

**Éléments de structure des systèmes électroniques ou composants de puissance** : il s'agit de dispositifs de tailles réduites mais qui possèdent une densité d'énergie élevée. Cela se traduit alors par une augmentation du niveau des contraintes électriques et thermiques imposées à l'ensemble des constituants, y compris des matériaux polymères. Dans ces dispositifs, les polymères assurent parfois le rôle de support mécanique, mais surtout d'isolation. Parmi les polymères, les polyimides (PI) apparaissent comme très intéressants pour les applications d'isolation électrique à haute température [6].

Les applications importantes des matériaux polymères en tant qu'isolants électriques dans l'industrie électrique et électronique sont résumées dans le Tableau I-1.

**Tableau I.1** : application courants de quelque polymère dans le domaine électrique [6], [7].

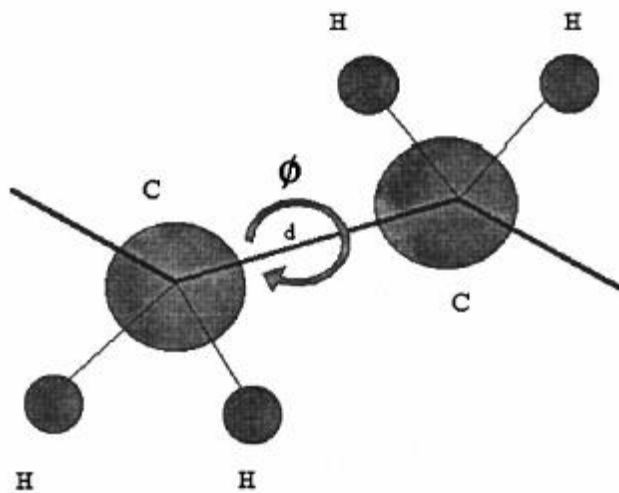
| <b>Application</b>   | <b>Polymère</b>                      |
|--|--------------------------------------|
| <b>Câble de transports d'énergie</b><br>- Haute et très haute tension<br>- Basse tension | PE, LDPE, HDPE, PR<br>PVC, EPR, EPDM |
| <b>Machine électrique tournante</b><br><b>Transformateur de puissance</b>                | PU, PES, PI, PA                      |
| <b>Condensateur de puissance</b>   | PP, PS                               |
| <b>Condensateur électronique</b>   | PET, PEN                             |
| <b>Dispositif et circuit électrique</b>  | PI, PET                              |
| <b>Revêtement spatiaux</b>   | LDPE, PTFE, PI                       |

Les isolants constitutifs des câbles de transport sont essentiellement des polyéthylènes. Ils sont synthétisés à partir polymérisation de d'éthylène-  $C_2H_4$  sous très haute pression à environ 200 °C. Le polyéthylène est un thermoplastique, translucide, chimiquement inerte plus résistant à l'oxydation que le polypropylène, très facile à manier, transformer, et résistant aux variations de température, il est également résistant à la corrosion et aux acides.

### ***1.3. Les structure des polymères***

#### ***1.3.1. Structure physique d'un polymère***

On entend par structure physique l'architecture de la chaîne lors de l'élaboration du polymère. L'agencement le plus simple est la disposition des atomes ou des groupes d'atomes les uns par rapport aux autres. Ceux-ci peuvent s'arranger en tournant autour des liaisons covalentes simples, afin d'adopter la conformation qui demande le moins d'énergie (Figure I.1.). L'ADN par exemple, qui est une macromolécule, a une conformation hélicoïdale, mais d'autres peuvent opter pour une conformation plus simple. [9]



**Figure I.1.** Représentation schématique de l'arrangement des atomes les uns par rapport aux autres par rotation  $f$  autour de l'axe  $d$  (exemple d'un groupement  $-CH_2-$ ). [9]

La cristallinité qualifie le caractère ordonné à longue distance de molécules ou d'atomes. Les polymères cristallisent lorsqu'ils ont une structure régulière (condition non suffisante). Il existe souvent des irrégularités, comme des ramifications, et le polymère ne cristallise que partiellement. Il est dit semi-cristallin. Il comporte deux phases, une cristalline, très ordonnée, et une amorphe. S'il n'existe aucun arrangement, le polymère est amorphe. [9]

#### ***1.3.2. Structure chimique d'un polymère***

L'élaboration d'un polymère se fait en reliant entre elles les unités de répétition (provenant elle-même de l'ouverture d'une liaison dans le monomère) par des liaisons covalentes. La chaîne carbonée est appelée squelette du polymère. Lors de la polymérisation, les monomères peuvent s'additionner de manière linéaire, ou former des ramifications. On appelle ces deux types de configurations linéaire et ramifiée. La formation préférentielle d'une de ces

configurations est liée à l'encombrement du monomère de départ, et/ou à l'ajout de réactifs qui permettent l'accrochage de chaînes latéralement au squelette de la macromolécule. [9]

La synthèse d'un polymère peut se faire de différentes manières : polymérisation anionique, cationique, radicalaire, en émulsion.... Le point commun à ces synthèses est souvent la présence d'agents amorceurs de réaction et/ou de catalyseurs, qui sont ajoutés pour augmenter la vitesse de polymérisation. Malheureusement, les polymères « purs » sont fragiles, et ils peuvent subir, sous l'action de diverses sources (chaleur, humidité, lumière...) des dégradations qui se traduisent par une modification de leur structure chimique, et entraînent une altération des propriétés physiques. Ils ne peuvent donc pas être utilisés tels quels. Lors de leur élaboration, les fabricants ajoutent diverses substances qui modifient et renforcent leurs propriétés : [11]

- **Des antioxydants**, permettant aux polymères de ne pas réagir en présence de l'oxygène de l'air ;
- **Des agents de réticulation**, qui, après réaction chimique, peuvent se lier aux chaînes de polymères pour former des ponts intermoléculaires. Ces agents permettent la formation d'un réseau macromoléculaire, qui confère au matériau une meilleure stabilité mécanique et thermique
- **D'autres additifs**, peuvent aussi être ajoutés, comme des plastifiants, des colorants..., en fonction des propriétés recherchées.

Tous ces additifs, lors de l'élaboration du polymère, peuvent réagir avec d'autres molécules, et on retrouve dans la matrice solide des traces de ces substances, ou des produits de dégradation de celles-ci [10].

#### ***1.4. Les polyéthylènes***

Pour des raisons de performance et de coût, les isolations synthétiques de câbles haute et très haute tension sont aujourd'hui presque exclusivement réalisées en polymère de la famille des polyéthylènes.

##### ***1.4.1. Définition***

Le polyéthylène désigne le polymère d'éthylène qui représente le plastique le plus courant utilisé comme matière première dans plusieurs domaines d'application. Son nom vient du fait qu'il est obtenu par polymérisation du monomère d'éthylène.

Le polyéthylène est thermoplastique, translucide, inerte et facile à manier. Il est le polymère de synthèse qui a la structure chimique la plus simple. Une molécule de polyéthylène n'est rien de plus qu'une longue chaîne d'atomes de carbone, avec deux atomes d'hydrogène attachés à chaque atome de carbone. C'est ce que montrent les figures ci-dessous :

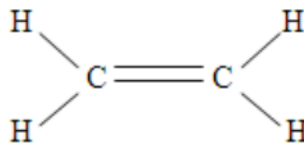


Figure 1.2 : Molécule d'éthylène [11]

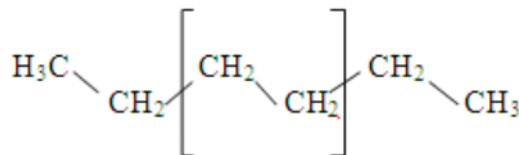


Figure 1.3 : Structure chimique du polyéthylène. [11]

#### ***1.4.2. Types de polyéthylènes***

Les polyéthylènes sont classifiés en fonction du degré relatif de ramification (formation de chaîne latérale) dans leurs structures moléculaires, ce qui peut être contrôlé par des catalyseurs sélectifs.

On peut citer trois différents types du polyéthylène fréquemment utilisés dans le domaine du génie électrique :

- ❖ **Le polyéthylène à basse densité (LDPE)** : est celui comportant le plus de ramification. Cela entraîne une structure moléculaire moins compacte et donc une densité moindre. [11]
  
- ❖ **Le polyéthylène à haute densité (HDPE)** : à un faible degré de ramification et a donc de fortes forces intermoléculaires et résistance à la traction. [11]

- ❖ **Le polyéthylène à basse densité linéaire (LLDPE) :** combine la dureté du polyéthylène à basse densité avec la rigidité du polyéthylène à haute densité. [11]
- ❖ **Le polyéthylène réticulé (XLPE) :** est un polyéthylène structuré en réseau dans lequel les chaînes moléculaires individuelles sont liées les unes aux autres pour former un polymère tridimensionnel à la masse molaire extrêmement plus élevée. Cette structure améliore légèrement la dureté, la rigidité et la résistance chimique du HDPE. Il peut être réticulé par irradiation ou par réaction chimique.

Le XLPE et le LDPE sont plus utilisés dans les isolants synthétiques constituant les câbles, ceci en raison de leur bonne résistance aux contraintes électriques et thermiques et aussi grâce à leur faible coût et leur facilité de fabrication. Le tableau I.2 résume les détails de différentes propriétés des types polyéthylène. [12]

**Tableau I.2 :** Propriétés des types de polyéthylène. [17]

| <i>Propriétés</i>                 | <i>Unité</i>            | <i>HDPE</i>                   | <i>LLDPE</i>                  | <i>LDPE</i>                   | <i>XLPE</i>                   |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Résistance à la rupture $E_a$     | <i>KV/mm</i>            | <i>160</i>                    | <i>170</i>                    | <i>170</i>                    | <i>190</i>                    |
| Constante diélectrique $\epsilon$ |                         | <i>2,3</i>                    | <i>2,3</i>                    | <i>2,2</i>                    | <i>2,4</i>                    |
| Résistivité volumique $\rho$      | $\Omega$                | <i><math>5.10^{17}</math></i> | <i><math>5.10^{17}</math></i> | <i><math>5.10^{17}</math></i> | <i><math>5.10^{17}</math></i> |
| Pert diélectrique $\tan \delta$   | <i>1MHz</i>             | <i>10</i>                     | <i>10</i>                     | <i>2.10</i>                   | <i>10</i>                     |
| Cristallinité                     | %                       | <i>80_95</i>                  | <i>70_80</i>                  | <i>55_65</i>                  |                               |
| Densité                           | <i>g/cm<sup>3</sup></i> | <i>0,95</i>                   | <i>0,93</i>                   | <i>0,92</i>                   | <i>0,92</i>                   |
| Point de fusion                   | $^{\circ}\text{C}$      | <i>130</i>                    | <i>120</i>                    | <i>110</i>                    |                               |
| Résistance à la traction          | <i>MPa</i>              | <i>25</i>                     | <i>15</i>                     | <i>13</i>                     | <i>31</i>                     |

### ***I.4.3. Propriétés du polyéthylène***

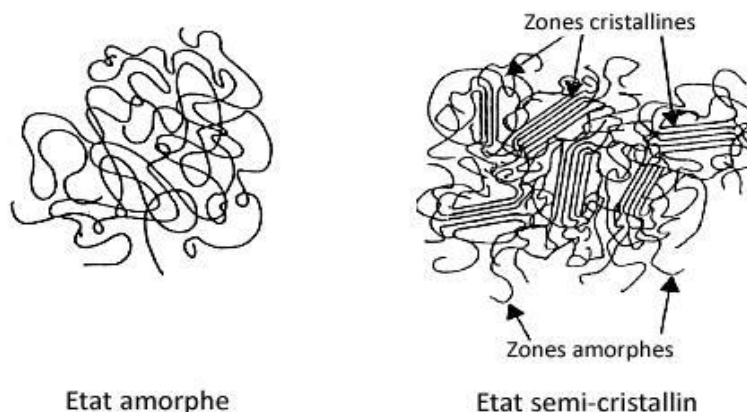
Les propriétés électriques, thermiques et mécaniques de ces macromolécules dépendent de la nature chimique des unités constitutives de la chaîne, de sa conformation mais aussi des

conditions de mise en œuvre. Une des questions fondamentales concerne le lien qui existe entre les propriétés électriques des isolants polymères et leur structure microscopique. [13]

La structure chimique du motif monomère est naturellement la caractéristique la plus importante pour un polymère. En effet, la structure chimique conditionne les interactions inter et intramoléculaires, et par voie de conséquence les propriétés physicochimiques du matériau (par exemple la résistance mécanique, la constante diélectrique, la résistance aux solvants et aux rayonnements etc.) ainsi que les propriétés thermo physiques (par exemple, la température de transition vitreuse, la température de fusion ou de dégradation...). En outre, la présence de groupes latéraux encombrants joue un rôle important au niveau de la mobilité des segments de macromolécules. [13]

### **a. Structure physico-chimique**

Les polymères peuvent exister sous forme amorphe ou cristalline. L'état amorphe des matériaux polymères est caractérisé par l'absence d'ordre à grande distance. L'état cristallin au contraire, se caractérise par un arrangement très ordonné des macromolécules les unes par rapport aux autres. Les polymères ne sont jamais totalement cristallins et doivent en fait être considérés comme des mélanges de phase cristalline et de phase amorphe, d'où le nom de polymères semi-cristallins qui leur est classiquement attribué. La Figure I.4 présente les structures d'un polymère amorphe et d'un polymère semi-cristallin.



**Figure I.4.** Structures d'un polymère amorphe et d'un polymère semi-cristallin [13]

Dans certaines régions, les segments de chaînes adjacents s'alignent parallèlement les uns aux autres formant des zones plus ordonnées dites « cristallites ». Celles-ci sont encastrées dans la matrice amorphe dans laquelle les chaînes sont disposées de manière désordonnée. Les zones

crystallines confèrent une certaine rigidité au matériau ainsi que la résistance à la pénétration d'humidité et de gaz.

Il est par ailleurs possible de greffer des ramifications à la chaîne principale. Ces greffons empêchent les chaînes principales de s'aligner entre elles et ainsi affectent la cristallinité du matériau. Enfin, notons que ce sont les conditions de polymérisation qui déterminent la longueur moyenne des chaînes ainsi que le taux de ramifications et donc les différentes propriétés du polyéthylène.

### ***b. Propriétés électriques du polyéthylène***

Le polyéthylène pur est un matériau non polaire et possède un constant diélectrique de l'ordre de 2.3. Toutefois, l'oxydation du matériau peut rendre le matériau quelque peu polaire, du moins au niveau des zones à proximité de la surface. De même, les défauts présents dans le matériau sont susceptibles de modifier localement la constante diélectrique du polymère.

La conductivité du polyéthylène pur est très faible, typiquement de l'ordre de 10-15 S/m. Cette valeur de conductivité, non nulle, résulte des phénomènes de transport dans le matériau et évolue entre autre avec le champ électrique appliqué, la température ainsi que le degré d'impuretés contenues dans le volume du diélectrique.

La rigidité diélectrique est un paramètre permettant d'effectuer une rapide qualification de la performance d'un isolant. Cette quantité représente la valeur moyenne de champ au-dessus duquel le claquage est inévitable. Le polyéthylène pur possède une forte rigidité diélectrique. Cependant, celle-ci se dégrade lorsque le matériau contient des défauts (cavités par exemple), des impuretés ou encore des sous-produits. Les conditions de mise en œuvre ont ainsi un impact majeur sur la rigidité diélectrique de l'isolant. Cette dernière évolue également avec le temps en fonction des contraintes subies par le matériau (champ électrique, température, environnement etc...). [11]

### ***1.5. Structure des câbles HT synthétiques***

Un câble haut tension est constitué d'une âme conductrice recouverte d'un isolant. L'âme centrale conductrice est composée de plusieurs conducteurs habituellement en cuivre ou en aluminium. Deux écrans « semis conducteurs » sont situés de part et d'autre de l'isolant. Ils ont pour rôle d'uniformiser le champ électrique et d'effacer les irrégularités de surface des



conducteurs et de diminuer la concentration locale de charges à l'interface réduisant ainsi le risque de claquage. [55]

La structure d'un câble très haute tension pour les réseaux souterrains est présentée sur la Figure suivant :

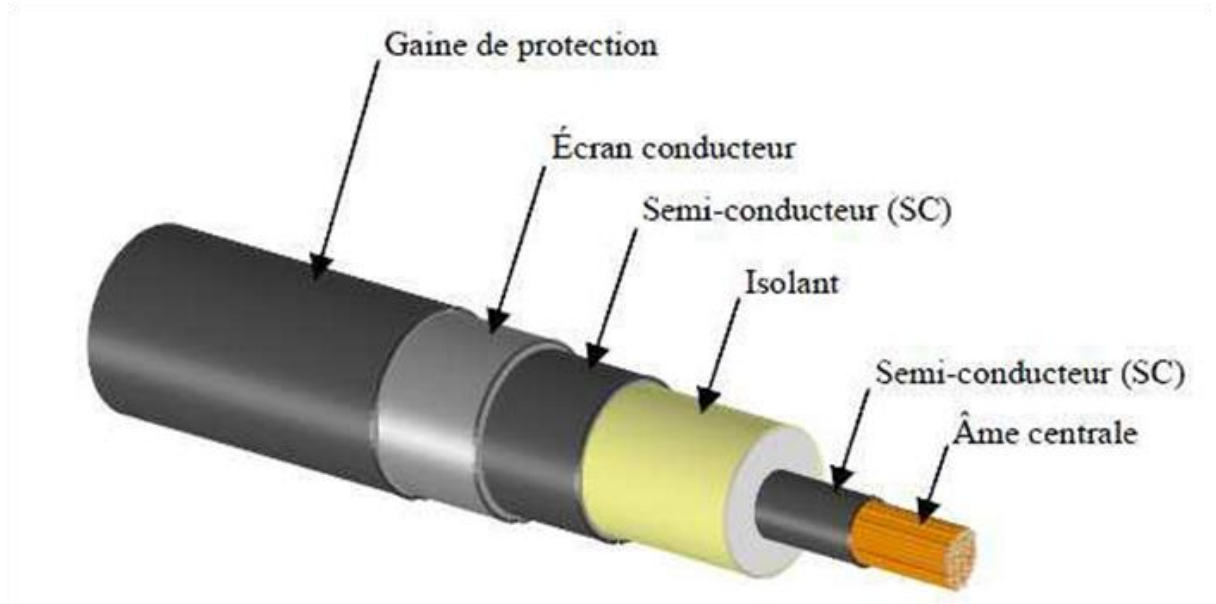


Figure I.5 : Structure d'un câble THT 400 kV (Diamètre = 13 cm) pour les réseaux souterrains [11].

- **L'âme centrale** : transmission l'énergie
- **L'écran semi-conducteur** : maintenir un champ électrique uniformément divergent dans le câble
- **L'isolant** : pour l'isolation des câbles HT.
- **Ecran conducteur** : pour la protection mécanique
- **Gain de protection** L'environnement extérieur (température, humidité, contrainte mécanique, ensoleillement)

La rigidité diélectrique de l'isolant représente la valeur maximale du champ électrique qu'il peut supporter. Le moindre défaut se situant à l'interface entre l'écran « semi-conducteur » et l'isolation peut être à l'origine d'un renforcement de champ électrique et conduire au claquage de l'isolant, ce qui entraîne l'endommagement des câbles. [56]

Il semble aujourd'hui de plus en plus probable que les problèmes de baisse de performances et de rupture des isolants soient liés à la présence et à l'accumulation de la charge d'espace en

volume et en surface du diélectrique. Cette présence peut donc nuire à la fiabilité des systèmes dans lesquels ils sont utilisés, et ce quelle que soit l'échelle des dispositifs. Ces effets néfastes peuvent être vus sous deux aspects : [55]

- La présence de charges conduisant au vieillissement à travers la relaxation d'énergie cinétique et potentielle ; ces phénomènes peuvent se manifester pour des champs électriques nettement inférieurs au champ de rupture propre au matériau [13]. Cette baisse de performance est attribuée principalement au vieillissement électrique des diélectriques, terminologie générique qui regroupe l'ensemble des mécanismes par lesquels les caractéristiques de ces matériaux évoluent au cours du temps [14].
- L'accumulation de la charge d'espace provoque la distorsion du champ électrique interne qui peut excéder le champ du matériau dans le cas des câbles. Ce problème est largement rencontré et conduit à la distorsion du champ électrique interne qui peut entraîner la rupture diélectrique du matériau. [55]

Le but de notre étude est la modélisation des phénomènes de transport de charges dans les isolants polymères de type polyéthylène, afin d'obtenir des éléments de réponse sur les mécanismes de génération de charges et de conduction dans ces matériaux. L'étude nous permet de comprendre le comportement des charges dans les diélectriques sous contrainte électrique et en particulier sur le polyéthylène. [55]

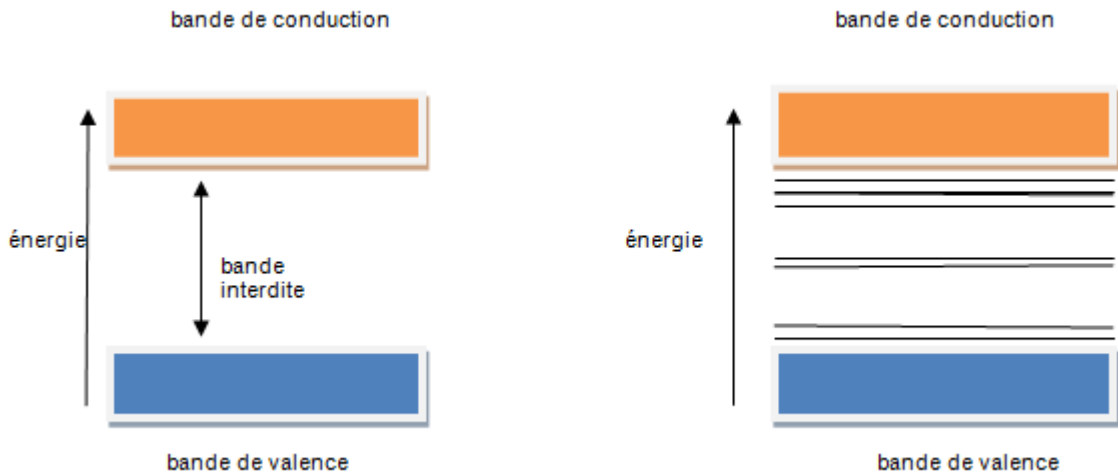
## ***1.6. Structure des bandes d'énergie***

### ***1.6.1. Théorie des bandes***

La notion de bande interdite est en général associée à des réseaux cristallins hautement ordonnés, comme des cristaux ioniques ou covalents. Pour ce type de cristaux, les interactions entre orbitales moléculaires des atomes forment des états dégénérés, qui conduisent à deux bandes d'énergies distinctes : la bande de valence, dans laquelle les trous peuvent se mouvoir, et la bande de conduction, où les électrons peuvent bouger librement.

Ces deux bandes sont séparées par une bande interdite, ou gap (Figure I.6.a.). On peut étendre cette notion de diagramme de bande aux polymères, bien qu'ils ne correspondent pas à des réseaux cristallins parfaits. Les désordres chimique et physique introduits précédemment affectent l'architecture du système moléculaire et modifient les états dégénérés de la bande de

valence et de la bande de conduction, pour former des états localisés dans la bande interdite (Figure I.6.b.). Suivant leur énergie, ils se situeront en bordure de bande de valence ou de conduction, et la différence d'énergie entre ces états localisés et les deux bandes feront d'eux des pièges à trous ou à électrons. [9]

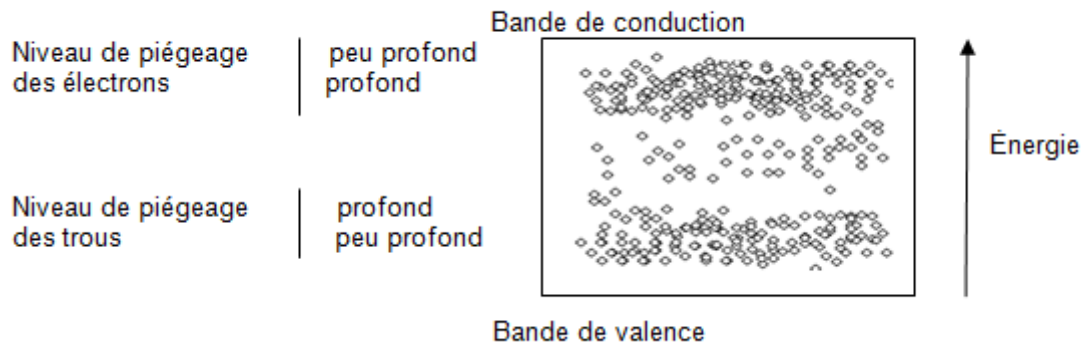


**Figure I.6.** : Diagramme de bande d'énergie, a) pour un réseau cristallin parfait ; b) pour un polymère.[11]

Il faut distinguer deux types d'états localisés :

- les sites peu profonds, qui sont dus au désordre conformationnel. Ces niveaux d'énergie sont proches des bandes de valence ou de conduction, et les porteurs de charges (électrons et trous) ayant acquis une faible énergie peuvent se mouvoir en « sautant » de site en site.
- les sites profonds, dus au désordre chimique. Ce sont des états isolés dans la bande interdite, dans lesquels les charges peuvent se piéger durablement. Ces niveaux d'énergie sont appelés pièges profonds, et ils participent peu au transport de charges. [9]

Une représentation schématique d'un diagramme d'énergie appliqué aux polymères est donné Figure I.7.



**Figure I.7 :** Représentation schématique d'un diagramme de bande pour un polymère, les carrés représentent les états localisés dans le gap.

La théorie des bandes d'énergie a initialement été élaborée pour les matériaux semi-conducteurs. Elle peut être aussi utilisée pour représenter la conductivité des isolants en considérant le diélectrique comme un semi-conducteur de bande interdite supérieure à 5eV. Les interactions entre orbitales moléculaires des atomes forment des états dégénérés, conduisent à deux bandes d'énergies distinctes : la bande de valence (WV) où les trous peuvent se mouvoir, et la bande de conduction (WC) où les électrons peuvent bouger librement. Ces deux bandes sont séparées par une bande interdite, ou gap. [13]

Pour les polymères, il faudra également tenir compte des défauts de structure dus à la présence d'impuretés chimiques et physiques. Ces défauts de structure se traduisent par des états d'énergie intermédiaires dans la bande interdite (Figure I.6), qui peuvent piéger des charges dans le polymère.

Selon l'origine des pièges, on peut les distinguer par deux types d'états localisés :

- les pièges peu profonds : dus aux impuretés physiques. Les électrons piégés et les trous piégés se localisent respectivement dans des niveaux d'énergie proches des bandes de conduction et de valence. Ces porteurs peuvent se dépiéger en acquérant une énergie suffisante pour franchir la barrière de potentiel.
- les pièges profonds : dus aux impuretés chimiques, et dans lesquels les charges peuvent se piéger durablement. Ces porteurs doivent acquérir une énergie beaucoup plus élevée par rapport aux charges piégées dans des pièges peu profonds pour se dépiéger. [13]

### ***1.7. Mécanismes élémentaires du transport de charges***

Nous traitons des mécanismes physiques de base qui s'appliquent au transport de charges. Les processus sont largement connus mais ces rappels permettront de mieux comprendre les phénomènes entrant en jeu, et ainsi d'asseoir les hypothèses de travail dont nous aurons besoin par la suite.

Il faut distinguer deux types de porteurs de charges participant à l'établissement d'un courant dans un diélectrique : les charges électroniques, qui englobent les électrons et les trous, et les ions. Ces deux types de porteurs sont différenciés selon leur origine. Ils sont dits intrinsèques s'ils sont générés à l'intérieur du matériau, et extrinsèques s'ils proviennent de l'extérieur.

Conduction électronique :

La génération intrinsèque de charges électroniques dans les matériaux diélectriques organiques est peu connue, car il est difficile d'accéder à des phénomènes se passant ponctuellement à une échelle microscopique. Les mécanismes de génération de charges extrinsèques sont plus connus. De nombreuses études théoriques ou de modélisations menées à ce sujet ont permis de comprendre en partie ces processus contrôlés par les interfaces. Dans le cadre de ce travail, nous discuterons plus particulièrement de la génération de charges aux interfaces de type métal-isolant. [13]

#### ***1.7.1. Mécanismes contrôlés par l'interface***

Les mécanismes de génération de charges aux interfaces sont plus connus. De nombreuses études menées à ce sujet ont permis de comprendre en partie ces processus contrôlés par les interfaces, et en particulier pour des interfaces de type métal isolant.

En effet, lorsqu'une charge électrique a acquis suffisamment d'énergie thermique, elle peut quitter l'environnement électronique auquel elle appartenait, créant ainsi une charge libre pouvant être injectée dans l'isolant. Encore sous l'effet d'un champ électrique élevé, des charges peuvent être injectées dans l'isolant à partir de l'électrode et peuvent se déplacer vers le volume du diélectrique.

Sous l'effet d'un champ électrique élevé, des charges peuvent être injectées dans l'isolant à partir de l'électrode et peuvent bouger vers l'intérieur. Ces mécanismes ne dépendent pas seulement de la tension appliquée, mais aussi d'autres facteurs comme la température, la

nature du polymère et de l'électrode. D'après Ieda.M [15], l'interface métal-isolant joue un rôle important dans la conduction et est à l'origine de plusieurs phénomènes :

- Injection des porteurs.
- Etats de surface.
- Réactions électrochimiques.
- Ionisation.
- Courants ohmiques et limitation de la charge d'espace.

Au contact métal-isolant, il existe une barrière de potentiel  $\Phi_0$ : la bande de valence de l'isolant est située à un niveau inférieur par rapport au niveau de Fermi du métal. Pour qu'un électron du métal puisse passer dans l'isolant, il doit absorber une énergie minimale, équivalente à la hauteur de la barrière. Le diagramme des bandes énergétiques est schématisé dans la Figure I.8.

Le problème majeur pour l'électron est de franchir la barrière de potentiel qui existe entre le métal et l'isolant. L'application d'un champ électrique a pour conséquence la réduction de la hauteur  $\Phi_0$  en tenant compte de l'abaissement de celle-ci sous l'effet du champ (effet Schottky). La voie 3 correspond au passage de l'électron à travers la barrière (effet tunnel) vers la bande de conduction du diélectrique.

Un processus composite, voie 2, pour lequel l'électron est activé thermiquement au-dessous de la barrière puis franchit celle-ci par effet tunnel.

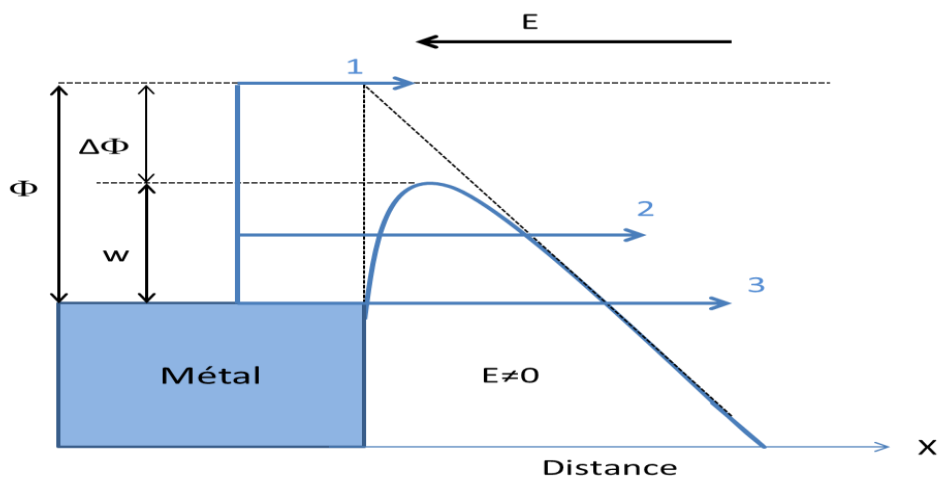


Figure I.8. Diagramme de bande énergétique associé à une interface de type métal-isolant

1 : injection Schottky

2 : injection tunnel (Fowler-Nordheim)

3 : injection tunnel assistée thermiquement

Deux mécanismes de franchissement de la barrière sont décrits dans ce qui suit : l'effet Schottky et l'effet Fowler-Nordheim.

### I.7.1.a. Effet Schottky

L'effet Schottky tient compte de l'attraction électrostatique d'un électron avec le métal. Lorsqu'un électron extrait d'un métal se trouve à une distance  $x$  de l'interface dans l'isolant, il induit une charge image sur le métal (Figure I.9). [13]

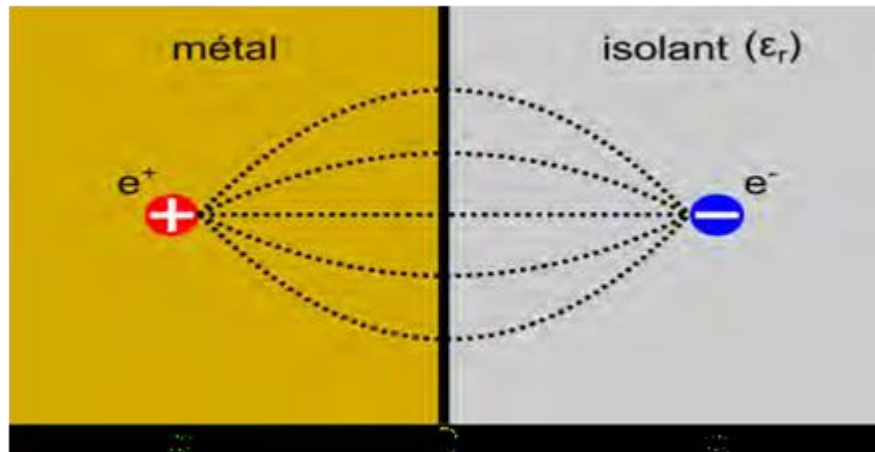


Figure I.9. Attraction électrostatique d'un électron avec le métal [13]

Lorsqu'un champ électrique est appliqué au système métal-isolant, une force de Coulomb est exercée par le conducteur sur l'électron dans l'isolant et l'énergie potentielle diminue sous l'effet combiné de la charge image et du champ électrique extérieur. L'application d'un champ électrique va abaisser la barrière de potentiel et donc favoriser ce type d'injection. La hauteur de la barrière s'exprime alors par :

$$\phi = \phi_0 - \beta_s \sqrt{E} \quad (\text{I-1})$$

La constante de Schottky  $\beta_s$  est donnée par :

$$\beta_s = \sqrt{\frac{e^3}{4\epsilon_r \epsilon_0}} \quad (\text{I-2})$$

Où  $\epsilon_r$  étant la permittivité relative du diélectrique,  $\epsilon_0$  la permittivité du vide et  $e$  charge élémentaire.

La densité de courant quant à lui s'exprime :

$$J_{schot} = AT^2 \exp\left[-\frac{\phi}{K_b T}\right] = AT^2 \exp\left[-\frac{\phi_0 - \beta_s \sqrt{E}}{K_b T}\right] = AT^2 \exp\left[-\frac{\phi_0}{K_b T}\right] \exp\left[\frac{\beta_s \sqrt{E}}{K_b T}\right] \quad (I-3)$$

Où A est constante de Richardson-Schottky,  $K_b$  constante de Boltzmann, T température thermodynamique.

La première partie du terme de droite représente l'émission thermique, alors que la seconde est fonction du champ électrique. Il est à noter que lorsque le champ électrique est nulle, la densité de courant n'est pas nulle, mais provient simplement de l'effet thermique.

A est la constante de Richardson :

h : constante de Plank

m : masse de l'électron,  $m=9,109.10^{-31}$  kg

### ***1.7.1.b. Effet Fowler-Nordheim***

L'effet Fowler-Nordheim (ou effet tunnel) traduit l'injection de charges dans l'isolant directement à travers la barrière de potentiel à l'interface. Cet effet ne devient significatif que pour des champs élevés (109 V.m-1). Dans ce cas, l'épaisseur de la barrière de potentiel est très fine.

La densité de courant s'exprime uniquement en fonction du champ électrique appliqué et de la hauteur de barrière. [13]

$$j_{FN} = K_1 E^2 \exp\left(\frac{-K_2}{E}\right) \quad (I-4)$$

Avec :

$$K_1 = \frac{q^3}{8\pi h \phi} \quad (I-5)$$

$$K_2 = \frac{8\pi(2m)^{1/2} \phi^{3/2}}{3hq} \quad (I-6)$$

L'Equation I.6 montre que l'injection Fowler-Nordheim est indépendante de la température. Cependant, des études ont montré que l'effet tunnel était aussi fonction de la température.



Ainsi, lors de l'augmentation de température, des électrons se trouvant dans un état excité dans le métal ont une probabilité plus grande de passer dans la bande de conduction de l'isolant par effet tunnel.

### I.7.2. Mécanismes contrôlés par le volume du polymère

Les polymères ne vont donc pas conduire l'électricité d'une grande quantité d'électrons libres dans l'une des bandes d'énergie autorisées, que ce soit la bande de valence(pleine) ou la bande de conduction (quasiment vide).

Cependant, les électrons peuvent être conduits au sein du matériau par différents mécanismes de conduction dans le volume diélectrique. Ces mécanismes deviennent prépondérants dans le cas des isolants et contrôlent donc le déplacement des charges électriques dans les polymères.

#### a. Courants limités par charge d'espace

Le régime de conduction SCLC décrit l'évolution de la densité de courant lorsque les charges injectées sont plus importantes que les charges intrinsèques. La Figure I.10 présente la caractéristique courant-tension dans un diagramme logarithmique avec les différentes régions associées. [13]

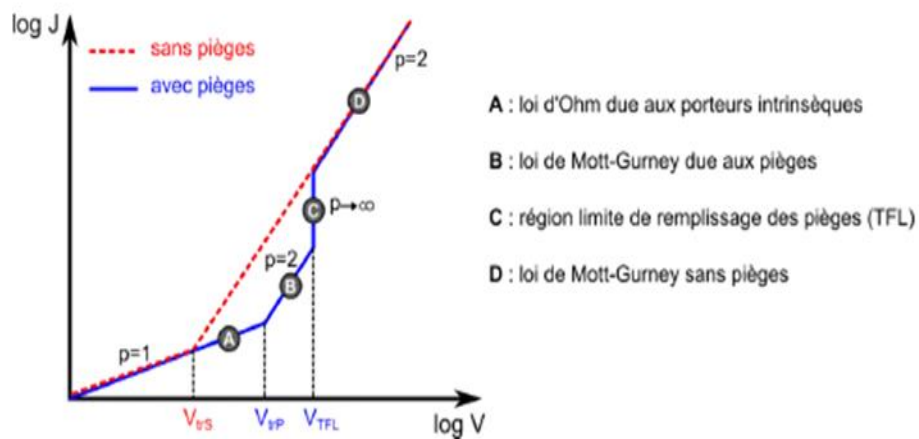


Figure I.10. Caractéristique courant-tension du phénomène de courant limité par charge d'espace. [21]

➤ Région A : lorsque la tension  $V$  est inférieure à une tension de transition  $V_{trP}$  ( $V < V_{trP}$ ), la densité de charges injectées est négligeable devant la densité de porteurs intrinsèques  $n_0$ , le comportement est ohmique :

$$j = qn_0\mu E = qn_0\mu \frac{V}{d} \quad (I-7)$$

Où :  $d$  : Epaisseur du diélectrique.  
 $\mu$  : Mobilité de charges.

Ici, la pente de la caractéristique logarithmique courant-tension est  $p=1$ . [13]

➤ Région B : lorsque  $V > V_{trP}$ , ce sont les porteurs injectés, dont une partie est piégée, qui constituent l'espèce dominante. Le transport est contrôlé par la loi de Mott-Gurney, pour laquelle le courant est proportionnel au carré de la tension, et qui s'écrit :

$$j = \frac{9}{8} \varepsilon_0 \varepsilon_r \theta \mu \frac{V^2}{d^3} \quad (I-8)$$

Où  $\theta = \frac{ni}{np}$  est la fraction de charges injectées libres par rapport aux charges piégées.

Donc,  $\theta\mu$  est la mobilité effective.

➤ Région C : lorsque tous les pièges sont remplis par les charges, la conduction augmente brusquement et les charges libres peuvent se mouvoir, comme si le diélectrique était exempt de pièges. La tension appliquée vaut alors  $V_{TFL}$  (Trap Filled Limit)

➤ Région D : lorsque  $V > V_{TFL}$ , la caractéristique rejoint celle d'un diélectrique sans pièges ( $\theta = 1$ ) exprimée par :

$$j = \frac{9}{8} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu \frac{V^2}{d^3} \quad (I-9)$$

Les valeurs de  $V_{trP}$ ,  $V_{TFL}$ ,  $V_{trS}$  (Figure I.10) sont déterminées à partir des *Equations*

$$V_{trS} = \frac{8}{9} q n_0 \frac{d^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (I-10)$$

$$V_{trP} = \frac{8}{9} q n_0 \frac{d^2}{\theta \varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (I-11)$$

$$V_{TFL} = q N_t \frac{d^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (I-12)$$

Où  $N_t$  est la densité totale de pièges.

L'Equation I-8 suppose que la tension appliquée au diélectrique permet de remplir des pièges situés à un niveau d'énergie bien défini, situé dans la bande interdite de l'isolant. La réalité est souvent plus complexe. Le régime d'injection va dépendre fortement de la répartition énergétique des pièges (profonds ou pas), de leur densité dans la bande interdite, de l'influence de la diffusion des porteurs de charge, etc. [13] L'influence générale de ces effets apparaît souvent vers  $V_{trP}$  et tendra à masquer la transition  $V_{TFL}$ . Dans ce cas, le calcul analytique précédent n'est plus valable et les lois de comportement sont déterminées par un calcul numérique. Le comportement général cependant reste du type :

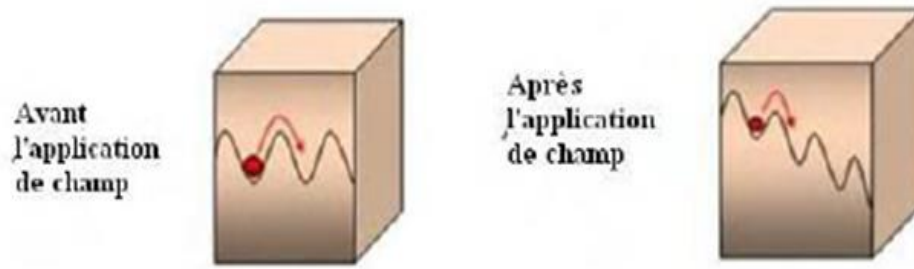
$$j = \frac{9}{8} \epsilon_0 \epsilon_r \mu \frac{V^{k+1}}{d^{2k+1}} \quad (I-13)$$

Où  $k$  est un nombre variant entre 0 et 3 et dont la valeur dépend de la distribution des pièges en énergie.

### ***b. Conduction par saut « hopping »***

Une description réaliste d'un isolant consiste à considérer qu'il existe une distribution de pièges allant du niveau de Fermi jusqu'aux bandes de valence et de conduction, donnant lieu respectivement à des pièges à trous et à électrons. Les pièges présents dans la bande interdite entraînent le piégeage des charges dans le volume du matériau. Les pièges constituent des états localisés capables de retenir les porteurs de charges pendant une certaine durée, fonction de leur profondeur. Le processus de migration des porteurs à travers le volume de l'échantillon s'effectue via un mécanisme de saut au cours duquel les charges peuvent passer d'un piège à un autre par sauts successifs.

Ainsi, l'énergie thermique nécessaire à une charge pour s'échapper d'un piège correspond à la profondeur du piège. De façon similaire au transport ionique, l'application du champ électrique favorise, par abaissement de la barrière d'énergie, le transport des porteurs dans un sens (Figure I.11). [11]



**Figure I.11** : Conduction par saut : schéma de la barrière de potentiel avant et après l'application du champ électrique. [11]

L'expression de la densité de courant pour le "hopping" doit alors tenir compte des valeurs des barrières de potentiel, et de la probabilité de mouvement. Elle est de la forme :

$$J_{Hop} = 2\rho.d.v.\exp\left[-\frac{w}{K_0.T}\right] \sinh\left[\frac{e.E.d}{2K_0.T}\right] \quad (I-14)$$

Où  $\rho$  est la densité de charge,  $w$  est la barrière de potentiel,  $v$  est la fréquence des sauts,  $d$  est la distance entre pièges.

### c. Mécanisme de Poole – Frenkel

Le mécanisme de Poole-Frenkel dans le volume est l'analogue de l'injection de Schottky à l'interface métal-isolant. Ce mécanisme de conduction volumique décrit généralement, dans les isolants, le déplacement des porteurs qui se trouvent dans la bande de conduction et qui peuvent se piéger à la profondeur  $\phi$  mais peuvent se dépiéger en acquérant une énergie thermique  $k_B T$  suffisante leur permettant de franchir la barrière de potentiel  $w$ . L'effet du champ électrique facilite ce dépiégeage grâce à l'abaissement de la hauteur de barrière, dont l'expression est :

$$\Delta\phi = \phi - w = \beta_{PF} E^{1/2} \quad (I-15)$$

Où  $\beta_{PF}$  est la constante de Pool-Frenkel.

$$\beta_{PF} = \sqrt{\frac{q^3}{\pi\epsilon_0\epsilon_r}} = 2\beta_s \quad (I-16)$$

L'expression de la densité de courant résultant de ce phénomène peut être écrite selon [13]

$$j_{PF} = j_0 \exp\left(\frac{-q\Delta\phi}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{q}{k_B T} \sqrt{\frac{qE}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}}\right) \quad (I-19)$$

Où  $j_0$  est la densité de courant à  $T = 0$  K.

### ***1.8. Conclusion***

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux effets induits par l'application d'un champ électrique sur les polymères et pouvant avoir un rôle important dans le processus de dégradation, tels la déformation électromécanique et le courant électrique induit par le champ (la conduction électrique).

Cette conduction sera donc soit contrôlée par des phénomènes d'interfaces électrode/diélectrique, soit par des phénomènes de volume au sein du diélectrique. La présence des produits de réticulation et des additifs engendre l'apparition des niveaux d'énergie localisés dans la bande interdite qui indiquent l'existence de deux types de pièges. Les pièges profonds sont associés aux impuretés chimiques, alors que ceux qui sont peu profonds sont attribués au désordre conformationnel des chaînes de polyéthylène. L'accumulation des charges électriques dans ces pièges provoque la dégradation prématurée de ces matériaux pouvant amener ainsi à leur claquage.

On distingue trois mécanismes contrôlés par l'interface : l'effet thermoélectrique (ou Schottky) qui traduit le passage de l'électron (ou trou) au-dessus d'une barrière de potentiel entre le métal de l'électrode et le matériau du diélectrique, l'effet tunnel (ou Fowler-Nordheim) défini par le passage de l'électron(ou trou) au travers de la barrière de potentiel à énergie constant et enfin l'effet tunnel assisté (ou Fowler-Nordheim) qui consiste en l'acquisition d'une énergie (le plus souvent thermique) par l'électron (ou trou) permettant son passage au travers de la barrière.

## **CHAPITRE II :**

*Description d'un modèle physique et numérique de  
transporte des charges dans un polyéthylène basse densité*

## ***II.1. Introduction***

La description physique du transport de charges dans les matériaux isolants polymères, tels que les polyéthylènes, est difficile à réaliser. Le développement numérique d'un modèle nécessite trois phases bien distinctes : la première consiste à définir les hypothèses physiques qui s'appliquent dans le cadre de la modélisation. Il faut pour cela disposer d'une bonne connaissance du problème posé et de l'état de l'art concernant la physique dans le domaine considéré. La deuxième phase est la mise en équation des hypothèses faites auparavant la dernière, est la résolution numérique de chaque équation.

Ce chapitre va s'articuler selon cette trame, dans un premier temps nous exposerons les objectifs que nous sommes fixés dans ce travail, dans la deuxième partie nous exposerons les phénomènes dont nous avons tenu compte pour mise en équation, alors que la troisième partie portera sur la résolution numérique des équations.

Plusieurs travaux antérieurs ont été intéressés par la modélisation du transport bipolaire de charges dans les polymères utilisés pour l'isolation électrique. Nous présentons dans le paragraphe qui suit un aperçu sur les principales voies de modélisation.

## ***II.2. Modèle physique***

Trois phases sont nécessaires pour bien développer numériquement un modèle. La première consiste à établir les hypothèses physiques. La deuxième phase est la mise en équation des hypothèses faites auparavant. La dernière est une phase de résolution numérique de chaque équation.

L'objectif principal est d'élaborer un modèle de conduction bipolaire unidimensionnelle symétrique, capable de simuler les différentes mesures expérimentales qui décrivent le comportement dynamique de la charge d'espace dans les isolants polymères, destiné à décrire l'évolution spatiale et temporelle de la charge d'espace générée par l'injection de particules chargées dans le LDPE soumis à une contrainte continue basse et haute tension, ainsi que celles du champ électrique dans le volume du polyéthylène. La simulation doit donc dans un même temps reproduire des mesures de charges d'espace, de courants mais aussi d'électroluminescence.

Ces grandeurs permettent d'approcher la dynamique des charges, de suivre et de comprendre l'évolution de certaines grandeurs.

### ***II.2.1. Hypothèses physique***

Un diélectrique solide est un matériau complexe, dans lequel cohabitent des espèces très diverses, chargées ou non (ions, électrons, atomes et molécules). Toutes ces espèces interagissent entre elles et le comportement de chacune est fortement dépendant des autres. Cette dépendance est accentuée en présence d'un champ électrique.

Une approche mathématique rigoureuse des phénomènes de transport dans les isolants solides impose une connaissance approfondie de tous les mécanismes microscopiques ayant lieu dans l'isolant, et des interactions entre les diverses espèces en présence. Or, les connaissances actuelles sur le LDPE ne permettent pas de répondre à toutes les questions posées sur les phénomènes de génération et de transport de charges dans ces matériaux. De nombreux doutes subsistent. De plus, il est très difficile au niveau de la modélisation d'obtenir des valeurs de paramètres qui soient sûres, puisqu'on ne peut remonter à toutes les valeurs par des mesures expérimentales. [11]

#### ***a. Modèles existants du transport de charges dans le polyéthylène***

Nous avons choisi de nous orienter vers une approche macroscopique, traitant globalement les phénomènes de transport, avec des hypothèses de travail reposant sur des faits microscopiques.

Les modèles de type macroscopique traitent dans leur globalité les phénomènes physiques mis en jeu lors du transport de charges dans les diélectriques solides. Le but de ces recherches est avant tout de pouvoir comparer des résultats théoriques et expérimentaux, telles que la mesure de charge d'espace, ou champ électrique.

Alison et Hill [18] ont publié l'état de leur recherche sur le transport de charge dans le polyéthylène réticulé. Ils ont développé un modèle bipolaire de transport de charges dans le XLPE. Cette étude s'appuie sur des résultats expérimentaux de charge d'espace (PEA) sur des échantillons de XLPE d'une épaisseur de 200  $\mu\text{m}$  en champ homogène. La génération de charges dans le diélectrique se fait uniquement par injection constante aux électrodes. Le phénomène de dissociation et la diffusion dans le volume sont négligés. La phase de transport de charges se fait par la conduction par des porteurs libres avec une mobilité effective indépendante du champ, tenant compte du possible piégeage et dépiégeage des charges dans des pièges peu profonds. Les impuretés de type chimique, créant des états localisés profonds



dans le gap, sont représentées par un niveau unique de piégeage pour chaque espèce de porteurs de charges. Le temps de résidence dans ce niveau de piège profond est considéré comme infini.

La recombinaison est prise en compte via des coefficients de recombinaison pour chaque niveau d'énergie et chaque espèce.

-Fukuma et al [19] ce modèle concerne aussi un modèle bipolaire simule un échantillon de polyéthylène réticulé soumis à une tension continue. La génération de charges se fait par injection de type Schottky mais une densité initiale de charges existe dans le volume avant application de la tension.

Le transport se fait par hopping pour les deux espèces. L'extraction des charges est possible via une barrière d'extraction pour chaque type de charge, les charges devant franchir une barrière pour pouvoir sortir de l'isolant. Les paramètres attribués aux électrons et aux trous sont identiques. Les électrons et trous mobiles peuvent se piéger dans un niveau de piège profond. La recombinaison est prise en compte seulement entre les deux espèces mobiles.

Un paramètre de température est ajouté afin de tenir compte de l'augmentation de la température par effet Joule avec l'augmentation du champ local et de la conduction.

-Kaneko et al [20] présentent un modèle macroscopique basé sur des hypothèses similaires à celles d'Alison et Hill et le matériau d'étude est un polyéthylène basse densité (LDPE). Le modèle est bipolaire dissymétrique, et la génération de charges se fait uniquement par le mécanisme à l'injection Schottky à travers les électrodes. Il diffère du modèle d'Alison essentiellement par le fait que la conduction des porteurs de charge se fait par « hopping » en négligeant tout piégeage profond. L'extraction des charges à l'électrode opposée est continue. La recombinaison est prise en compte entre les trous et les électrons.

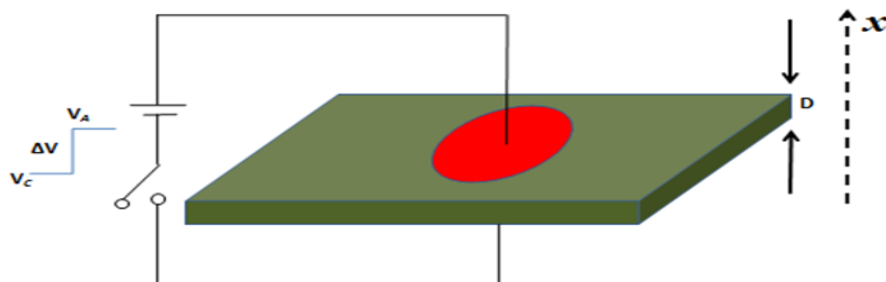
-LeRoy et al [21] présentent un modèle macroscopique bipolaire s'appuyant sur le modèle de Alison et Hill avec une injection de type Schottky et une barrière de dépiégeage pour les pièges profonds qui est activé thermiquement.

Les résultats obtenus sont comparés à des mesures expérimentales de charge d'espace, de luminescence et de courants.

Dans les années suivantes, divers modèles bipolaires s'appuyant sur le modèle de Alison et Hill et de Le Roy ont été développés. Chacun d'entre eux a pris en considération des hypothèses particulières, soit pour la génération soit pour le transport de charges, afin d'adapter leurs modèles à l'application visée. Xia et al [22] ont considéré une zone d'interface à une électrode, dans laquelle des charges injectées depuis le métal par injection Schottky pouvaient se piéger si le champ électrique était inférieur à un champ seuil. Ils ont aussi considéré une mobilité différentielle négative (NDM) qui permet de simuler des paquets de charges. Un modèle de Min et al [23] s'appuyant sur celui de Le Roy considère que les électrons, déposés par décharge couronne, sont piégés à la surface air/diélectrique, puis sont « injectés » dans le volume par effet Poole-Frenkel, alors que les trous sont injectés depuis le métal par injection Schottky. Ils ont simulé le potentiel de surface pour différents matériaux : tissu de verre époxy (FR4) et polytétrafluoroéthylène (PTFE). Lv et al [24] ont proposé sur la base du modèle de Le Roy d'associer la densité maximale de pièges à la quantité de nanoparticules introduites dans une matrice LDPE. Ils tiennent également compte d'un coefficient d'extraction des charges ainsi que de la diffusion.

### ***b. Description du modèle utilise***

Le modèle de base adopté dans notre travail d'Alison [18]. Notre modèle est appliqué sur un polyéthylène bas densité placé entre deux électrodes sous une tension continue (Figure II.1).



**Figure II.1** Plaque de polyéthylène entre électrodes sous tension continue. [11]

Les pièges existant dans l'échantillon polyéthylène manière uniforme sur toute l'épaisseur. En se basant sur les travaux de Quirke et al [25],[26] qui ont montré l'existence de deux types de

pièges. Des pièges sont soit associés aux désordres conformationnels et sont appelés pièges physiques, soit attribués aux impuretés et sont appelés pièges chimiques.

Le contact électrode-polyéthylène est supposé parfait, et les champs appliqués dans ce travail sont supposés satisfaire le modèle de Schottky [10] [27]. L'échantillon est considéré plan infini, par conséquent, on peut admettre que tous les mécanismes mis en jeu agissent principalement suivant l'épaisseur de l'échantillon selon l'axe des  $x$  représenté sur la Figure II.1.

La distribution de la température dans l'échantillon est supposée uniforme. Le porteur de charge est supposé possédant une mobilité dépende du champ électrique (mobilité de hopping). [28] [29]

Etant supposé que l'échantillon est initialement sans charges et que les densités accumulées sont faibles durant la période d'application de la tension, on peut alors négliger les courants de diffusion devant ceux de conduction [21], [28], [30]. En se basant sur les travaux d'Alison [18] et les expériences de Takada effectués sur le polyéthylène [31], quatre types de recombinaison entre électron-trou ont été considérés : électron mobile- trou mobile, électron mobile-trou piégé, électron piégé-trou mobile et électron piégé-trou piégé. Les termes de recombinaison entre les différents types de porteurs ont des formes données par le modèle de Langevin .Elle tient aussi compte du possible les charges piégés dépiégeage des charges dans des pièges profonds.

La Figure II.2 présente le mécanisme de conduction en tenant compte des phénomènes de piégeage, dépiégeage et de recombinaison.

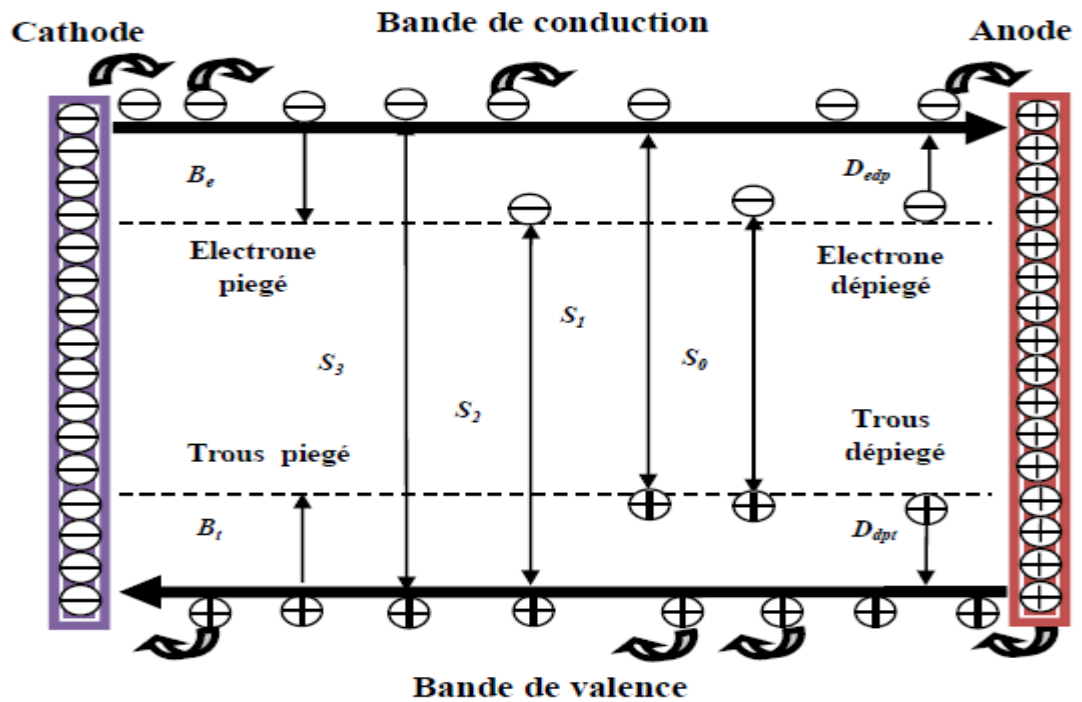


Figure II.2 : Schématisation du mécanisme de conduction. [32]

Les tableaux II.1 et II.2 illustrent respectivement les caractéristiques du modèle et les définitions des paramètres utilisés.

Tableau II.1 : Caractéristiques générales du modèle numérique.

| Caractéristiques                       | Modèle  |
|--|---|
| <b>Description générale</b>            | Modèle bipolaire incluant la recombinaison, le piégeage et le dépiégeage de charges |
| <b>Type de transport</b>               | Electronique (électrons et trous)   |
| <b>Génération de charges</b>           | Injection de type Schottky aux électrodes   |
| <b>Description de la conduction</b>    | Mobilité de hopping   |
| <b>Description du piégeage</b>         | Niveau unique de piégeage pour les électrons et pour les trous                      |
| <b>Description de la recombinaison</b> | Recombinaison entre charges mobiles-piégés ou piégés-piégés de signes opposés       |

**Tableau II.2 :** Définition des paramètres du modèle et de leurs symboles.

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| <b>Mobilités</b>                      | $\mu_e$ pour les électrons<br>$\mu_h$ pour les trous<br>$v$ Fréquence des sauts<br>$d$ distance moyenne<br>$wh (e, t)$ barrière de potentiel         |
| <b>Coefficients de recombinaison</b>  | $S_0$ électron piégé / trou piégé<br>$S_1$ électron mobile / trou piégé<br>$S_2$ électron piégé / trou mobile<br>$S_3$ électron mobile / trou mobile |
| <b>Coefficients de piégeage</b>       | $B_e$ pour les électrons<br>$B_t$ pour les trous   |
| <b>Coefficients de dépiégeage</b>     | $D_{dpe}$ pour les électrons<br>$D_{dpt}$ pour les trous   |
| <b>Densités maximales de piégeage</b> | $dNe$ pour les électrons<br>$dNt$ pour les trous   |
| <b>Densités de charges</b>            | $n_{e\mu}$ électron mobile<br>$n_{t\mu}$ trou mobile<br>$n_{ep}$ électron piégé<br>$n_{tp}$ trou piégé   |

## II.2.2. Mise en équations

Quel que soit le milieu étudié (solide, liquide, gaz,...), la modélisation des phénomènes de transport est basée sur la résolution d'un même système d'équations, qui sont l'équation de Poisson et les équations de continuité et de transport pour le couple de porteurs électrons et trous. Ces équations sont des équations d'évolution temporelle unidimensionnelle (suivant l'axe  $x$ ).

### II.2.2.1. Equation de Poisson

Dans le cas unidimensionnel, l'équation de Poisson est de la forme :

$$\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\rho_{nt}(x,t)}{\varepsilon} \quad (\text{II.1})$$

Avec  $\vec{\text{grad}}(V(x,t)) = -\vec{E}(x,t)$  (II.2)

Où  $V(x, t)$ ,  $E(x, t)$  et  $\varepsilon$  sont respectivement le potentiel, le champ électrique et la permittivité

diélectrique de l'isolant ( $2.3\epsilon_0$  pour LDPE). La densité nette de charges  $\rho_{nt}(x, t)$  est localement composée des électrons et des trous mobiles et piégés :

$$\rho_{nt}(x, t) = n_{t\mu}(x, t) + n_{tp}(x, t) - n_{e\mu}(x, t) - n_{ep}(x, t) \quad (\text{II.3})$$

Où  $n_{ep}(x, t)$  et  $n_{tp}(x, t)$  : sont respectivement les densités des électrons et des trous piégés, Et  $n_{e\mu}(x, t)$  et  $n_{t\mu}(x, t)$  : sont respectivement les densités des électrons et des trous mobiles.

### II.2.2.2. Equations de continuité

Le modèle développé est un modèle fluide, basé sur la résolution de l'équation de continuité. Celle-ci peut s'écrire, pour un type de charges :

$$\frac{\partial n_{(e,h)\mu}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial j_{(e,h)}(x, t)}{\partial x} = S_a \quad (\text{II.4})$$

$J_{(e, h)}(x, t)$  est le flux des électrons ou des trous mobiles. Le terme  $S_a$  représente le terme source, qui traduit l'apparition et la disparition des charges. Cette variation est due au piégeage, dépiégeage et à la recombinaison. Les équations (II.5), (II.6) et (II.7) donnent les expressions des termes sources de piégeage, de recombinaison et de dépiégeage, respectivement :

$$S_{p(t)}(x, t) = B_t n_{t\mu}(x, t) \left( 1 - \frac{n_{tp}(x, t)}{dN_t} \right) \quad \text{Et} \quad S_{p(e)}(x, t) = B_e n_{e\mu}(x, t) \left( 1 - \frac{n_{ep}(x, t)}{dN_e} \right) \quad (\text{II.5})$$

$$S_{r(e,t)}(x, t) = -S_i \times n_{(ep, e\mu)}(x, t) n_{(tp, t\mu)}(x, t) \quad (\text{II.6})$$

$$S_{dp(e)}(x, t) = \pm D_{dp(e)} n_{ep}(x, t) \quad \text{Et} \quad S_{dp(t)}(x, t) = \pm D_{dp(t)} n_{tp}(x, t) \quad (\text{II.7})$$

Avec 
$$D_{dp(e,t)} = v \cdot \exp \left[ - \frac{e \cdot W_{dp(e,t)}}{K_b T} \right] \quad (\text{II.8})$$

Où  $S_{p(t)}(x, t)$  et  $S_{p(e)}(x, t)$  sont respectivement les termes source de piégeage pour les électrons et les trous.  $S_{dp(e)}(x, t)$  et  $S_{dp(t)}(x, t)$  sont respectivement les termes source de dépiégeage pour les électrons et les trous.  $S$  est le coefficient de recombinaison électron piégé-trou piégé ( $S_0$ ), électron mobile-trou piégé ( $S_1$ ), électron piégé-trou mobile ( $S_2$ ) ou électron mobile-trou mobile ( $S_3$ ).  $B$  est le coefficient de piégeage pour les électrons ( $B$ ) ou pour les trous ( $B_t$ ).  $dN_e$  et  $dN_t$  sont, respectivement, les densités des pièges à électron et à trou.  $D_{dp(e)}$  et  $D_{dp(t)}$  sont les coefficients de dépiégeage pour les électrons et les trous, respectivement

(Tableau II.2).  $w_{dpe}$  et  $w_{dpt}$  sont respectivement les barrières de dépiégeage pour les électrons et les trous.  $\nu$  est la fréquence d'activation de dépiégeage,  $\nu = 6.2 \times 10^{12} s^{-1}$ .

$K_b$  est la constante de Boltzmann ( $1.3806 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$ )

L'équation de transport s'écrit comme suit :

$$J_{(e,t)}(x,t) = \mu_{(e,t)} n_{(e,t)\mu}(x,t) \cdot E(x,t) \quad (II.9)$$

$\mu_{e,t}$  est la mobilité soit des électrons, soit des trous.

### II.2.2.3. Equations de variation des densités de porteurs

Les termes sources de recombinaison, de piégeage et de dépiégeage renseignent sur la variation (disparition ou apparition), locale et dans le temps, des densités de chaque type de porteur mobile ou piégé. Pour le coefficient de piégeage  $B$ , le signe (+) et (-) est correspondent respectivement à l'apparition de charges piégées et la disparition des charges mobiles. Pour le coefficient de piégeage  $D_{dp}$ , le signe (+) et (-) est correspondent respectivement à l'apparition de charges mobiles et la disparition des charges piégées. [11]

Ces variations sont représentées par les équations suivantes :

➤ Variation de la densité des électrons mobiles :

$$S_{e\mu} = \underbrace{S_3 n_{e\mu}(x,t) n_{t\mu}(x,t)}_{\substack{\text{Disparition par} \\ \text{recombinaison} \\ \text{avec les trous} \\ \text{mobiles}}} - \underbrace{S_1 n_{e\mu}(x,t) n_{tp}(x,t)}_{\substack{\text{Disparition par} \\ \text{recombinaison} \\ \text{avec les trous} \\ \text{piégés}}} - \underbrace{B_e n_{e\mu}(x,t) \left(1 - \frac{n_{ep}(x,t)}{dN_e}\right)}_{\substack{\text{Disparition par} \\ \text{piégeage}}} + \underbrace{D_{dp(e)} n_{ep}(x,t)}_{\substack{\text{Apparition par} \\ \text{dépiégeage}}} \quad (II.10)$$

➤ Variation de la densité des trous mobiles :

$$S_{t\mu} = \underbrace{S_3 n_{t\mu}(x,t) n_{e\mu}(x,t)}_{\substack{\text{Disparition par} \\ \text{recombinaison} \\ \text{avec les} \\ \text{électrons} \\ \text{mobile}}} - \underbrace{S_2 n_{t\mu}(x,t) n_{ep}(x,t)}_{\substack{\text{Disparition par} \\ \text{recombinaison} \\ \text{avec les électrons} \\ \text{piégés}}} - \underbrace{B_t n_{t\mu}(x,t) \left(1 - \frac{n_{tp}(x,t)}{dN_t}\right)}_{\substack{\text{Disparition} \\ \text{par} \\ \text{piégeage}}} + \underbrace{D_{dp(t)} n_{tp}(x,t)}_{\substack{\text{Apparition} \\ \text{par} \\ \text{dépiégeage}}} \quad (II.11)$$

$$S_{ep} = \underbrace{S_0 n_{ep}(x,t) n_{tp}(x,t)}_{\text{Disparition par recombinaison avec les trous piégés}} - \underbrace{S_2 n_{ep}(x,t) n_{t\mu}(x,t)}_{\text{Disparition par recombinaison avec les trous mobiles}} + \underbrace{B_e n_{e\mu}(x,t) \left(1 - \frac{n_{ep}(x,t)}{dN_e}\right)}_{\text{Apparition par piégeage}} - \underbrace{D_{dp(e)} n_{ep}(x,t)}_{\text{Disparition par dépiégeage}} \quad (\text{II.12})$$

➤ Variation de la densité des trous piégés :

$$S_{tp} = \underbrace{S_0 n_{tp}(x,t) n_{ep}(x,t)}_{\text{Disparition par recombinaison avec les électrons piégés}} - \underbrace{S_1 n_{tp}(x,t) n_{e\mu}(x,t)}_{\text{Disparition par recombinaison avec les électrons mobiles}} + \underbrace{B_t n_{t\mu}(x,t) \left(1 - \frac{n_{tp}(x,t)}{dN_t}\right)}_{\text{Apparition par piégeage}} - \underbrace{D_{dp(t)} n_{tp}(x,t)}_{\text{Disparition par dépiégeage}} \quad (\text{II.13})$$

#### II.2.2.4. Conditions initiales et aux limites

La condition initiale d'un échantillon sans charges s'écrit comme suit :

$$\rho_{nt}(x, t=0) = 0 \quad (\text{II.14})$$

Les conditions aux limites aux électrodes concernant le potentiel et les densités des flux injectés pour les électrons et les trous sont données par les équations suivantes :

$$V(0, t > 0) = V_{cat} \quad (\text{II.15})$$

$$V(D, t > 0) = V_{and} \quad (\text{II.16})$$

$$\int_0^D E dx = \nabla V \quad (\text{II.17})$$

$$\nabla V = V_{cat} - V_{and} \quad (\text{II.18})$$

Où  $V_{cat}$  et  $V_{and}$  sont respectivement les potentiels à la cathode (en  $x = 0$ ) et à l'anode (en  $x = D$ ).



### II.2.2.5. Comportement à l'interface

#### A -Injection de charge

Nous considérons que les porteurs sont injectés dans le diélectrique à travers les deux électrodes. Ce mécanisme est décrit par une loi de Schottky :

qui s'écrit à la cathode ( $x=0$ ) et à l'anode ( $x=D$ ), pour les électrons et les trous, respectivement

$$j_e(0,t) = AT^2 \exp\left(-\frac{ew_{in(e)}}{K_b T}\right) \exp\left(\frac{e}{K_b T} \sqrt{\frac{eE(0,t)}{4\pi\epsilon}}\right) \quad (\text{II.19})$$

$$j_t(D,t) = AT^2 \exp\left(-\frac{ew_{in(t)}}{K_b T}\right) \exp\left(\frac{e}{K_b T} \sqrt{\frac{eE(D,t)}{4\pi\epsilon}}\right) \quad (\text{II.20})$$

$j_e(0,t)$  et  $j_t(D,t)$  sont respectivement les densités des électrons et des trous injectés à la cathode et à l'anode.  $E(0,t)$  et  $E(D,t)$  sont respectivement le champ électrique à la cathode et à l'anode.  $A = 1.2 \times 10^6 A m^{-1} K^{-2}$  est la constante de Richardson [33].

#### B- extraction des charges

$w_{in(e)}$  et  $w_{in(t)}$  sont respectivement les barrières d'injection des électrons et des trous, et  $T$  est la température de l'échantillon. Les électrons et les trous ont une densité de courant d'extraction, à l'anode et à la cathode, respectivement :

$$j_e(D,t) = \mu_e n_{e,\mu}(D,t) E(D,t) \quad (\text{II.21})$$

$$j_t(0,t) = \mu_t n_{t,\mu}(0,t) E(0,t) \quad (\text{II.22})$$

### II.2.2.6. Courants externe, de conduction et de déplacement

Le calcul du courant induit dans le circuit extérieur par les charges dans l'isolant est rarement traité rigoureusement dans la littérature, en particulier dans les diélectriques solides. Nous allons effectuer le calcul du courant de manière globale, en trois dimensions, avant de simplifier les équations dans le cas unidimensionnel, qui est celui qui nous intéresse.

Les charges électriques induisent un courant dans le circuit extérieur appelé courant externe. Ce courant est la somme des courants de conduction et de déplacement.

- La densité locale du courant de conduction pour les électrons et les trous mobiles s'écrit :

$$j_{(e,t)}(x,t) = (\mu_e n_{e\mu} + \mu_t n_{t\mu}) E(x,t) \quad (\text{II.23})$$

- La densité locale du courant de déplacement s'écrit :

$$j_d(x,t) = \varepsilon \frac{\partial E(x,t)}{\partial t} \quad (\text{II.24})$$

- La densité du courant externe est obtenue par intégration numérique [29], [32]

$$j_{ext} = \int_0^D j_{(e,t)}(x,t) + j_d(x,t) \quad (\text{II.25})$$

Selon l'hypothèse d'une tension appliquée constante, la contribution du courant de déplacement est nulle et l'équation (II.17) permet de satisfaire à la condition suivante :

$$\int_0^D j_d(x,t) = 0 \quad (\text{II.26})$$

- Conduction par « Hopping »

Le phénomène de conduction par « hopping », implique l'existence de plusieurs niveaux répartis dans la bande interdite de l'isolant. Toutefois, ces sites doivent être suffisamment proches, spatialement et/ou énergétiquement, les uns des autres de façon à ce que les orbitales de ces sites se recouvrent. Une charge de nature quantique a ainsi une certaine probabilité de passer d'un piège à un autre d'énergie similaire sans effort particulier par effet tunnel. [55]

La mobilité de hopping, l'équation de la mobilité pour les deux types de porteurs (électrons et trous) est de la forme ci-dessus :

$$\mu_{hop(e,t)} = \frac{2vd}{E(x,t)} \cdot e \left( \frac{ew_{h(e,t)}}{k_b T} \right) \sinh \left( \frac{eE_{(x;t)}}{2k_b T} \right) \quad (\text{II.27})$$

Où  $v$  est la fréquence des sauts fixée par  $\frac{k_b T}{h} = 6.2 \times 10^{12} \text{s}^{-1}$ ,  $h$  est la constante de Planck,  $w_{h(e,t)}$  est la barrière de potentiel à franchir pour les électrons et les trous.  $d$  est la distance moyenne entre les pièges,  $e$  est la charge élémentaire.

### II.2.2.7. Taux nets de recombinaison

On a quatre types de recombinaison entre électron-trou ont été considérés :

- \_ Électron mobile- trou mobile ( $TR_{e\mu-t\mu}$ )
- \_ Électron mobile trou piégé ( $TR_{e\mu-tp}$ )
- \_ Électron piégé-trou mobile ( $TR_{ep-t\mu}$ )
- \_ Électron piégé-trou piégé ( $TR_{ep-tp}$ ).

Le taux nets de recombinaison est calculé par l'équation suivant :

$$TR_{net} = TR_{(e\mu-t\mu)} + TR_{(e\mu-tp)} + TR_{(ep-t\mu)} + TR_{(ep-tp)} \quad (II.28)$$

$$TR_{net} = S_3 n_{e\mu} \cdot n_{t\mu} + S_1 n_{e\mu} \cdot n_{tp} + S_2 n_{ep} \cdot n_{t\mu} + S_0 n_{ep} \cdot n_{tp} \quad (II.29)$$

## II.3. Résolution numérique

Le défi de tout développement numérique est d'arriver à utiliser les meilleurs algorithmes capables de résoudre les équations physiques.

Dans ce qui suit, nous présentons les techniques numériques que nous avons utilisées pour la résolution du modèle physique suivies de l'organigramme générale du modèle étudié.

### II.3.1. Grille de discrétisation

La grille de calcul est discrétisée suivant une seule direction, la structure considérée étant unidimensionnelle, fonction de l'épaisseur du diélectrique (D). Celle-ci est discrétisée non uniformément en élément  $\Delta x(i) = x(i+1) - x(i)$ , très petits à proximité des électrodes, afin de suivre la pénétration des charges dans l'isolant avec une bonne précision. [11]

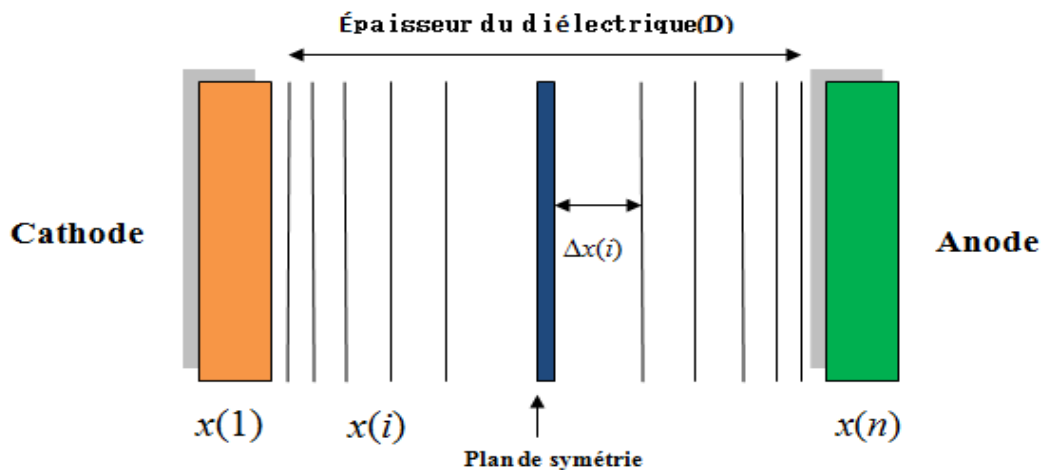


Figure II.3 : Discrétisation de l'épaisseur du diélectrique en éléments  $\Delta x(i)$  [11]

Puisque la grille de calcul présente un plan de symétrie en son milieu, il suffit de diviser seulement la moitié de cette grille en éléments  $\Delta x(i)$  et appliquer une symétrie sur cette moitié pour retrouver la grille entière par les points d'abscisses suivants :

$$x(i) = x(2) \frac{1 - q^{i-1}}{1 - q} \quad (\text{II.30})$$

Avec 
$$x(2) = \frac{1 - q}{1 - q^{m-1}} \frac{D}{2} \quad / \quad q = X^{\frac{1}{m-2}} \quad / \quad m = \frac{n-1}{2} \quad / \quad 2 < i \leq m$$

$(n-1)$  désigne le nombre totale des cellules, la cathode est situé en  $x(1) = 0$ , l'anode est symétrique de la cathode et elle est en  $x(n) = D$ ,  $X$  désigne le rapport entre l'épaisseur de la cellule du milieu et celle de la première cellule :

$$X = \frac{x\left(\frac{n-1}{2} + 1\right) - x\left(\frac{n-1}{2}\right)}{x(2) - x(1)} \quad (\text{II.31})$$

Typiquement nous utilisons 100 cellules ( $n=101$ ) avec  $Z=10$ .

#### **II.4. Principes des modèles numériques appliqués**

Le modèle physique déjà présenté concerne l'injection et le transport bipolaire d'électrons et trous auxquels sont associés les mécanismes d'injection, de piégeage, dépiégeage et de recombinaison. Dans ce qui suit, nous présentons les méthodes appliquées pour résoudre les équations constituant le modèle physique. Bien que les méthodes analytiques aient été couramment appliquées dans le cas du modèle physique de transport mono-polaire, elles restent, à notre connaissance, absentes dans tous les travaux relatifs au transport bipolaire dans les polyéthylènes [40]. Cette absence est due à la difficulté de traiter analytiquement les termes non linéaires de recombinaison formés par les densités des différents types de porteurs de charges. A ce propos, les méthodes numériques s'avèrent nécessaires pour surmonter cette difficulté rencontrée lors de la résolution.

Le choix des modèles numériques que nous avons appliqués dans ce travail repose sur certaines considérations et contraintes physiques rencontrées dans le modèle. En effet, les grandeurs champ électrique et densité de charges font coupler les équations de Poisson, de continuité et de transport. Ce couplage qui persiste lors de l'évolution de la charge dans le

matériau, ainsi que la distribution discrète des pièges permettent d'avantage d'appliquer les procédures de discrétisation numériques de l'épaisseur en cellules de charges. Pour ces considérations, nous avons appliqué le modèle des éléments finis [42], [41], [28], [29] à l'équation de Poisson afin de déterminer à chaque instant la distribution du champ électrique aux entrées et aux sorties des cellules de pièges. Ce modèle des éléments finis peut être appliqué à des configurations plus compliquées telle que par exemple la géométrie cylindrique des polyéthylènes des câbles électriques. Le gradient de densité de courant présent dans l'équation de continuité peut présenter des instabilités sous haute tension. En effet, des forts gradients de densité de courant apparaissent aux électrodes lorsque la tension appliquée est très haute. Ces forts gradients induisent des oscillations qui apparaissent sur les densités de charges mobiles à proximité des électrodes. Ces oscillations engendrent des instabilités numériques qui peuvent se propager dans les valeurs de la densité sur toute l'épaisseur. Pour remédier à cette contrainte, nous avons choisi d'appliquer le modèle numérique de transport de Léonard auquel nous avons associé la procédure du limiteur universel qui permet d'éviter ces oscillations [43], [44]. Le troisième modèle numérique a été choisi en vue d'obtenir une meilleure précision sur les valeurs des densités des électrons et des trous. En effet, cette meilleure précision a été assurée par l'application de la méthode de Runge Kutta d'ordre cinq de plus élevé. [11]

Enfin, on nous présentons ci-dessous sur la figure II.5 un schéma d'ensemble des modèles physique et numériques. On remarque que pour une cellule de piège profond choisie d'une manière arbitraire, le modèle éléments finis est appliqué à l'entrée et à la sortie de la cellule alors que ceux de Léonard et de Runge Kutta sont appliqués au centre (Figure II.4).

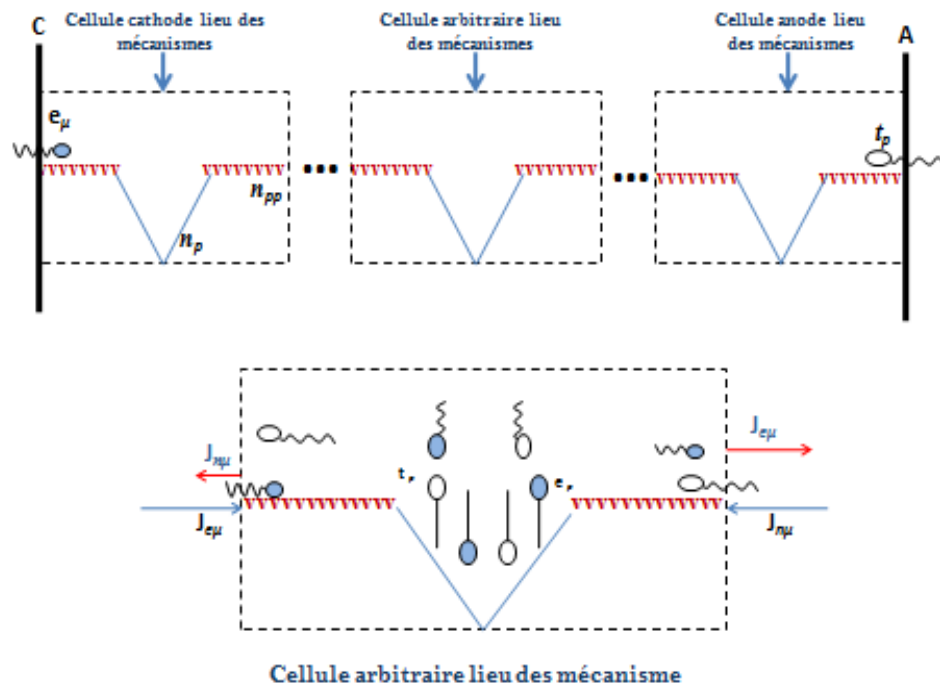


Figure II.4 : Schématisation d'une cellule arbitraire lieu des mécanismes. [11]

( $e_\mu, t_\mu$ ) : électron-trou mobiles.

( $e_p, t_p$ ) : électron-trou piégés.

( $e_{dp}, t_{dp}$ ) : électron-trou dépiégés.

( $n_p, n_{pp}$ ) : niveaux de pièges profond et peu profond.

( $J_{e\mu}, J_{t\mu}$ ) : Densités des courants électron-trou mobiles.

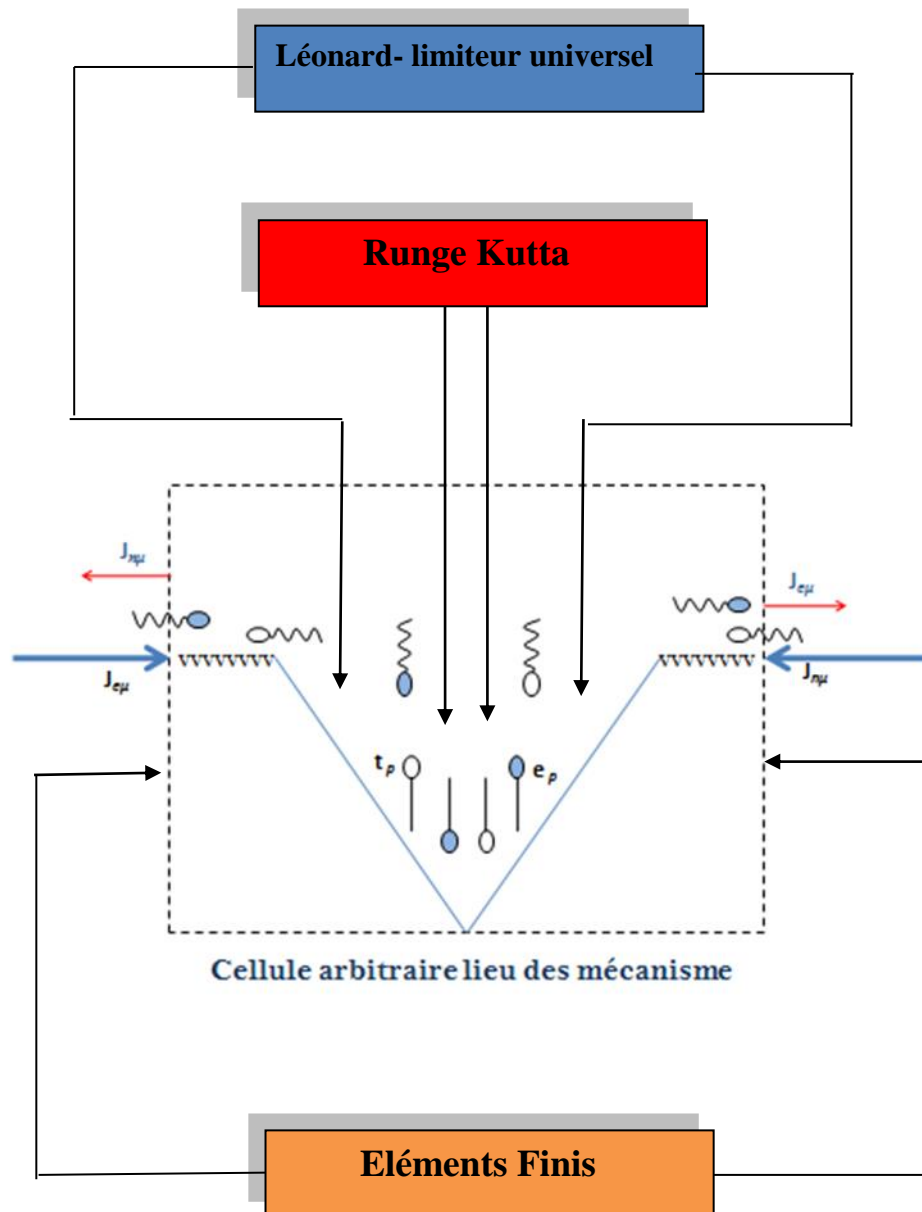


Figure II.5 : Schéma d'ensemble des modèles physique et numérique. [11]

Le déroulement du programme est utilisé par un code de Matlab. Ce code Matlab permet de fournir toutes les distributions relatives aux champs électriques, aux densités nettes de charges, aux densités des porteurs mobiles et piégés, aux taux nets de recombinaison ainsi que les courants externe, de conduction et de déplacement (Figure II.6).

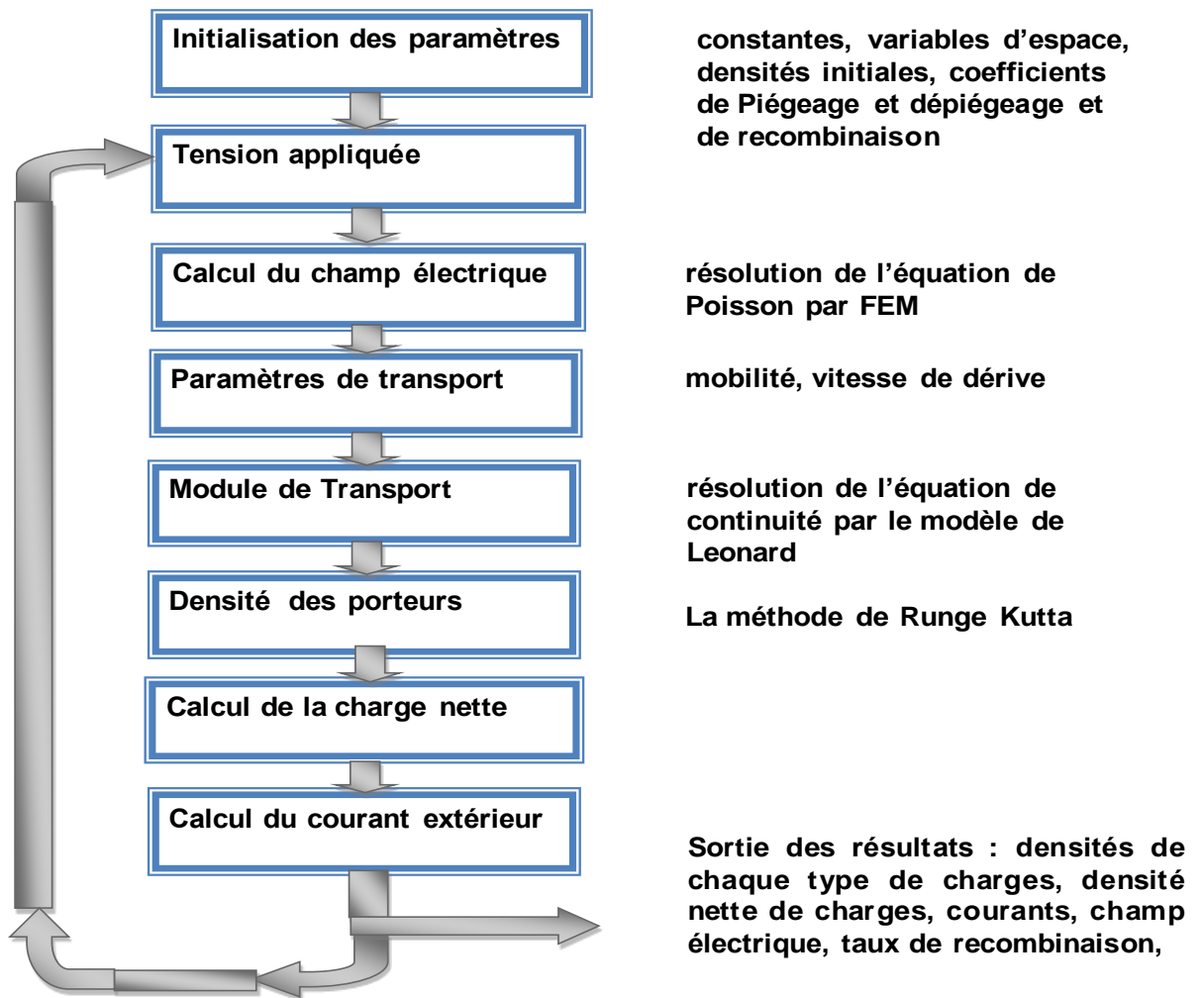


Figure II.6 : schéma de déroulement de la résolution numérique.

## II.5. Conclusion

L'objectif de l'analyse numérique est de pouvoir traduire de manière fidèle les phénomènes physiques décrits par les équations. Ensuite la résolution des équations physiques nous a permis d'avoir une distribution spatio-temporelle, du champ électrique, ainsi que l'évolution de la densité de courant au cours du temps.



La simulation est basée sur des faits physiques pouvant traduire le phénomène de transport dans l'isolant polyéthylène en termes de modélisation. Il s'agit d'un modèle de conduction bipolaire adoptant une distribution exponentielle et un niveau maximal de profondeur de pièges.

Enfin les étapes de déroulement du programme sont données dans un organigramme, nous avons appliqué la méthode des éléments finis pour résoudre l'équation de poisson, le modèle de Léonard pour l'équation de continuité. Afin d'atteindre une meilleure précision sur la détermination des distributions instantanées des densités nettes de charges, nous avons choisi la méthode de Runge Kutta du plus haut degré de précision.

### **CHAPITRE III:**

*Résultats de simulation de transport de charge dans  
le polyéthylène*

### **III.1. Introduction**

L'objectif de la simulation numérique est d'obtenir des résultats afin d'évaluer un modèle physique, applicable à des contraintes électriques et de le développer, pour comparer les résultats de celui-ci à différentes mesures expérimentales concernant la dynamique des charges d'espace, l'électroluminescence et le courant.

En effet, il faut avoir une idée précise de l'influence de certain paramètre du modèle sur les allures et les valeurs numériques obtenues, ce qui faciliter ensuite l'ajustement des paramètres pour cela nous avons développé un logiciel en Matlab. Ce logiciel permet de fournir toutes les distributions relatives aux champs électriques, aux densités nettes de charges, aux densités des porteurs mobiles et piégés, taux nets de recombinaison ainsi que les courants externe, de conduction et de déplacement. Pour simplifier, nous considérons des paramètres symétriques pour les deux types de porteurs de charges (électrons et trous). Nous nous sommes donc attachés de faire varier certains paramètres du modèle, pour connaître leur rôle dans les calculs, pour obtenir les résultats les plus cohérents possibles par rapport aux littératures.

### **III.2. Paramètres du modèle**

Dans cette partie, nous nous intéressons aux effets de la variation de certains paramètres du modèle sur les résultats. Les résultats obtenus seront classés selon l'intensité de la tension appliquée à un échantillon polyéthylène basse densité (PEBD) d'épaisseur  $D=100\ \mu\text{m}$ . Les valeurs initiales des paramètres introduits lors de ces simulations sont tirées de la littérature d'Alison [18] et autres travaux de mémé parcours. Les études expérimentales de Takada et Li [45] montrent qu'on peut aussi négliger les recombinaisons relatives aux porteurs électron mobile-trou mobile.

En effet, en tenant compte des tests des paramètres du modèle. Donc, nous avons choisi des faibles tensions, alors nous avons appliqué les tensions de 5 et 10 et 20 KV.

Tous les paramètres de compilation du modèle sont regroupés dans le tableau III.1 suivant :

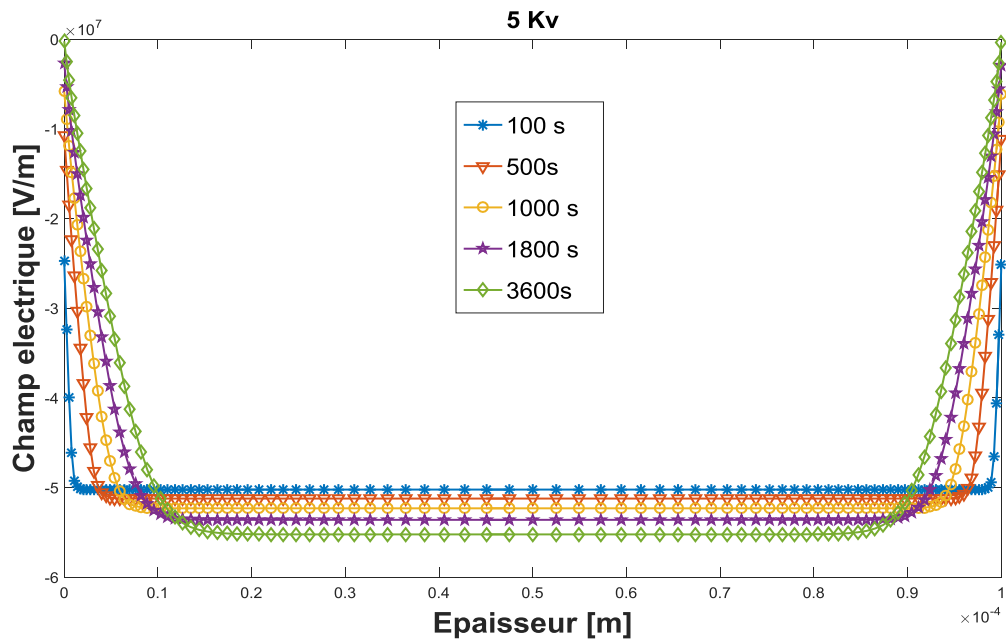
Tableau III.1 : Paramètres du modèle

| Paramètres                    | Valeur  |   |
|-------------------------------|---|---|
| Coefficients de piégeage      | Électrons<br>Trous  | $B_e=7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$<br>$B_t=7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  |
| Mobilités                     | Électrons<br>Trous  | $\mu_e=9 \times 10^{-15} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$<br>$\mu_t=9 \times 10^{-15} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  |
| Densité des pièges            | Électrons<br>Trous  | $dN_e = 100 \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$<br>$dN_t = 100 \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$  |
| Barrière d'injection          | Électrons<br>Trous  | $w_{ine} = 1.2 \text{ eV}$<br>$w_{int} = 1.2 \text{ eV}$  |
| Barrières de dépiégeage       | Électrons<br>Trous  | $w_{dpe} = 0.80 \text{ eV}$<br>$w_{dpt} = 0.80 \text{ eV}$  |
| Coefficients de recombinaison | Electron piégé-trou piégé<br>Electron mobile-trou piégé<br>Electron piégé-trou mobile<br>Electron mobile -trou mobile | $S_0=4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$<br>$S_1=4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$<br>$S_2=4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$<br>$S_3 \approx 0$ |
| Tension appliquée             | $5 \text{ kV} \quad 10 \text{ kV} \quad 20 \text{ kV}$  |   |
| Epaisseur de l'échantillon    | $D=100 \mu\text{m}$   |   |
| Pas de temps                  | $\Delta t=0.01$   |   |
| Température                   | $T=300 \text{ K}$   |   |
| Hopping                       | Fréquence des sauts<br>distance moyenne<br>barrière de potentiel  | $v=6.2 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$<br>$d=1.2 \times 10^{-10} \text{ m}$<br>$wh(e,t)=0.64 \text{ eV}$   |

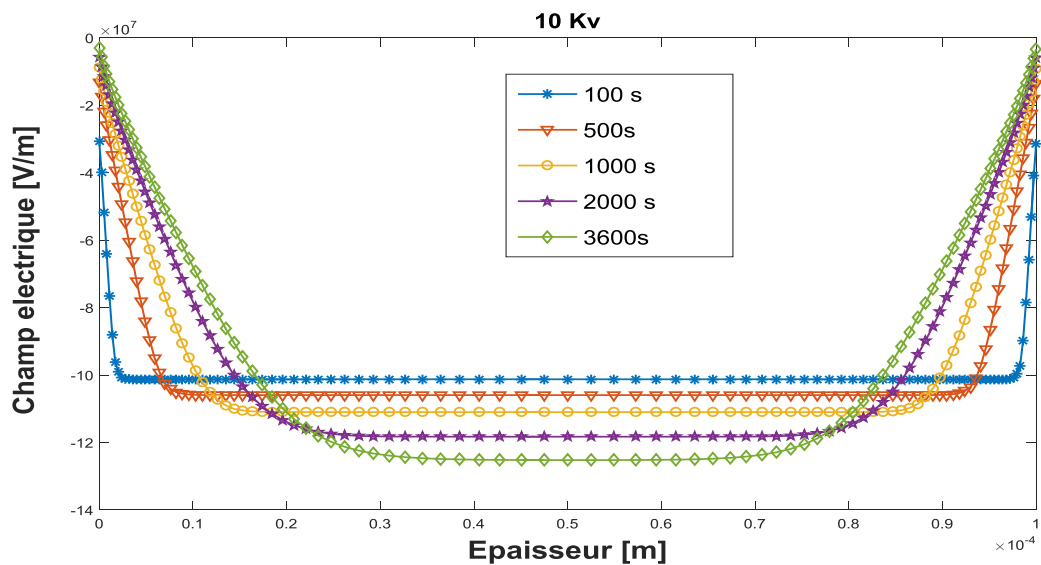
### III.3. Résultats de validation numérique sous différente tension appliqués

#### III.3.1. Résultats numériques des distributions des champs électriques

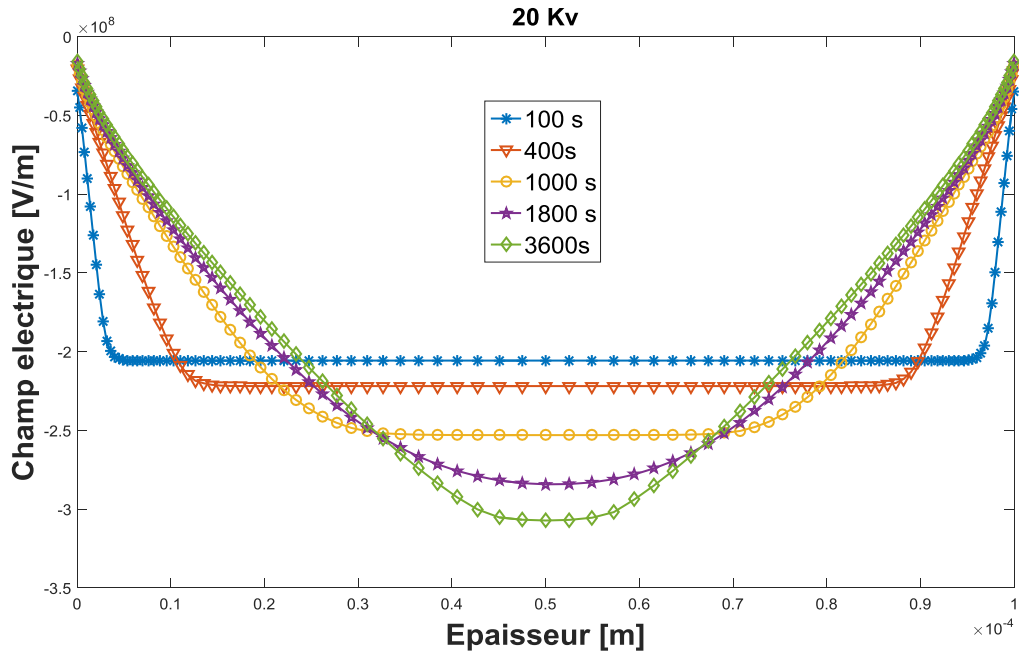
Les figures (III.1-a), (III.1-b) et (III.1-c) représentent les profils du champ électrique obtenus respectivement pour les tensions de 5, 10 et 20 kV.



(a)



(b)



(c)

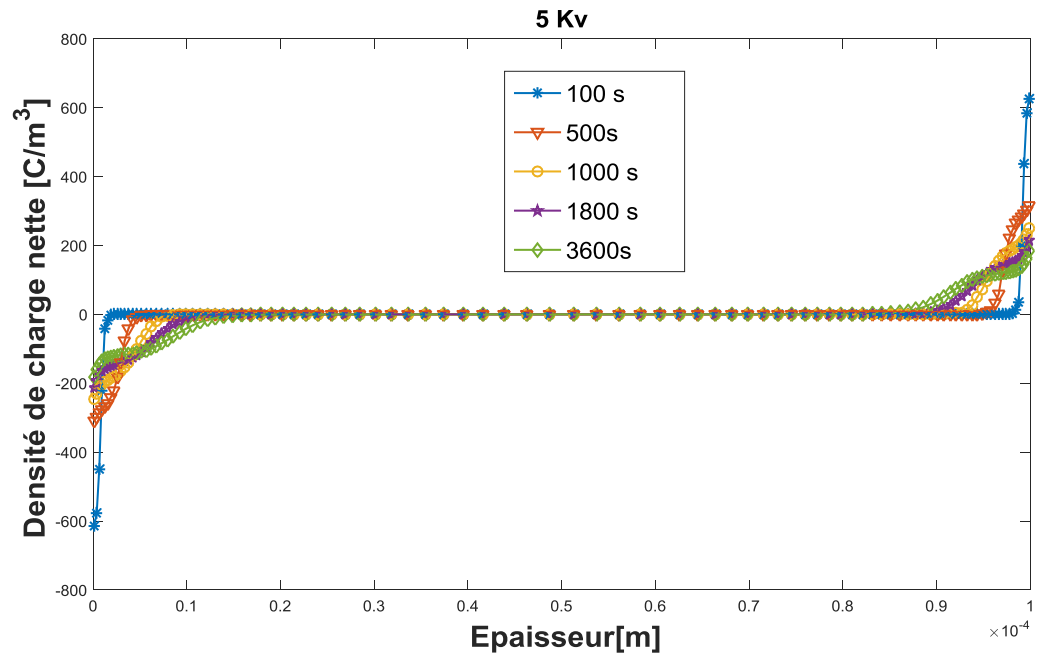
**Figure III.1** : Profils instantanés des champs électriques en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour des différentes tensions à différents instants : (a) : 5 kV, (b) : 10 kV, (c) : 20 kV.

Les figures (III.1-a), (III.1-b) et (III.1-c) montrent une chute en valeur absolue du champ électrique à proximité de chaque interface électrode/polyéthylène suite à l'injection des électrons et des trous, et induisant ainsi son intensification au centre de l'échantillon. Cet aspect de distorsion du champ est assuré pour satisfaire la condition physique associée à la circulation du champ électrique qui est représentée dans le chapitre précédent par l'équation(II.17)

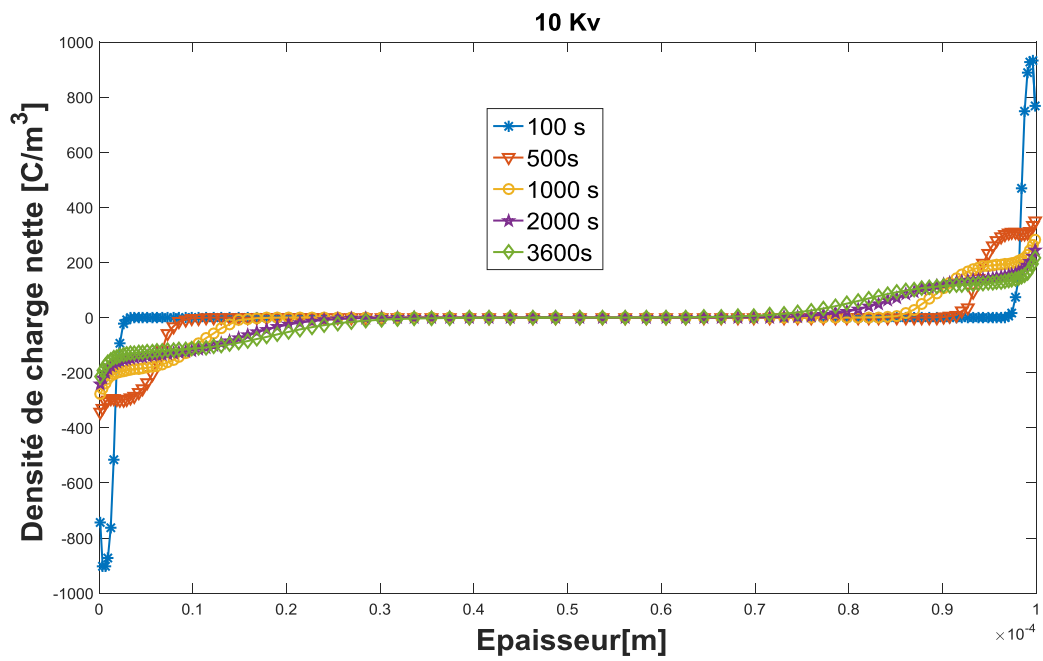
La figure (III.1-a) représente le profil de champ électrique pour la tension appliquée 5 kV pour des instants compris entre 100 s et 3600 s, on remarque que le champ électrique se diminue aux interfaces par contre les figures (III.1-b) et (III.1-c) montrent que la réduction du champ électrique aux interfaces et son intensification dans le volume est en état stationnaire.

### III. 3.2. Résultats numériques des distributions des densités nettes de charges

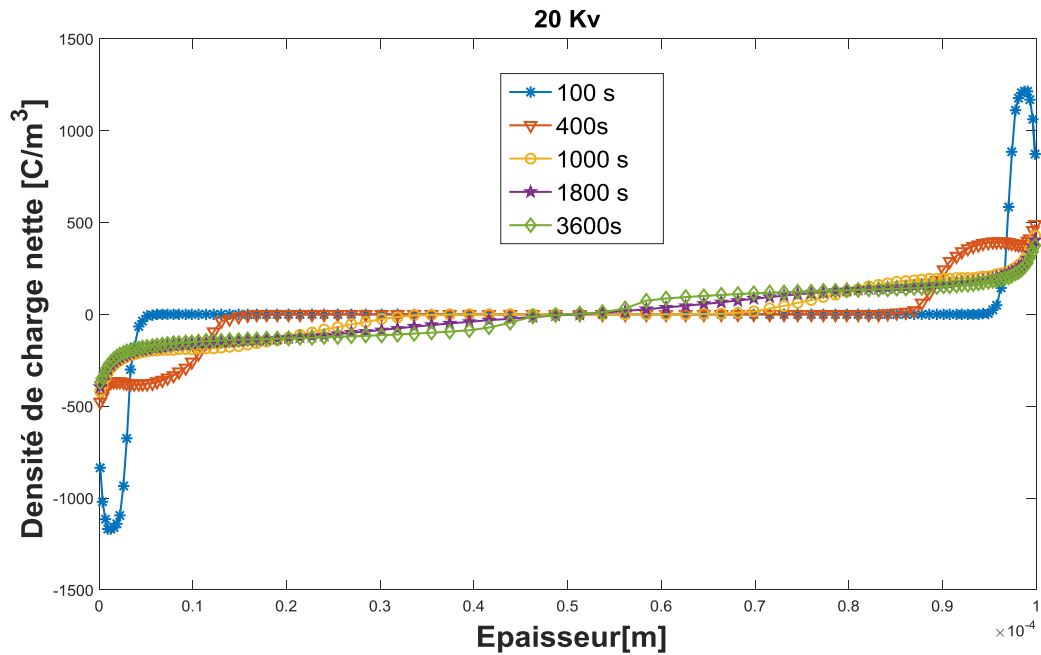
Les figures ci-dessus représentent les profils des densités nettes de charges obtenus respectivement pour les tensions de 5, 10 et 20 kV pour différents instants.



(a)



(b)



(c)

**Figure III.2 :** Profils instantanés des densités nettes de charges en fonction de l'épaisseur du l'échantillon pour des différents tensions à différents instants : (a) : 5 kV, (b) : 10 kV, (c) : 20 kV.

Pour la tension de 5 kV, parce que la quantité des charges injectée et la tension appliquée est basse, on remarque que les charges injectées s'accumulent au voisinage des électrodes et migrent lentement vers le volume de l'échantillon, et la densité de charge augmente régulièrement avec le temps et ce comme le montre la figure.III.2.a. En effet, après une heure d'application de cette tension, les deux fronts de charges relatives aux électrons et trous injectés restent séparés par une distance presque égale à 70  $\mu\text{m}$ . Enfin, nous notons que l'état stationnaire n'est pas atteint durant une heure de l'application de cette faible tension.

En ce qui concerne la tension de 10 kV (figure. III.1.b), qui correspond à un champ électrique appliqué de 100 kV/mm, on remarque que la quantité des charges injectées augmente relativement par rapport à la tension appliquée de 5 kV, elles se propagent à partir des électrodes vers le volume de l'échantillon. En outre, on remarque une tendance vers un état stationnaire comme est observé sur le profil de 3600 s

Pour la dernière tension de 20 kV, qui correspond à un champ électrique appliqué de 200 kV/mm, la figure III.1.c montre que l'augmentation de la tension appliquée entraîne une augmentation de la quantité des charges injectées et accélère l'état stationnaire comme le

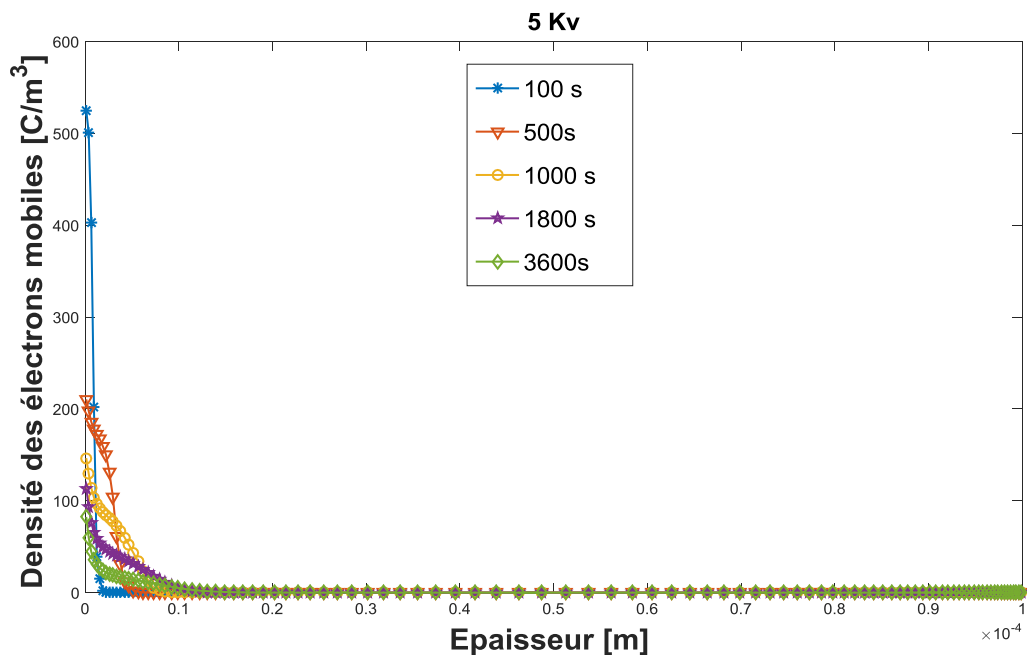


montre le profil de la figure (III.1.c) à l'instant 1800 s. Alors la tendance vers un régime stationnaire qui s'établit plus rapidement et ceci comparé à celle de la tension 5 kV.

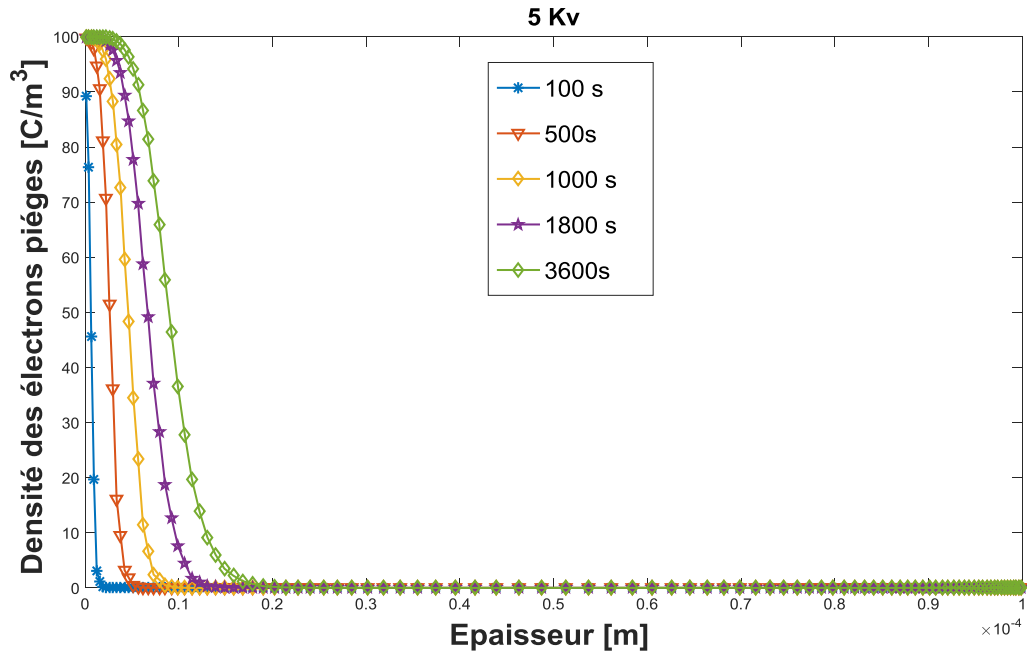
### III.3.3. Résultats numériques des densités des charges mobiles et piégées

#### III.3.3.a. Résultats numériques des densités des électrons mobiles et piégés

Les figures ci-dessus montrant les profils des densités des électrons mobiles et piégés dans le volume du polyéthylène pour différents instants sous tension appliquée de 5 kV. Puisque la tension appliquée est basse, elle influence la mobilité des charges qui est dépendante du champ électrique appliqué, alors les charges d'espaces mobiles migrent lentement vers le volume, ceci explique que les charges piégées sont rempli proximités aux électrodes cathode et anode comme de présenté à la figure III.3.b. En effet, la densité des charges transportées au volume de diélectrique est décroît en fonction du temps. Ce phénomène de décroissance peut être expliqué par trois mécanismes mis en jeu à savoir le piégeage, la recombinaison et l'extraction des porteurs réduisant le nombre des électrons et des trous mobiles.



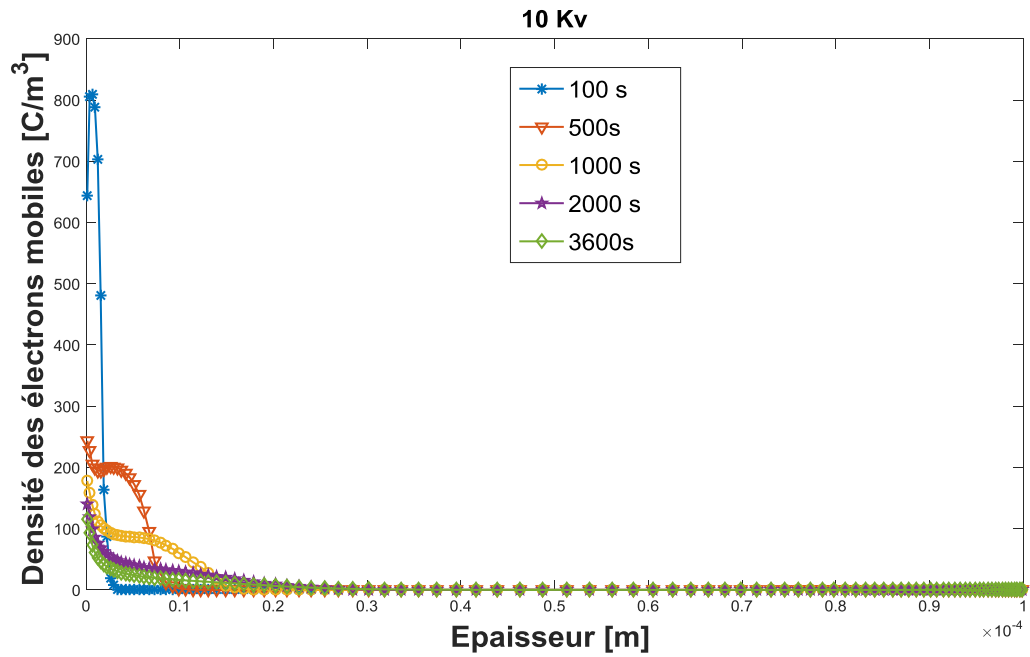
(a)



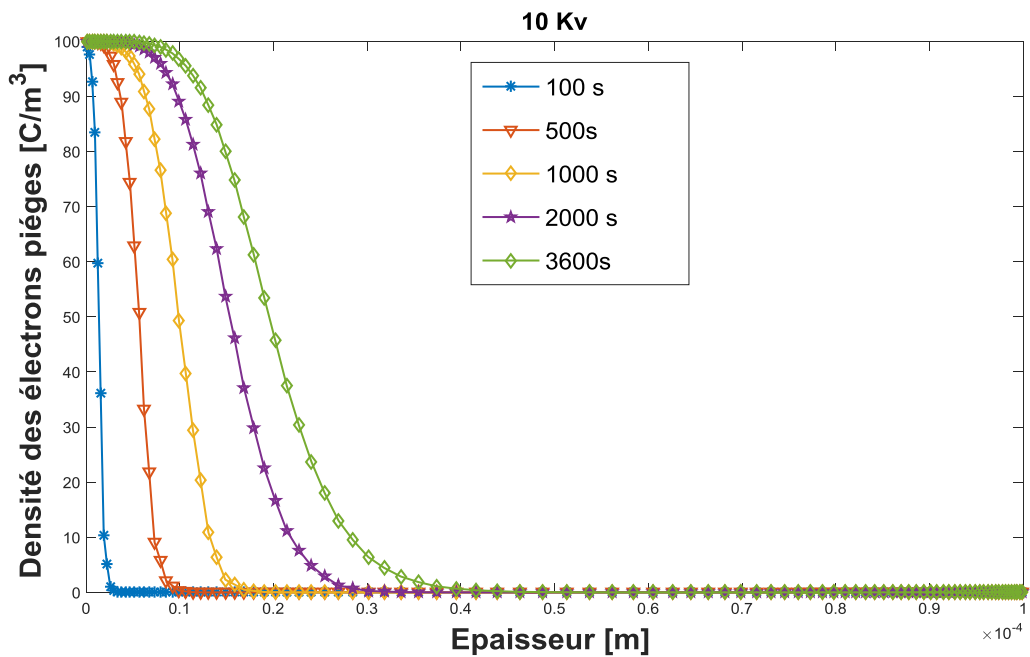
(b)

**Figure III.3** : Profils instantanés des densités des électrons mobiles et pièges en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour la tension de 5 kV avec des instants compris entre 100 s et 3600 s (a) : Densités des électrons mobiles, (b) : Densité des électrons piégés.

Si on augmente la tension appliquée, les charges injectées augmentent avec la mobilité comme le présente dans les figures III.4.a III.5.a, on observe une grande quantité de charges injectées et transportées vers le volume, ces charges décroissent avec le temps à cause du piégeage et de la recombinaison, ceci explique que toute la densité maximale des pièges reste remplie comme la présente dans les figures III.4.b III.5.b

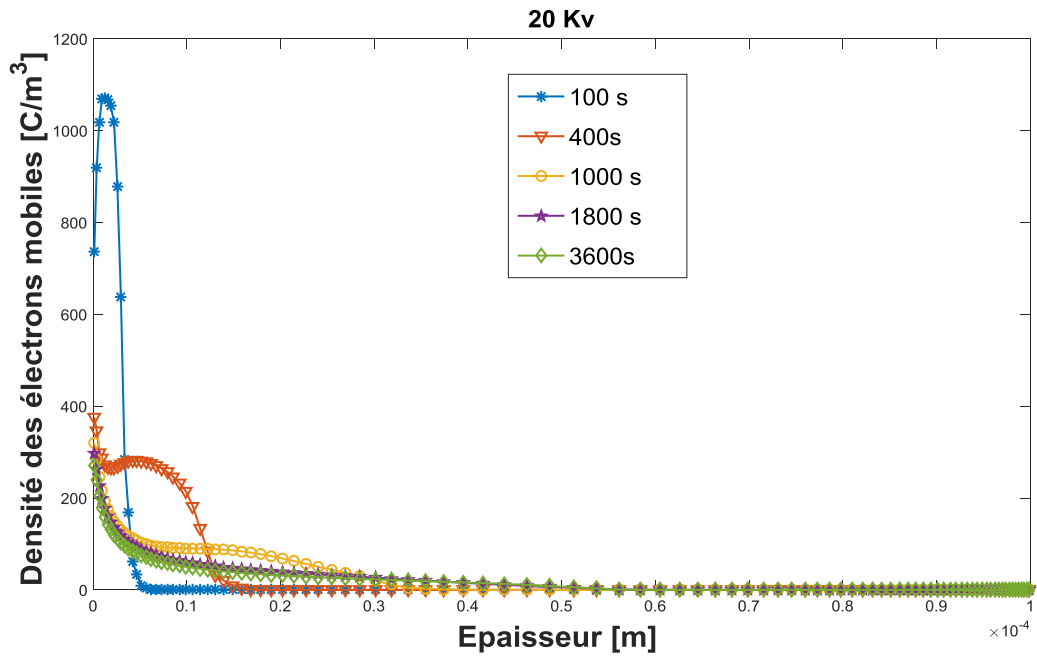


(a)

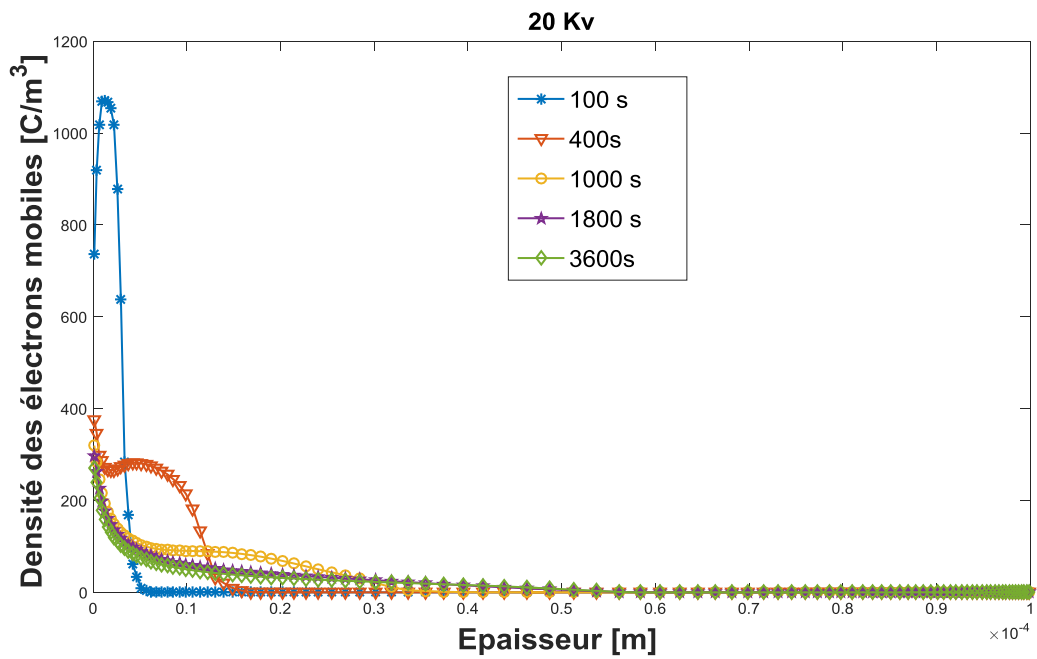


(b)

**Figure III.4** : Profils instantanés des densités des électrons mobiles et piégés en fonction de l'épaisseur de l'échantillon pour les tensions de 10 kV et des instants compris entre 10 s et 500 s : (a) : Densités des électrons mobiles. (b) : Densités des électrons piégés



(a)



(b)

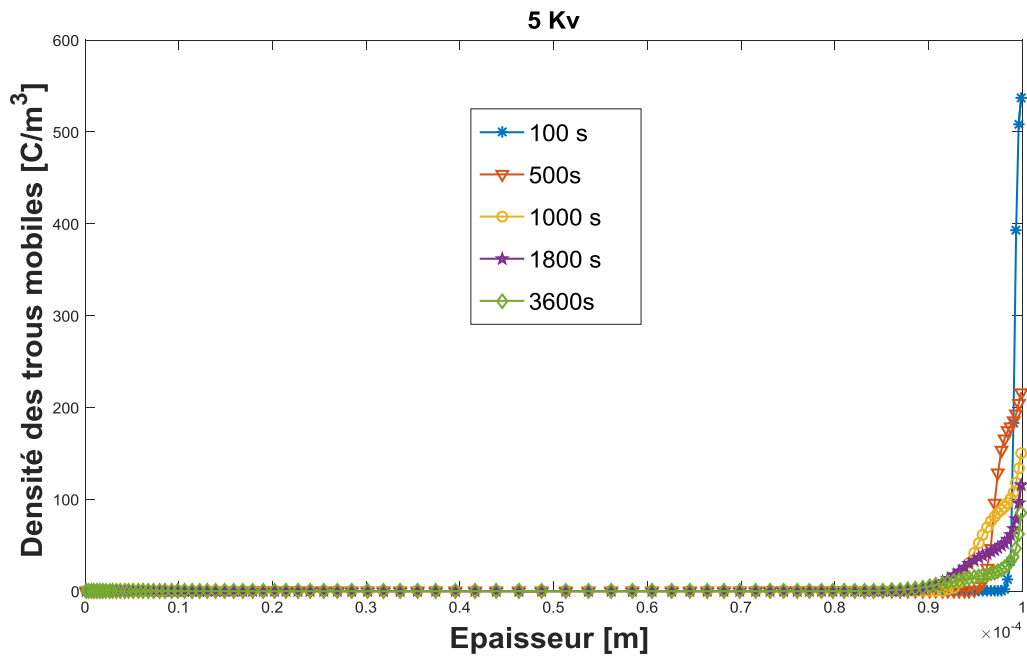
**Figure III.5 :** Profils instantanés des densités des électrons mobiles et pièges en fonction de l'épaisseur du l'échantillon pour les tensions de 20 kV et des instants compris entre 100 s et 3600 s : (a) : Densités des électrons mobiles. (b) : Densités des électrons pièges.

### III.3.3.b Résultats numériques des densités des trous mobiles et pièges

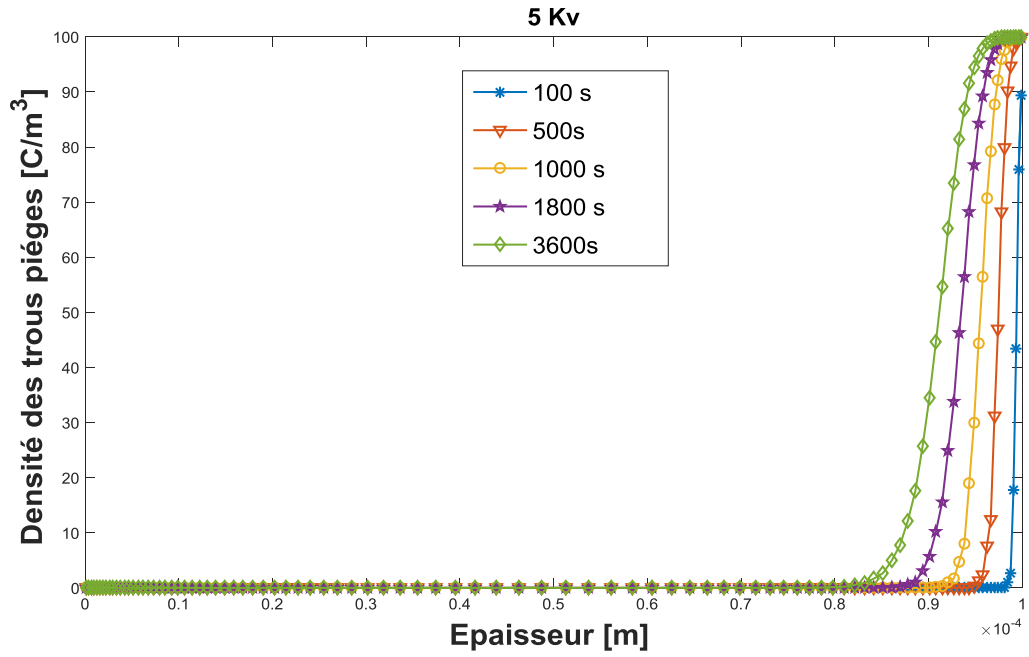
L'analyse des résultats concernant les densités des électrons mobiles et pièges est la même pour l'analyse pour les trous.

Pour illustrer le caractère symétrique associé au choix des paramètres relatifs aux électrons et trous, nous présentons sur les figures (III.6), (III.7) et (III.8) respectivement les profils des densités des trous piégés et mobiles sous les tensions 5, 10 et 20 kV.

Le même processus se produit avec les densités de trous mobiles et piégés à l'anode. La distribution de trous mobiles et piégés est l'image à l'anode de la distribution des électrons mobiles et piégés respectivement à la cathode.

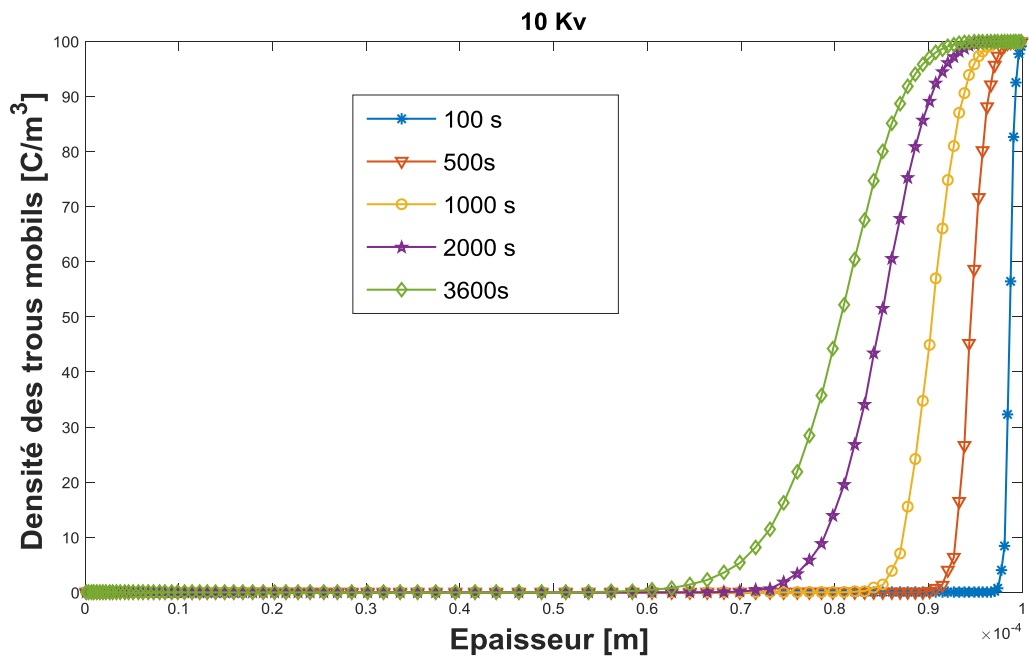


(a)

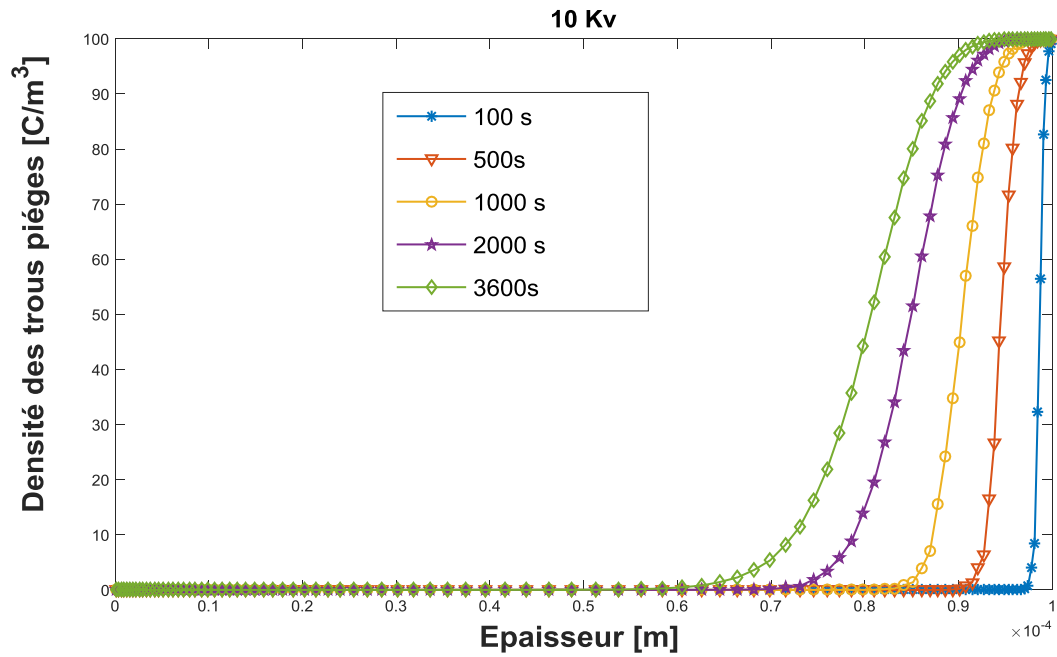


(b)

**Figure III.6 :** Profils instantanés des densités des trous mobiles et piégés pour les tensions de 5 kV et des instants compris entre 100 s et 3600 s : (a) : Densités des trous mobiles. (b) : Densités des trous piégés.

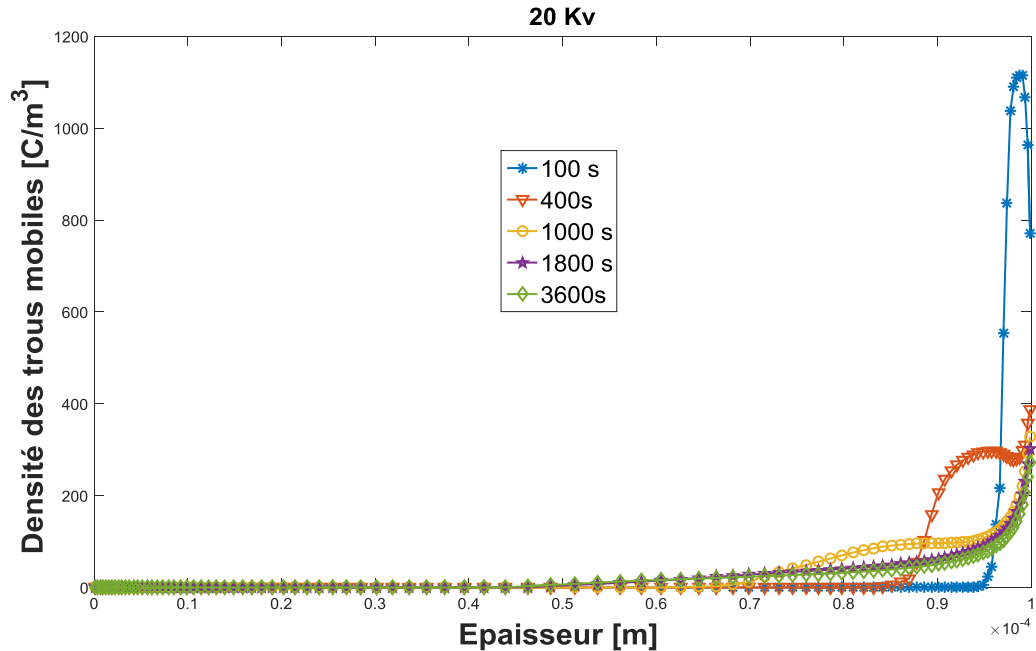


(a)

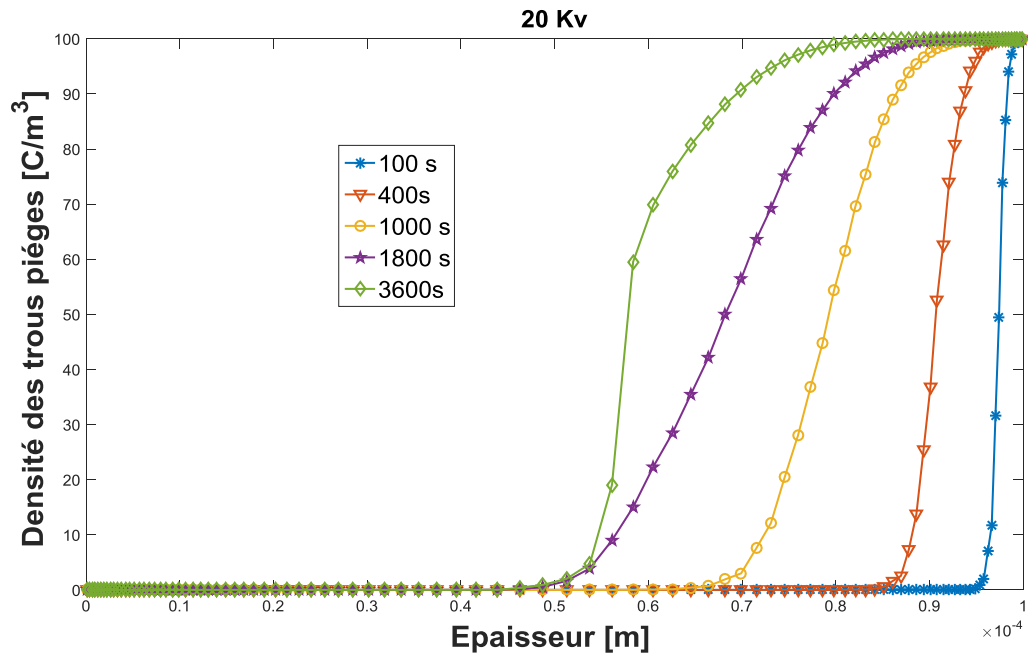


(b)

Figure III.7 : Profils instantanés des densités des trous mobiles et piégés pour les tensions de 10 kV et des instants compris entre 100 s et 3600 s : (a) : Densités des trous mobiles. (b) : Densités des trous piégés.



(a)



(b)

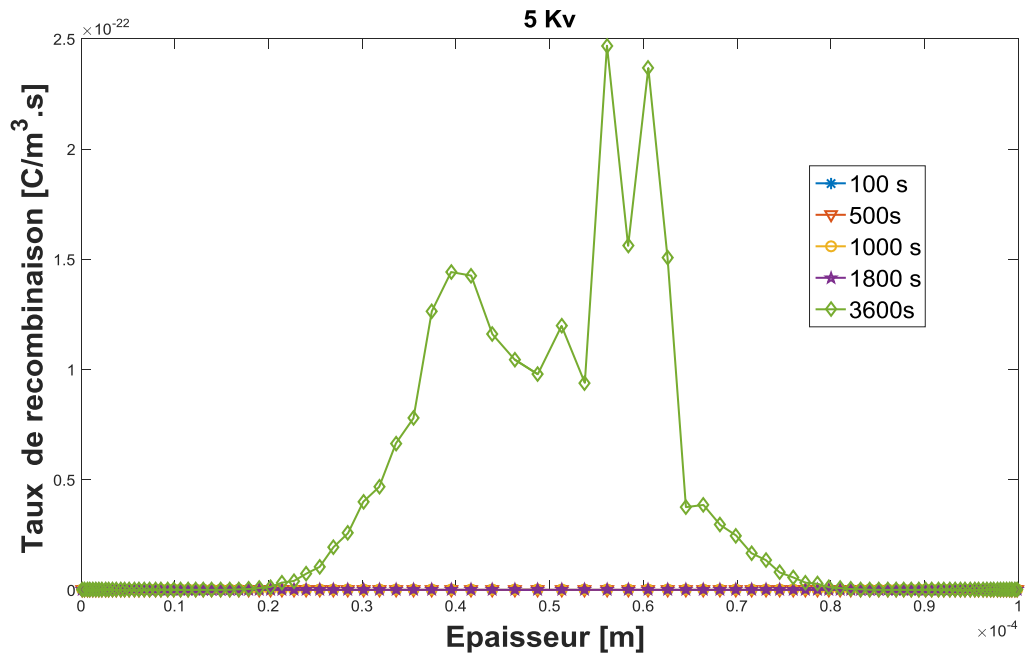
**Figure III.8** : Profils instantanés des densités des trous mobiles et pièges pour les tensions de 20 kV et des instants compris entre 100 s et 3600 s : (a) : Densités des trous mobiles. (b) : Densités des trous pièges.

Les profils des densités des trous pièges pour les tensions 10 et 20 kV respectivement. Les figures (III.7.a), (III.8.a) montrent les profils des densités des trous mobiles pour les tensions 10 et 20 kV respectivement, les figures (III.7.b), (III.8.b) montrent

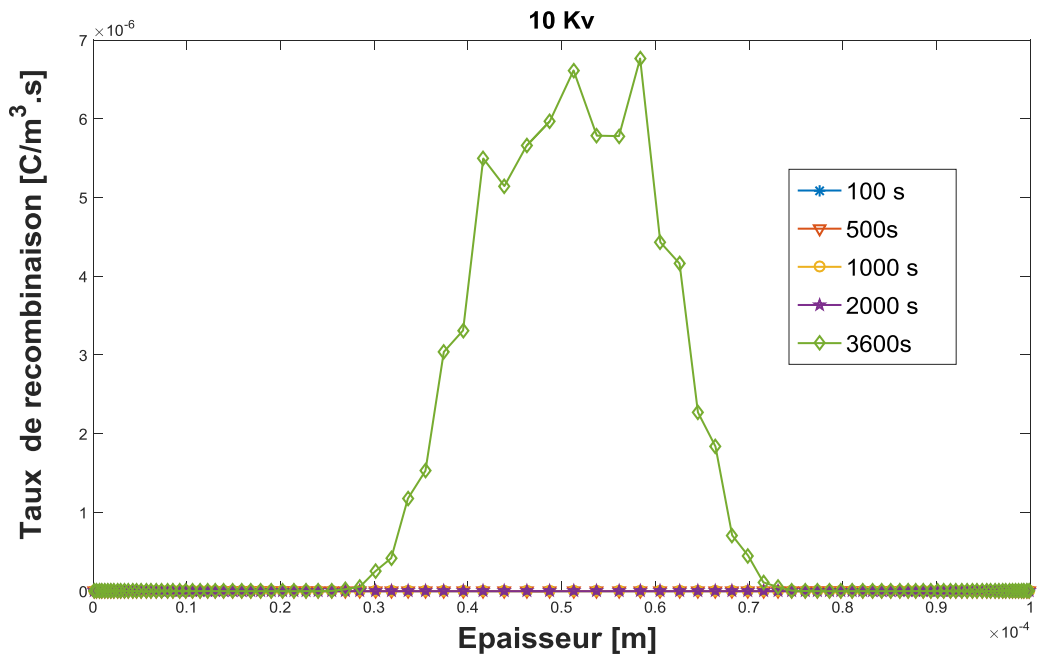
### III.3.4. Résultats numériques des taux nets de recombinaison

Les figures (III.9.a), (III.9.b) et (III.9.c) représente les profils du taux net de recombinaison dans le volume du polyéthylène après l'application de les tensions de 5,10 et 20 KV respectivement.

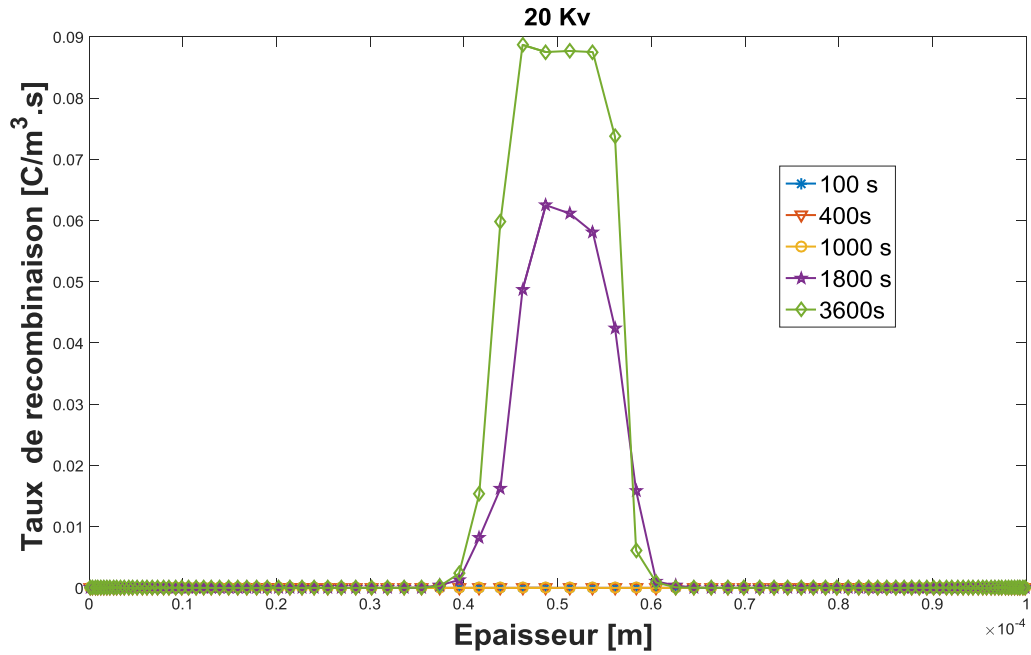




(a)



(b)



(c)

**Figure III.9 :** Profils instantanés des taux net de recombinaison dans le volume du polyéthylène en fonction de l'épaisseur de l'échantillon et différents instants : (a) : 5 kV, (b) : 10 kV, (c) : 20 kV.

La figure III.9 montre que les évolutions de la recombinaison des tensions 5,10 et 20 kV sont similaires, nous avons observé que la recombinaison apparaît au milieu du polyéthylène suite à la rencontre des deux porteurs de charges. Le taux de recombinaison montre un pic et augmente et évolue, grâce au mécanisme de transport, vers les deux électrodes. En effet, la recombinaison se trouve hautement confinée dans le volume du polyéthylène où le taux est dominé par la recombinaison électron piégé- trou piégé. Nous rappelons que pour les faibles tensions appliquées, les densités des charges piégées sont beaucoup plus importantes que celles des mobiles.

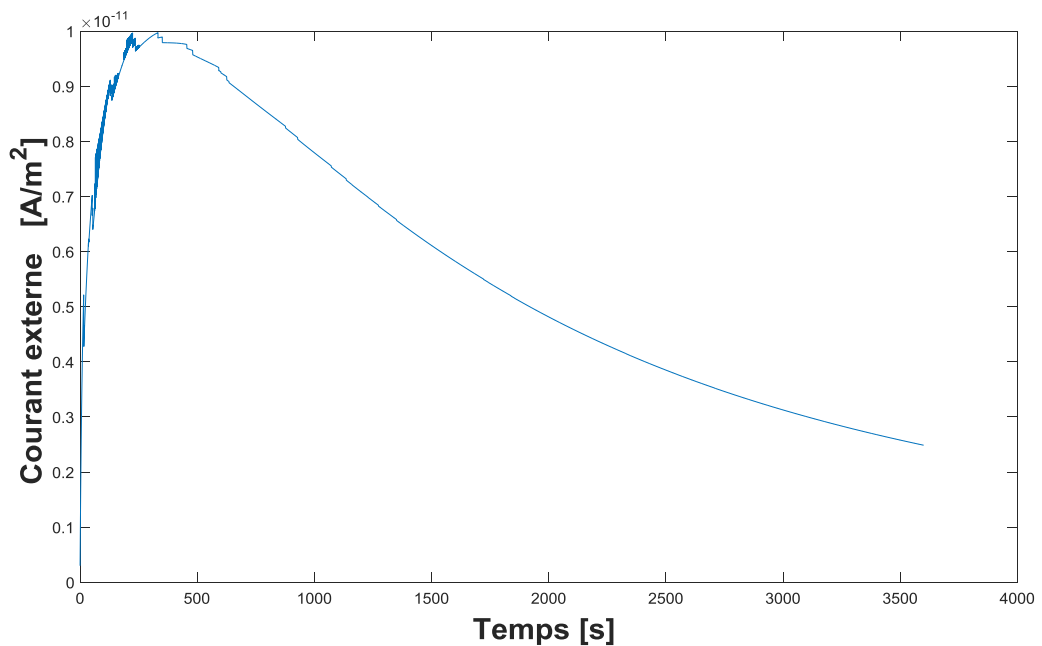
### III.3.5. Résultats numériques des densités des courants externes.

Les figures (III.10.a), (III.10.b) et (III.10.c) montrent les densités des courants externes du polyéthylène basse densité en fonction du temps sous des tensions appliquées respectivement du 5 ,10 et 20 kV.

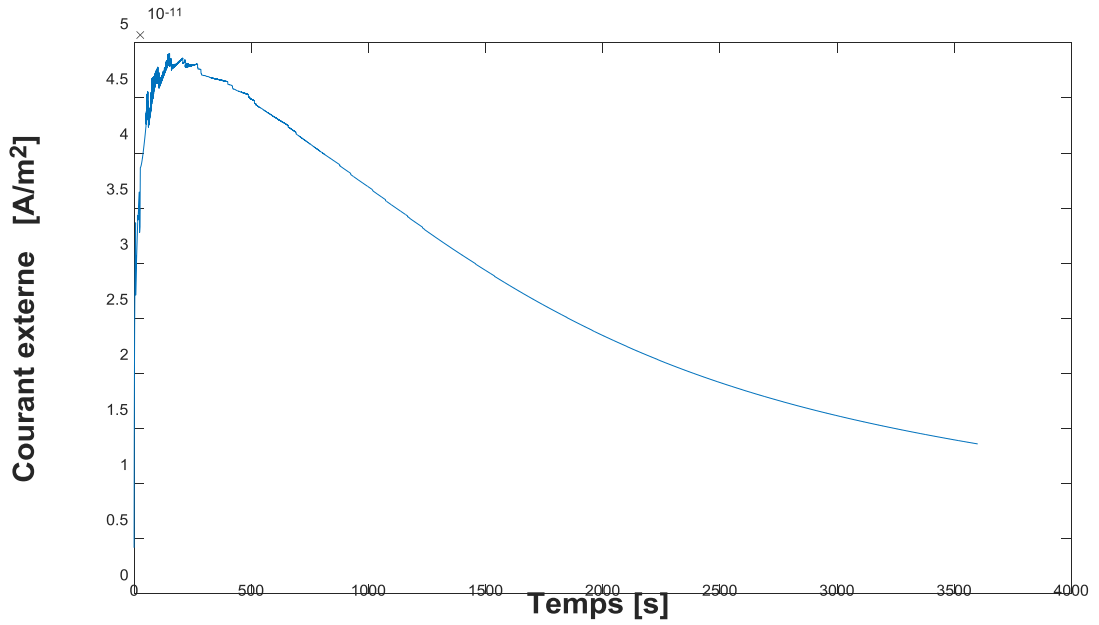
Les figures (III.10.a) et (III.10.b) montrent que l'évolution des densités de courant externe pour les différentes tensions est similaire, nous observons que la densité de courant externe décroît rapidement jusqu'à atteindre un état stationnaire.

La figure (III.10.c) représente l'évolution de densités de courant externe pour la tension 20 kV, on remarque que la densité de courant externe augmente rapidement jusqu'à atteindre un maximum, ce maximum de courant externe coïncide avec l'arrivée des charges mobiles à l'électrode de signe opposé. Cet instant est appelé le temps de transit (transit time).

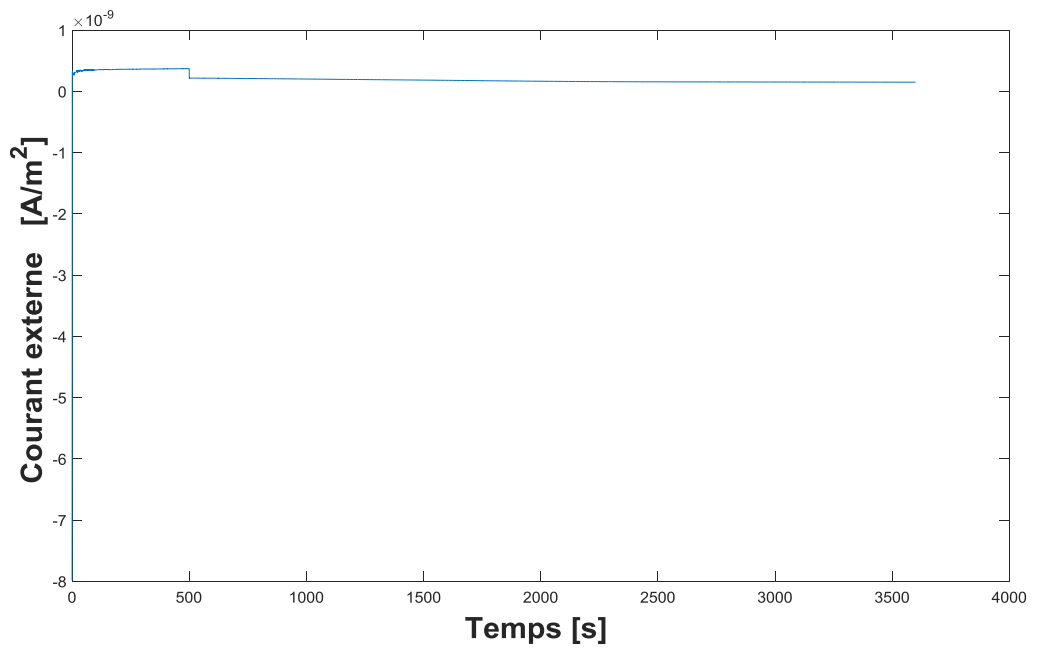
En effet, pour les basses tensions, la réduction du nombre des charges mobiles (électrons et trous) existant dans le volume du polyéthylène n'est pas compensée par la génération par injection des électrons et des trous respectivement à la cathode et à l'anode. Nous rappelons que cette réduction est due aux mécanismes de recombinaison et d'extraction de charges mobiles aux électrodes. Comme le courant est proportionnel à la densité des charges mobiles, cette réduction se traduit par une décroissance du courant après passage par son maximum.



(a)



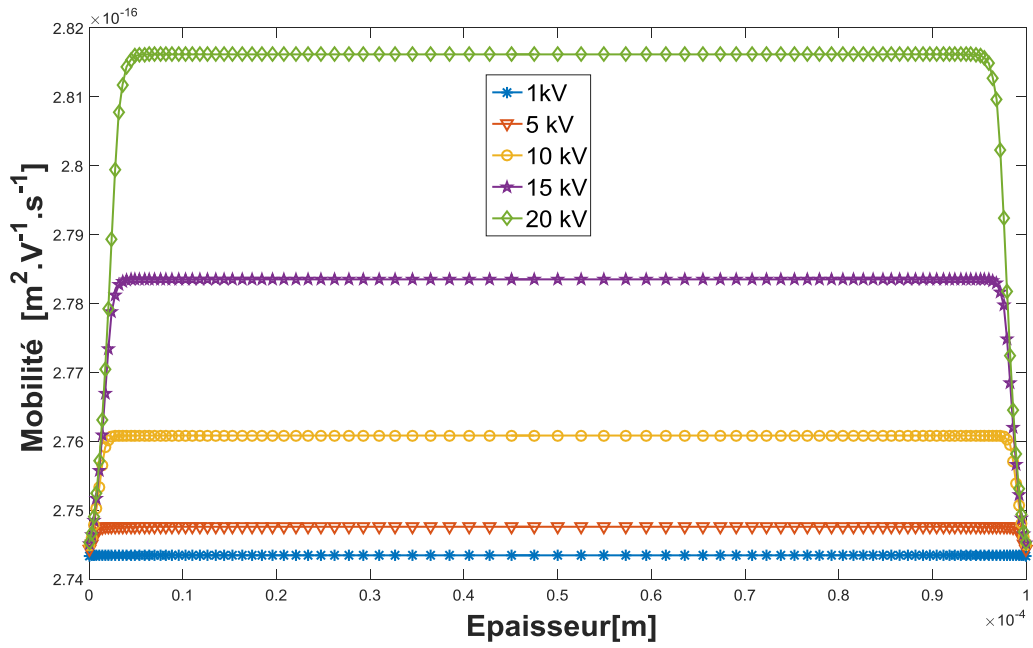
(b)



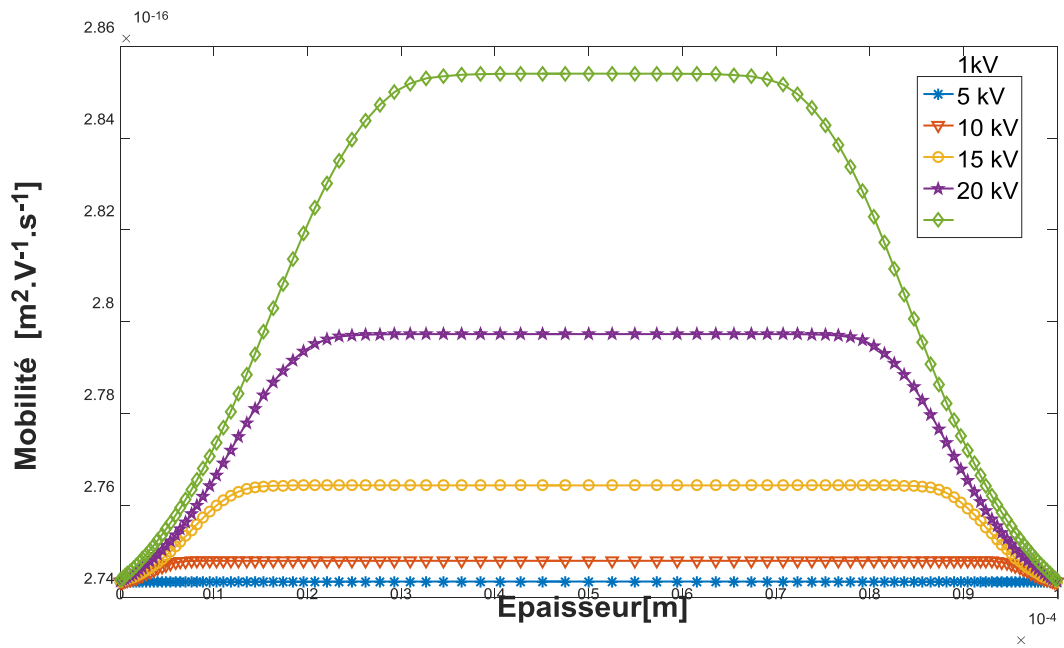
(c)

**Figure.III.10** : Densité de courant externe en fonction du temps dans un polyéthylène basse densité (LDPE) sous les tensions appliquées de 5,10 et 20 kV. (a) : 5 kV. (b) : 10 kV. (c) : 20 KV.

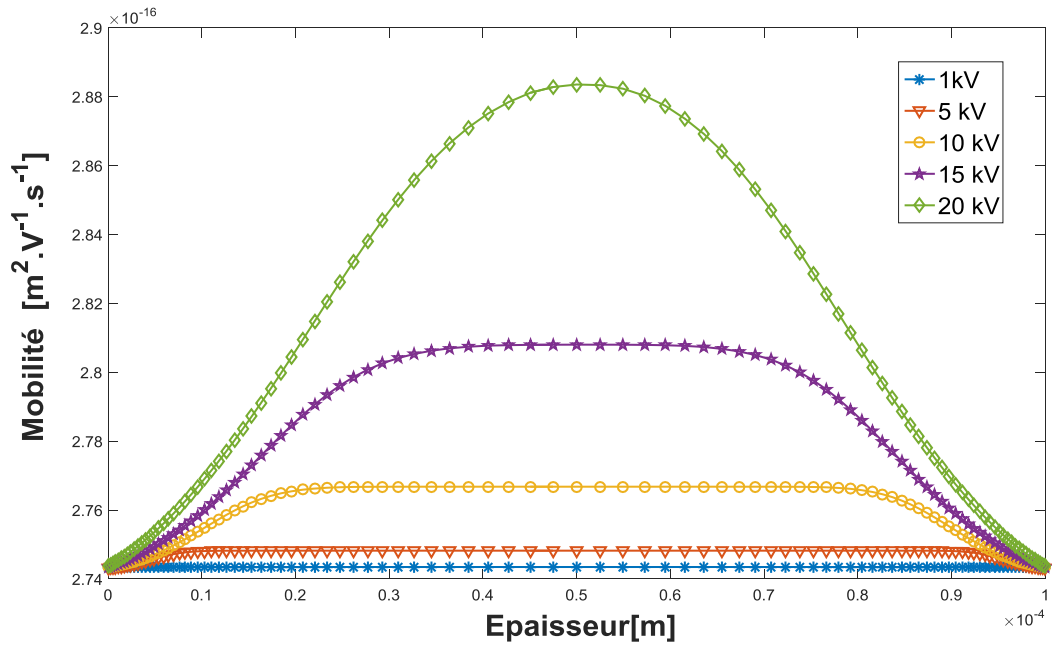
### III.3.6. Résultats numériques de mobilité



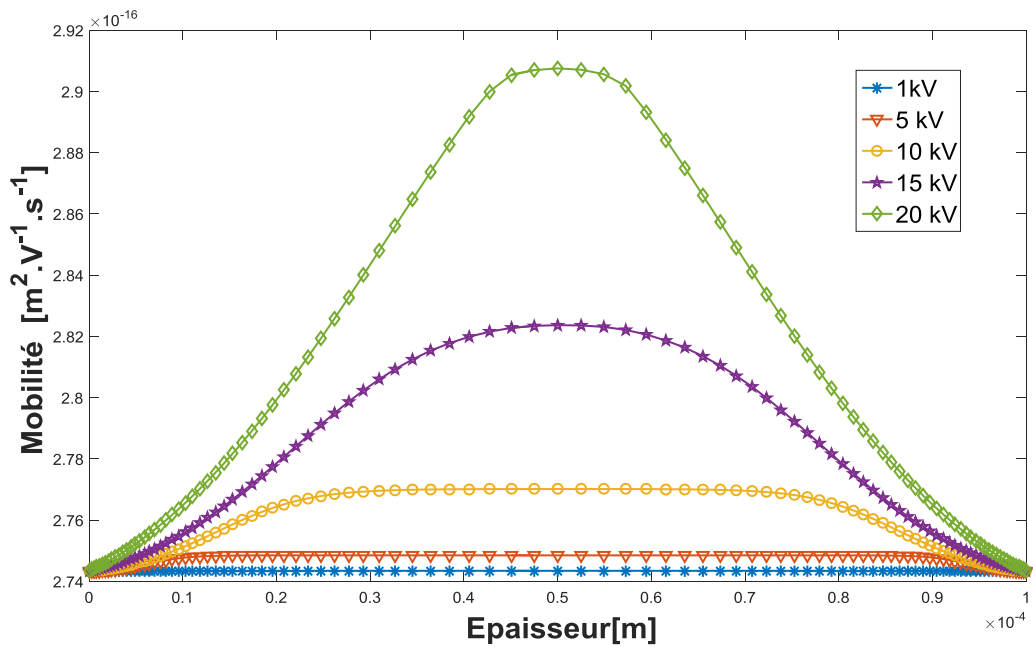
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figure.III.11** : La variation de la mobilité dans un polyéthylène basse densité (LDPE) sous les tensions appliquées de 1, 5, 10, 15 et 20 kV durant les périodes du temps suivant (a) : 100 s. (b) : 1000 s. (c) : 1800s. (d) : 3600 s

La figure III.11 montre la variation de la mobilité durant des périodes de 100,1000s et une demi-heure et enfin une heure sous des différentes tensions appliquées partir de 1 kV jusqu'à 20 kV. On remarque qu'on applique les tensions durant 100s la mobilité augmente dans le volume de l'échantillon et atteint le maximum dans le milieu (figure III.10.a). On remarque aussi les mêmes comportements dans les figure III.11.b et figure III.11.b, mobilité augmente dans le milieu avec le temps, ceci est dû à la distorsion du champ électrique dans le volume de polyéthylène.

### ***III.4. Conclusion***

D'après l'analyse et la discussion des résultats, nous pouvons conclure que pour les basses tensions, le transport des charges est dominé par les charges piégées et le taux net de recombinaison pour les faibles tensions est dominé par la recombinaison électron piégé-trou piégé.

On observe que les charges injectées sont piégées à proximité de l'électrode et la densité des charges transportées au volume de diélectrique est décroît en fonction du temps jusqu'à atteindre un état stationnaire, en effet le courant externe en faible tension externe augmente rapidement jusqu'à atteindre un maximum et décroît et tend vers un état stationnaire.



Conclusion générale



## ***Conclusion générale***

L'objectif principal de ce travail était d'améliorer une modélisation numérique capable de reproduire le comportement de la charge d'espace dans le polyéthylène à basse densité soumis à la contrainte électrique.

Cette modélisation servira comme support afin de mieux comprendre les mécanismes de transport dans les isolants solides soumis à une contrainte électrique afin de prévoir l'injection de charges dans l'isolant qui est souvent synonyme de vieillissement du matériau et de rupture de l'isolant. Pour atteindre cet objectif, nous avons développé un modèle physique relatif au transport bipolaire de charges dans un polyéthylène basse densité (LDPE) sous tension continue appliquée.

Ce modèle de transports bipolaire qui consiste des charges injectées aux électrodes, ces charges injectées migrent vers l'électrode opposite via une mobilité effective, traduisant le possible piégeage et dépiégeage des charges dans des pièges peu profonds.

L'injection des charges se fait selon la loi de Schottky. Le piégeage est pris en compte en ne considérant qu'un seul niveau de pièges profonds pour chaque espèce de charges, et qui correspond aux pièges chimiques dans lesquels les charges piégées ont un temps de résidence long, et nous considérons les pièges peu profonds qui correspondent aux pièges physiques contribuent à la conduction au cours de l'application de la tension ayant des temps de résidence très courts. Pour chaque espèce mobile et piégée, la recombinaison est prise en compte, quatre types de recombinaison entre électron-trou ont été considérés : électron mobile- trou mobile, électron mobile-trou piégé, électron piégé-trou mobile et électron piégé-trou piégé.

Après la présentation de notre modèle physique, nous avons montré la difficulté de la résolution numérique des équations nécessaires du modèle. Le modèle développé permis de comprendre le comportement de charge d'espace sous différentes tensions appliquées mais reste restrictif, puisque il ne prend pas en compte plusieurs phénomènes physiques qui peuvent contribuer au transport des charges comme la génération interne, la conduction ionique, la diffusion, la dissociation, etc. De plus, quel que soit le matériau, il est impossible de connaître parfaitement les paramètres physiques le caractérisant.

Pour faible tension, le transport des charges dominé par les charges piégées, le taux nets de recombinaison est dominé par la recombinaison électron piégé- trou piégé, le courant externe augmente rapidement jusqu' à atteindre un maximum et décroît et tend vers un état stationnaire.

L'étude conduit à des résultats encourageants, mais a surtout ouvert un ensemble de perspectives qui s'inscrivent dans un projet de recherche à long terme. Ceci implique qu'il nécessaires de faire des hypothèses simplificatrices sur les mécanismes en jeu.

Une des évolutions futures, nous adopterons sur les matériaux polymères ont été considérés comme les matériaux d'isolations de la nouvelle génération avec l'intention de promouvoir la performance d'isolation par l'augmentation ses propriétés électriques. Nous allons nous concentrer sur notre étude sur le phénomène de la suppression de charge accumulée dans les isolants polyéthylènes. L'incorporation de nanoparticules dans les polymères peut modifier l'énergie du piège, la densité du piège, la mobilité des porteurs et la barrière d'injection des matériaux. Nous allons utiliser ses paramètres établit une connexion entre l'incorporation de nanoparticules et l'accumulation de la charge d'espace dans les matériaux nanodiélectrique, et que ce domaine reste relativement inconnu.



# Références Bibliographiques

- [1] T. Tran Anh. "Corrélation entre les charges d'espace accumulées et les déformations mécaniques induites dans des isolants organiques solides soumis à un champ électrique". Thèse de doctorat, l'Université Toulouse III – Paul Sabatier ,2014.
- [2] G. Teyssedre and L. Boudou, "Polymères et composites pour l'électrotechnique". *Traité de Génie Electrique - Techniques de l'ingénieur*, vol. D2, pp. 335-19, 2010.
- [3] T. Kubota, Y. Takahashi, S. Sakuma, M. Watanabe, M. Kanaoka, and H. Yamanouchi, "Development of 500-kV XLPE câbles and accessories for long distance underground transmission line-Part I : insulation design of câbles," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 9, pp. 1741-1749, 1994.
- [4] J. C. Fothergill, G. C. Montanari, G. C. Stevens, C. Laurent, G. Teyssedre, L. A. Dissado, U. H. Nilsson, and G. Platbrood, "Electrical, microstructural, physical and chemical characterization of HV XLPE câble peelings for an electricalaging diagnostic data base," *IEEE Transactions on Dielectrics and ElectricalInsulation*", vol. 10, pp. 514-527, 2003.
- [5] K. Wakino, Y. Tsujimoto, K. Morimoto, and N. Ushio, "Technological progress in materials application for electronic capacitors in Japan," *Electrical Insulation Magazine, IEEE*, vol. 6, pp. 29-43, 1990.
- [6] R. Díaz-Calleja and E. Riande, "Comparative study of mechanical and dielectric relaxations in polymers," *Materials Science and Engineering A*, vol. 370, pp. 21-33, 2004.
- [7] K. Fukunaga, "Innovative PEA space charge measurement systems for industrial applications", *IEEE Transactions on Dielectrics and ElectricalInsulation*, vol. 20, pp. 18-26, 2004.
- [8] T.SEGHIR. "Etude des décharges partielles et leur influence de l'apparition des arborescences dans la couche isolant dans le câble haute tension ", Thèse de doctorat, l'Université de Biskra ,2011.
- [9] S.Leroy. Modélisation numérique des phénomènes de transport électrique dans un isolant polyéthylène sous contrainte électrique". Thèse de doctorat, l'Université Toulouse III – Paul Sabatier ,2004.
- [10] L. A. Dissado and J. C. Fothergill, "Electrical degradation and breakdown in polymers". London, United Kingdom: Peter Peregrinus Ltd, 1992.
- [11] H.Boukhari. " Caractérisation expérimentale et modélisation numérique du transport de charge dans les polymères synthétiques utilisés pour l'isolation électrique sous basse et haute tension" Thèse de doctorat, Université Amar Telidji de Laghouat,
- [12] Y. ZHUANG. " CHARGE TRANSPORT MECHANISMS IN CORONA CHARGEDPOLYMERIC MATERIALS «Thèse de doctorat, UNIVERSITY OF SOUTHAMPTON, 2013.

- [13] H.M.Quyen, " Implémentation de la polarisation dans un modèle de transport de charges appliqué au PEN sous contrainte électrique " Thèse de doctorat, l'Université Toulouse III – Paul Sabatier ,2014 .
- [14] G. C. Montanari, C. Laurent, G. Teyssedre, A. Campus and U. H. Nilsson, "From LDPE to XLPE: Investigating the Change of Electrical Properties", IEEE Trans. Diel. Electr. Insul., Vol. 12, 2005, pp. 438-446.
- [15] M. Ieda, "Electrical Conduction and Carrier Traps in Polymeric Materials," ElectricalInsulation, IEEE Transactions on, vol. EI-19, pp. 162-178, 1984.
- [16] F. Boufayed, S. Leroy, G. Teyssedre, C. Laurent, P. SCgur, L.A. Dissado, and G.C. Montanari, "Simulation of bipolar charge transport in polyethylene featuring trapping and hopping conduction through an exponential distribution of traps". ISEIM 2, 340 (2005).
- [17] B.VISSOUVANADIN. "Matériaux de câble à isolation synthétique pour des applications au transport d'énergie HVDC", Thèse de doctorat, l'Université Toulouse III – Paul Sabatier ,2014.
- [18] J. M. Alison, and R. M. Hill, "A Model for Bipolar Charge Transport, Trapping and Recombination in Degassed Cross linked Polyethylene", J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 27, pp. 1291-1299, 1994.
- [19] M. Fukuma, M. Nagao, and M. Kosaki, "Computer Analysis on Transient Space Charge Distribution in Polymer", proc. International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials, Brisbane, AUSTRALIE, pp. 24-27, 1994.
- [20] K. Kaneko, Y. Suzuoki, and T. Mizutani, "Transient Current and Space Charge Behaviour due to Double Injection", proc. International Symposium on Electrical Insulating Materials, Himeji, JAPAN, pp. 44-47, 2001.
- [21] S. Le Roy, P. Segur, G. Teyssedre and C. Laurent, "Description of bipolar charge transport in polyethylene using a fluid model with a constant mobility : model prediction", J.Phys. D:Appl. Phys, Vol. 37, pp. 298-305, 2004.
- [22] J. Xia, Y. Zhang, F. Zheng, Z. An et Q. Lei, " Numericalanalysis of packet-like charge behavior in low-density polyethylene by a Gunn effectlike model ", Journal of AppliedPhysics, Vol. 109, pp. 034101, 2011.
- [23] D. Min, M. Cho, S. Li et A. Khan, " Charge transport properties of insulatorsrevealed by surface potentialdecayexperiment and bipolar charge transport model withgeneticalgorithm ", IEEE Transactions on Dielectrics and Electricalinsul.vol. 19, pp. 2206-2215, 2012
- [24] Z. Lv, X. Wang, K. Wu, X. Chen, Y. Cheng et L.Dissado, "Dependence of charge accumulation on samplethickness in Nano-SiO2 doped IDPE ", IEEE Transactions on Dielectrics and ElectricalInsulation, Vol. 20, pp. 337-345, 2013.

- [25] M. Meunier, N. Quirke "Molecular modeling of electron trapping in polymer insulators", J. Chem. Phys. vol. 113, pp. 369-376, 2000.
- [26] M. Meunier, N. Quirke, "Molecular modeling of electron traps in polymer insulator: chemical defects and impurities", J. Chem. Phys., vol. 115, pp. 2876- 2881, 2001.
- [27] R. Coelho, B. Aladenize, "Les diélectriques : propriétés diélectrique des matériaux isolants", Hermès, Paris, 1993.
- [28] E. Belgaroui, I. Boukhris, A. Kallel, G. Teyssedre and C. Larent "A new numerical model applied to bipolar charge transport, trapping and recombination under low and high dc voltages". J. Phys. D: Appl. Phys. 40 (2007) 6760–6767.
- [29] I. Boukhris, A. Belgaroui, A. Kallel. " A bipolar transport model for polyethylene films under low dynamics of space charge current". J. Elect. Eng: Theory Appl. 1, 120 (2010).
- [30] I. Boukhris, Amal Gargouri, Ezzeddine Belgaroui and Ali Kallel. "Recombination phenomenon in polyethylene under space charge dynamics and its effects on the external current evolution". Journal of Theoretical and Applied Physics 2013, 7:18
- [31] Y. Li and T. Takada, "Progress in space charge measurement of solid insulating materials in Japan," IEEE Electrical Insulation Magazine, vol. 10, pp. 16-28, 1994.
- [32] H. Boukhari, F. Rogti. "Simulation of Space Charge Dynamic in Polyethylene Under DC Continuous Electrical Stress". Journal of Elec Materi (2016).
- [33] F. Boufayed, "Simulation du transport électrique dans un polyéthylène pour câble d'énergie par un modèle de conduction bipolaire avec distribution exponentielle de pièges ". thèse de doctorat, l'Université Toulouse III – Paul Sabatier ,2006.
- [34] Albert J. Valocchi, Michael Malmstead, "Accuracy of operator splitting for advection-dispersion-reaction problems". DOI: 10.1029/92WR00423. Vol: 28, Pages: 1471–1476 May 1992
- [35] B. Van-leer, 'Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. II. Monotonicity and Conservation combined in a Second-Order Scheme', J. Comput. Phys, vol 14, pp 361-370, 1974
- [36] J. Thuburn, ' Multidimensional Flux-Limited Advection Schemes', J. Comput. Phys, vol 123, pp. 74-83 ,1996 .
- [37] B.P. Leonard, ' The ULTIMATE Conservative Difference Scheme Applied to Unsteady One-Dimensional Advection', Comput Methods Appl .Mech. Engg, vol.88, pp.17-74, 1991.
- [38] M. E. Hubbard, ' Mutidimensional Slope Limiters for MUSCL-Type Finite Volume Schemes on UNSTRUCTURED Grids', J. Comput. Phys, vol. 155, pp.54-74, 1999.
- [39] Rade L and Westergren B, " Mathematics Handbook for Science and Engineering ", 4th ed. (Springer Verlag, Berlin), (1999).

- [40] Daomin Min and Shengtao Li. "A Comparison of Numerical Methods for Charge Transport Simulation in Insulating Materials". IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation Vol. 20, No. 3; June 2013
- [41] Duatary R and Louis Lions J 1988 "Analyse mathématique et calcul numérique vol 9 (Paris: Masson)
- [42] Reddy J N. " An Introduction to the Finite Element Method ", McGraw- Hill M Slaughter and S Hazlett, Halliday Lithograph Corporation (U S A), (1984)
- [43] Leonard B P "NASA Technical Memorandum Universal limiter for transient interpolation modelling of the advective transport equations : The ultimate conservative differencescheme ", Septembre (1988). 100916 ICOMP-88-11
- [44] Leonard B P, "NASA Technical Memorandum A cost-effective strategy for nonoscillatory convection without clipping ", Mars (1998). 102538. ICOMP-80-09.
- [45] Y. Li, and T. Takada, "Experimental Observation of Charge Transport and Injection in XLPE at Polarity Reversal". J. Phys. D : Appl. Phys., vol. 25, pp. 704-716, 1992.
- [55] SAYADI.Ahmed," Simulation des phénomènes de transport électrique dans un isolant polyéthylène sous contrainte électrique " université Amar Telidji de Laghouat, 2010.
- [56] F. Rogti, » Rôle des interfaces métal /diélectrique et diélectrique /diélectrique dans la formation des charges d'espace dans les polymères sous contraintes continue". Thèse de doctorat, Ecole Nationale Polytechnique 2009